応力およびひずみの線形近似を要さない BREE 型ラチェット評価法*

藤 岡 照 高^{*1}Assessment Methods of Bree Type Ratcheting
Without the Necessity of Linearization of Stresses and StrainsTerutaka FUJIOKA^{*2}^{*2} Central Research Institute of Electric Power Industry,
2-6-1 Nagasaka, Yokosuka-shi, Kanagawa, 240-0196 Japan

Pressurized component design codes based on design-by-analysis require the evaluation of thermal ratcheting produced by the combination of primary and cyclic secondary stresses. In the current codes for nuclear power components provide domain categorization type evaluation methods of progressive strain, using Miller's or Bree's diagram. When these methods are used with elastic analysis, the stress classification procedure with linearization of stress distribution is needed. When elastic-plastic analysis, which directly estimates accumulation trend of strains, is performed, the linearization of strain is necessary to assess the acceptability of progressive bending strain following the high temperature component design codes. These procedures for linearization can not be applied straight forwardly to general three-dimensional geometries. This paper proposes evaluation methods of Bree type ratcheting without the necessity of linearization of stresses and strains. The methods presented are based on surface strain increment or elastic core size, and are applicable to both smooth and notched components without losing the consistency with the current codes.

Key Words: Thermal Ratchet, Bree Diagram, Elastic-plastic Analysis, Design-by analysis

1. 結 言

圧力機器の設計規格に採用されている解析による設計では、累積ひずみの評価が要求されている。このため軽水炉規格^{(1)~(2)}では、弾塑性体に対する Miller 線図⁽³⁾が、促進クリープの評価が視野に入る高速炉基準類^{(4)~(5)}では、Bree 線図⁽⁶⁾がそれぞれ採用され、一次応力と弾性解析結果に基づく応力分類から得られる繰返し二次応力範囲のレベルに応じた領域判定が行われる。応力分類法は軸対称対体などの二次元形状に対する適用法は明確なものの、一般の三次元形状に対しては不明確なため、形状に対する一般性を欠く。非弾性解析の実施が視野に入る高速炉規格では、ひずみの累積挙動を直接評価できるが、評価結果の許容性判定にあたって、ひずみの線形近似に基づく等価線形化表面ひずみの決定が求められるため、応力分類法と同様に一般形状への適用性を欠く。

本論文は、もっとも典型的な一定内圧と板厚方向温

度勾配による熱応力繰返しの重畳による、いわゆる Bree 型ラチェットに対して、三次元形状への適用性が確保されるよう応力およびひずみの線形近似処理を要しない評価法を検討、提案し、既存規格の方法との比較が可能な軸対称体の数値解析例において従来法と同等な結果をもたらすことを確認することでその妥当性を示すことを目的とする。

2. 記号・単位

E	: 縦弾性係数 [MPa]
P	: 一次応力 [MPa]
Q	: 二次応力範囲 [MPa]
R_{in}	: 円筒の内半径 [m]
T	: 温度 [°C]
T_{max}	: 最高温度 [°C]
X	: 一次応力パラメータ
Y	: 二次応力パラメータ
p	: 内圧 [MPa]
p_L	: 極限荷重 [MPa]
w	: 板厚 [m]
α	: 線膨張係数 [1/K]

* 原稿受付 2007 年 3 月 14 日。

^{*1} 正員, (財)電力中央研究所 (〒240-0196 横須賀市長坂 2-6-1)。

E-mail: fujioka@criepi.denken.or.jp

ν : ポアソン比

σ_{ref} : 参照応力 [MPa]

σ_Y : 降伏強さ [MPa]

3. 既存設計規格における累積ひずみ制限法

3・1 Bree 線図に基づく領域判定 Bree は、薄肉平滑円筒に生じる内圧による 2 方向の一次膜応力と板厚方向線形温度勾配による 2 方向の二次曲げ応力を平板に与える簡便モデルで Tresca の降伏条件に従う弾完全塑性体を仮定した検討により、降伏強さで無次元化した一次応力と二次応力の 2 パラメータで定義される平面を、塑性ひずみの累積パターンに応じた図 1 の領域に区分した。

