電磁界と構造力学に関する多領域多目的トポロジー最適化* (誘電体共振器アンテナの最適設計の場合)

野村 壮 史^{*1}, 佐藤 和 夫^{*2}
西脇 眞 二^{*3} 吉村 允 孝^{*4}

Multi-disciplinary Multi-objective Topology Optimization of Electromagnetics and Structural Mechanics (For Case of Optimal Dielectric Resonator Antenna Designs)

Tsuyoshi NOMURA^{*5}, Kazuo SATO,
Shinji NISHIWAKI and Masataka YOSHIMURA

^{*5} Toyota Central R & D Laboratories, Inc.,
41-1 Aza Yokomichi, Oaza Nagakute, Nagakute-cho, Aichi-gun, Aichi, 480-1192 Japan

The designs of on-board electronic devices used in automobiles need to satisfy not only electronic requirements but also physical requirements such as maintaining sufficient stiffness under loads. The development of multi-disciplinary optimization methods that also handle multi-physics issues can facilitate a systematic approach to the design of such devices. In this study, we propose a new multi-disciplinary topology optimization method that handles multi-physics phenomena, namely, the coupling of electromagnetic wave propagation problems with static structural mechanics problems. The Finite Difference-Time Domain method is used to solve the electromagnetic wave propagation problem, while the static structural mechanics problem is solved using the Finite Element Method. New relaxation schemes for the design domain and design variable settings are proposed to deal with the use of the different numerical methods. The integral reflection electric energy and the mean compliance are formulated as objective functions to be minimized in an optimization problem. A multi-objective function is also formulated based on a weighted sum formulation to deal with the two objective functions. The optimization algorithm is constructed based on sequential linear programming. A design example of a multiple-band dielectric resonator antenna is provided to show the usefulness of the proposed method.

Key Words: Optimum Design, Finite Difference Method, Finite Element Method, Structural Analysis, Electronics

1. 緒 言

近年の無線通信技術の発達に伴い、大容量の情報を迅速に伝達することが可能となってきた。自動車のような移動体においても例外ではなく、ETC、GPS、VICS、デジタル放送などの多くの無線通信利用技術が利用されている。また、レーダ、タイヤ空気圧センサ、スイッチ操作のワイヤレス化など、リモートセンシングなどのための電波利用も増えている。そして、このような、電波による大容量通信、多目的利用を行うために、現状の車両には 20 を超えるさまざまなアンテナが搭載されている。しかしながら、車両の安全技術の高度化、インテリジェント化、ITS 技術の

進歩によるさらなる電波利用の要求に対応するには、アンテナの数の増加には設置空間の制約から限界があり、アンテナの小形化・多機能化を目指した形状や構成の抜本的な見直しが必要となっている。さらに、車載を前提とした場合、アンテナには電磁波特性のみならず、十分な剛性や耐熱性など、機械部品としての基本特性を満足するように設計しなければならない課題もある。

アンテナの性能の解析・評価技術については、現在までに多くの方法が提案されている。特に、時間領域有限差分法(the Finite Difference-Time Domain method, 以下 FDTD 法と略す)⁽¹⁾やモーメント法⁽²⁾に基づく解析法は、実際のアンテナの性能評価に多用されている。しかし、アンテナ構造の最適化に関する研究事例は少なく、また、その事例においても、寸法最適化⁽³⁾や発見的手法⁽⁴⁾の適用に留まっている。

他方、1988 年に新しい構造設計法として提案されたトポロジー最適化手法⁽⁵⁾は、性能の抜本的改善が可能な構造の創出方法として、剛性最大化問題⁽⁶⁾、固有振

* 原稿受付 2007 年 4 月 18 日。

^{*1} 正員、(株)豊田