Fig. 1 Bree's diagram

図 1 において、 X は一次応力 P を降伏強さ σ_Y で割った一次応力パラメータ、 Y は二次応力範囲 Q を σ_Y で割った二次応力パラメータである。

図 1 中で、E 領域は塑性を生じない弾性領域、 S_1 および S_2 は、初期サイクルで塑性を生じるもののその後は弾性繰返しになるシェイクダウン領域、P 領域は塑性が繰り返される塑性サイクル領域、 R_1 および R_2 はひずみの累積が持続するラチェット領域とされる。E、 S_1 、 S_2 および P の各領域ではひずみの累積が生じず、共通的に、熱応力の負荷/除荷の 1 サイクルを通じて塑性を生じない部分、すなわち弾性核が存在するとの特徴がある。軽水炉設計規格^{(1)~(2)}は Miller 線図⁽³⁾を採用しラチェット領域を許容しないが、実質的に Bree 線図による制限法と等価である。

Bree 線図に弾性解析結果を適用する場合、 P と Q の算出に応力分類を要し、形状に対する一般性を欠く。

3・2 高速炉規格における定量制限 米国高速炉規格 ASME Section III, Subsection NH⁽⁴⁾では、非弾性解析から得られるひずみの分布を平均成分、等価線形化曲げ成分およびそれ以外のピーク成分に分類した上で、下記の不等式の満足をもって許容とされる（母材部の場合）。

板厚平均主ひずみ ≤ 0.01

等価線形化表面主ひずみ ≤ 0.02

ピーク表面主ひずみ ≤ 0.05

これらのひずみは、設計で想定される熱荷重サイクル数を考慮し、通常は数サイクルで済まされる応力解析の結果を外挿して求める。我が国の高速原型炉設計方針⁽⁵⁾では、ピーク表面主ひずみと等価線形化主ひずみには連動性があること、クリープ疲労損傷制限によって高いピーク表面主ひずみが生じにくいことを根拠に、ピーク表面主ひずみに対する制限を免除している。軽水炉規格における領域判定法が（局所的ではなく）総体的な変形の蓄積を評価対象とし、ピークひずみは考慮していないこと、高いひずみ集中を生じる場合に過度に保守的となることから、この取扱いが妥当と見られる。

非弾性解析が行われる場合、応力分類は必要でないものの、ひずみの線形化近似が必要になっていることから、弾性解析に基づく領域判定法と同様に、形状に対する一般性に課題が残されている。

4. 応力およびひずみの線形近似を要しない累積ひずみ評価法

4・1 極限解析に基づく一次応力パラメータ評価法

英国の高温機器健全性評価手順書 RS⁽⁷⁾は参照応力と応力分類による一次応力の等価性から、次式を推奨している。

$$X = \sigma_{ref} / \sigma_Y \quad (1)$$

ここに σ_{ref} は参照応力であり、次式で求められる。

$$\sigma_{ref} = (p / p_L) \sigma_Y \quad (2)$$

ここに p は内圧、 p_L は降伏強さを σ_Y とする弾完全塑性体の極限荷重（崩壊内圧）である。 p_L を弾完全塑性解析で求めることにより、応力分類では考慮されない評価断面以外の部分の影響等が取り入れられ、式(1)

の X は応力分類に基づくよりも構造物の強度に即したものとす。本手法を用いた場合、応力分類は必須でない。

4・2 弾性解析に基づく二次応力パラメータ評価法

R5⁽⁷⁾は、弾性解析から得られる二次応力分布を線形近似しなくとも、実験的なシェイクダウン限界に収まる領域が板厚の 80%以上確保されていれば、構造全体がシェイクダウンするとの判定基準を与えている。これは、曲げやピーク成分による表面付近の高い応力は、総体的な変形の蓄積に寄与しないことに基づくと推定される。これを参考に、簡便モデルにおける曲げ応力を考察することで、線形近似によらずに Q を定める方法を考える。

図 2 のように、板厚 w の構造中に次式で表現される膜応力を生じない奇関数型の単純な応力分布を考える。

$$\sigma(x) = Ax^{2k+1} \quad (3)$$

ここに k は整数で、現実的な応力分布では 0～2 程度を考えればよい。係数 A を調整することで、 $k=0, 1, 2$ の場合に同一の等価線形化曲げ応力 σ_b を生じることができる。それらの応力分布を図 2 のように比較すると内外面から板厚方向にそれぞれ約 10%内部に入った付近に、 k が 1 以上の場合に次式で求める交点 x_0 を持つことがわかる。

$$x_0 = \pm(w/2)\left(\frac{3}{2k+3}\right)^{1/2k} \quad (4)$$

交点の応力を σ_0 とすると、 σ_b との関係は次式に従う。

$$\sigma_b = \sigma_0 \left(\frac{2k+3}{3}\right)^{1/2k} \quad (5)$$

式(4)および(5)より、 $k=1$ の時は $x_0 = \pm 0.387w$ 、 $k=2$ の場合は $x_0 = \pm 0.405w$ となり、R5 の 80%基準（内外面に対称とすれば、 $\pm 0.4w$ ）に近いものとなった。これを簡単にして、「板厚の 10%内部に入った点における二次応力範囲の 1.25 倍を Q とする」とする方法が導ける。この手法は一般に応力分類法の代用法として適用可能な見通しがあり、別途詳細に検討したい。

この方法は、交点に力学的意味を持たせようとするのではなく、交点の応力を参照することで応力分布の次数によらない簡便な評価法が導けることができること、そ

の結果得られる位置が弾塑性解析に基づき定めた R5 の位置とほぼ一致していることを重視して提案するものである。これにより、線形温度分布の場合は厳密に、3 次関数型応力分布の場合は安全側に、5 次関数型応力分布の場合はわずかに非安全側に Q が評価される。また、均一応力場のように膜応力が支配的な場合は安全側になる。

Fig. 2 Non-linear stress distribution through wall thickness generating bending stress

4・3 弾完全塑性解析に基づく累積ひずみ評価法

原型炉設計方針⁽⁵⁾を高度化した高速増殖実証炉高温構造設計方針⁽⁸⁾では弾性解析ルートを基調としながらも、部分的な非弾性解析の適用法を具体化している。そこでは、明確なひずみ累積を生じる条件下で、弾完全塑性解析に基づく累積ひずみが、実験や高精度構成式を用いた評価よりも安全側となること⁽⁹⁾から、数サイクルの弾完全塑性解析から得られるひずみ分布を想定サイクル数まで外挿して、前述の定量制限に持ち込むこととしている。ひずみの累積挙動は構成式依存性が高く、弾完全塑性モデルを仮定することで、高二次応力条件下でのひずみの累積量が過大に評価される可能性があるが、現実的な設計ではひずみの累積を生じるか生じないかの限界付近がクリティカルになることが多く、その観点では弾完全塑性解析は大差を生じない⁽⁹⁾ため、簡便な割には実用上の不利は小さい。また、実験的には明確でないシェイクダウン限界が弾完全塑性解析では明確に現れる⁽¹⁰⁾ため許容性判定が容易なことも利点と言える。構造が軸対称体の場合はひずみの線形近似が可能のため、実証炉設計方針の方法で問題は生じない。

三次元形状への適用を念頭に、線形近似を要さず、簡便かつ保守的な方法を考えると、定量制限をそのまま保守的に簡素化し、「最大主ひずみを 1%以下に制限する」と考えれば、特に異論なく累積ひずみの評価

ができる。ただし、この方法は高いひずみ集中を生じる場合などに過度に保守的な評価を与える可能性がある。

4.4 相対弾性核寸法に基づく制限法 Bree モデル

に示されるように、弾性核の存在とひずみの累積性の間には関係があると見られる。しかし、例えば一方向的に曲げ変形を蓄積したはりなど、中立軸付近が弾性範囲にとどまっていたり、等価線形化表面主ひずみの定量制限を逸脱するとの反例は考えられるため、弾性核が存在しさえすればよいのではなく、ある程度の大きさが確保されている必要がある。また、R5 の方法はシェイクダウン限界を満足する領域の大きさに着目しており、弾性核の大きさには意味があると推定される。

このことから、「等価線形化表面主ひずみの制限を満足するモデルと同等以上の弾性核が存在すること」を許容判定とすることを提案する。なお、引張によって 1% のひずみが生じるためには、ほとんどの圧力機器材料では、公称応力が降伏強さを超える必要があるため、弾性核が存在している条件下での制限の逸脱は考えられず、平均主ひずみの制限については特に意識しない。

曲げ変形の蓄積によって等価線形化主ひずみの制限を逸脱する例として図 3 の線形ひずみ分布をもつばりを考え、そのひずみ分布が限界値 ε_a^b を超える状態から、相対弾性核寸法 ρ_e は次の不等式で制限可能と考えられる。

$$\rho_e \leq \left(\frac{\sigma_y}{\varepsilon_a^b E} \right) \quad (6)$$

解析を進めるうちに弾性核が小さくなる場合は、その減少傾向を二次応力の想定サイクル数に対して外挿して、許容性の判定を行う。ASME NH や原型炉設計方針では、弾性核の残存は必須とされないため、この方法は保守的になると見込まれる。

弾性核寸法を求めるためには、板厚内に想定した線分上で二次応力の各サイクル中で一度も降伏を生じない領域の寸法を求めればよく、ひずみや応力の線形近似処理は必須としない。

Fig. 3 Linear distribution of strain and the definition of relative elastic core size

5. 数値解析例

5.1 解析条件 既存規格の方法との比較が可能な Bree が用いたのと同じモデル、一定の内圧と線形温度勾配による熱応力繰返しを与えられる弾完全塑性平滑円筒の有限要素解析を行い、ひずみの累積傾向と相対弾性核寸法の関係を検討する。

解析対象形状は図 4 に示す平滑円筒で、内径 R_m を 0.1m、板厚 w を 0.01m とした。温度勾配は図 4 中に示すように、昇温時には、外面は最低温度で一定のまま、内面は最高温度 T_{max} とし、温度勾配の形状を保ち T_{max} を上昇させた。降温時には、線形形状を保って T_{max} を下降させ、熱サイクル終了後には全体を一定温度とした。

材料特性は典型的な压力容器材料を想定し、降伏強さ $\sigma_y = 200\text{MPa}$ 、縦弾性係数 $E = 200\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ 、線膨張係数 $\alpha = 2 \times 10^{-5} \text{ 1/K}$ とした。解析は ABAQUS (ver. 6.6) ⁽¹¹⁾ を用いて行い、表 1 に示す 3 つの X に対して、 Y は R 領域およびそれより低応力側のある程度の範囲の値とした。すなわち、 X が低く P 領域が Y 方向に広い Case A、P 領域が狭い Bree 線図の角点付近の Case B、および一次応力を通常使用時の許容限界として P 領域を含まない Case C の 3 つである。表 1 中の X は、別途極限解析を実施して得た極限荷重 p_L (このモデルの場合、22.02 MPa) に対して定義し、内圧 p を定めた。 Y の算出にあたっては、設計規格が採用する Tresca でなく、有限要素解析と整合する Mises の定義に基づき、弾性解析結果の二次応力範囲への換算を行った。全ケースで熱サイクルは Y を固定し、20 回繰返した。

Fig. 4 Smooth cylinder subjected to a constant pressure and cyclic thermal loads

Table 1 Cases of the analysis with loading conditions

Case No.	Case A	Case B	Case C
Primary stress parameter, X	1/3	0.455	2/3
Secondary stress parameter, Y	2.88 to 3.60	2.11 to 2.64	1.28 to 1.60

5・2 解析結果（ひずみの増分）

ひずみの累積性の指標として、平均主ひずみ、ピーク表面主ひずみに加えて、Okamoto の検討⁽¹²⁾に倣い表面相当塑性ひずみについて、それぞれ最終サイクルにおける 1 サイクルあたりの増分を計算し、 Y に対して図 5～図 7 に示す。ピーク表面主ひずみと表面の相当塑性ひずみの増分は、内外面値のうちの大きい方を示した。

3 ケースとも、図中に縦線で示した Bree 線図から定まる非ラチェット領域と R 領域の境界より Y が大きい領域で、ひずみの増分量が急激に増加した。これは、Bree モデルが Tresca の降伏条件に基づくのに対して、有限要素解析では Mises の条件を仮定しているため、Bree 線図の保守性が現れたためと考えられる（Mises の降伏条件を仮定した場合、Tresca の降伏条件に基づく場合よりも、降伏を生じる荷重が最大で 1.15 倍となる）。また、遷移領域よりも高 Y 側に、増分が 10^{-4} オーダーとなる上部棚領域が認められる。R 領域に対しては、Bree によりひずみの増分評価式が与えられており⁽¹³⁾、そこでは弾性二次応力に対して直線的にひずみ増分が増加することが知られている。この上部棚領域では、Bree の知見に整合し、ひずみ増分の二次応力に対する増加が小さくなっている。

また、Case A および B において、 Y が小さい領域でひずみの増分量が 10^{-8} オーダーで Y に依存しない領域（下部棚領域）が認められる。これは P 領域に対応すると考えられ、平板を仮定する Bree のモデル解析ではひずみ増分を生じないが、本解析対象では円筒形状

に起因する応力の非対称性からわずかのひずみの増分を生じたものと考えられる。言い換えれば、従来から設計規格に従うことで、P 領域が許容されてきており、この程度の 10^{-8} オーダーのひずみ増分はひずみの累積の上で有意でないと見なされてきたと考えられ、主ひずみ増分が 10^{-8} 程度以下であれば、ひずみの定量制限の評価が免除し得る見通しがある。ただし、この限界値は形状（ここでは w/R_{in} ）に依存する可能性がある。

Okamoto は、「相当塑性ひずみの増分がサイクルとともに減少傾向にあり、かつ 10^{-4} 以下となること」をひずみ累積の停止条件として提案している⁽¹²⁾。本解析例では、その許容限界は上部棚の下限付近であり、上記の P 領域の増分レベルよりもかなり大きい。これは Okamoto がひずみ集中を伴う構造の解析によって増分の許容限界を定めているためで、ひずみ集中部に対して得られた許容限界を、平滑部に適用するのは非安全側の扱いとなる。

Case C の低応力側では、厳密なシェイクダウンが成立し、ひずみの増分はゼロになった。このことは Bree 線図上で、 $X \geq 0.5$ の領域に P 領域がないことと整合する。

Fig. 5 Incremental strain per cycle versus secondary stress parameter in the Bree type ratcheting cylinder (Case A)

Fig. 6 Incremental strain per cycle versus secondary stress parameter in the Bree type ratcheting cylinder (Case B)

Fig. 7 Incremental strain per cycle versus secondary stress parameter in the Bree type ratcheting cylinder (Case C)

5・3 解析結果（相対弾性核寸法） 初期サイクル後、10 サイクル後および20 サイクル後における相対弾性核寸法を Y に対して、図8～図10に示す。これらの図から、弾性核の存在および大きさと図5～7のひずみの増分とは高い相関があることがわかる。P領域と目される低 Y 領域（ひずみ増分の下部棚領域）では相対弾性核寸法の熱サイクルを経た減少が小さい。ひずみの増分の上部棚領域では初回サイクルで既に弾性核が消失している。また、ひずみの増分の下部棚から上部棚に向かう遷移領域では、弾性核が明確な減少を示している。下部領域では、弾性核の減少率が小さい。

なお、本解析例の条件では不等式(6)における ρ_e の許容限界は0.05であり、ひずみ増分の下部棚領域であれば、20 サイクルまでは十分に上回っており、サイクルあたりの減少率も小さいことから、サイクル数が多くとも許容できる見通しがある。

Fig. 8 Relative elastic core size versus secondary stress parameter in the Bree type ratcheting cylinder (Case A)

Fig. 9 Relative elastic core size versus secondary stress parameter in the Bree type ratcheting cylinder (Case B)

Fig. 10 Relative elastic core size versus secondary stress parameter in the Bree type ratcheting cylinder (Case C)

6. 結 言

以上で、設計規格が採用するBree線図に基づく評価法をベースとして、三次元形状に対する適用性を確保し得る応力およびひずみの線形近似を要さない累積ひずみ評価法について検討し、以下を示した。

(1) 英国手順書 R5 を参考に、弾性解析に基づく場合、一次応力には参照応力を、二次応力範囲には内外表面から板厚の 10% 内部に入った点の応力範囲の大きい方を 1.25 倍したものをを用いることで、応力の線形化近似を行わずに Bree 線図が使用できる。

(2) 非弾性解析を行う場合は、基本的には高速増殖原型炉設計方針の定量制限に従うものとするが、保守的に想定サイクル後のピーク表面主ひずみが、板厚平均主ひずみの制限値以下であることを確認すれば、ひずみの線形近似を行わなくとも明らかに定量制限を満足することがわかる。ただし、この方法はひずみ集中を生じる構造に対して過度に安全側となる可能性がある。

(3) 簡便な線形ひずみ分布モデルに対する考察から、等価線形化主ひずみの定量制限と考え方の上で整合する、相対弾性核寸法の許容限界を提案した。この方法は条件によっては過度に保守的となる可能性があるが、ひずみの線形近似を要さず、ひずみ集中が高い条件下でも不利にならない。

(4) Bree モデルと同様な、内圧と繰返し熱応力を受ける円筒の弾完全塑性解析を行い、ピーク表面主ひずみの増分と相対弾性核寸法との間に明確な対応関係があることを確認した。これより、相対弾性核寸法の制限とピーク表面主ひずみの簡便制限のうち、いずれか一方を満足すればよいとできる見通しが得られた。また、Mises の降伏条件を仮定する弾塑性解析結果に基づくことで Tresca の条件に基づく従来の領域判定法高めの二次応力パラメータの許容限界を与えるが、その一次応力パラメータへの依存性は酷似しており、本論文提案法と従来法との整合性が確認された。

(5) ピーク表面主ひずみ増分には、二次応力パラメータに対する下部柵領域が存在し、 10^{-8} オーダーであれば、領域判定法における P 領域に相当し、定量制限を免除し得る見通しがある（現実には疲労損傷制限によっても回数が限定されることから、 10^{-6} 程度を免除の基準とできる可能性がある）。ただし、この基準値は形状依存性を持つと推定される。

三次元形状では、既存規格に許容限界が与えられていないため、従来法との比較に基づく検証は容易でないが、本論文提案法は相対弾性核寸法が最も小さくなる部分に着目することとなるため、全周に渡って同一の塑性域寸法を持つ軸対称体の場合よりも安全側の評価を与えると見込まれる。

文 献

- (1) ASME, *Boiler and Pressure Vessels Code*, Section III - Rules for Construction of Nuclear Facility Components, (2004).
- (2) JSME, *Codes for Nuclear Power Generation Facilities - Rules on Design and Construction for Nuclear Power Plants* -, JSME SNC1-2001, (2001). (in Japanese)
- (3) D. R. Miller, *Journal of Basic Engineering*, ASME, (1959), pp. 190-196.
- (4) ASME, *Boiler and Pressure Vessels Code*, Section III - Rules for Construction of Nuclear Facility Components, Subsection NH - Class 1 Components Elevated Temperature Services, (2004).
- (5) K. Iida, et al., *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 98, (1987), pp. 305-317.
- (6) J. Bree, *Journal of Strain Analysis*, Vol. 2 (1967), pp. 226-238.
- (7) British Energy, *Assessment Procedure for the High Temperature response of Structures*, R5 Issue 3, (2003).
- (8) JAPC, *Fast Breeder Reactor High Temperature Structural Design Guideline*, (1999). (in Japanese)
- (9) M. Kobayashi, et al., *International Journal of Plasticity*, Vol. 14, No. 4-5, (1998), pp. 373-390.
- (10) T. Igari, et al., *Transactions of 14th SMiRT*, Vol. F, Lyon, (1997), pp. 117-124.
- (11) <http://www.abaqus.com/>.
- (12) A. Okamoto, et al., *PVP-Vol. 439, Pressure Vessel and Piping Codes and Standards - 2002*, ASME2002, PVP2002-1222, (2002), pp. 57-64.
- (13) J. Bree, *Applied Solid Mechanics Conference (3rd)*, Guildford, (1989), pp. 322-335.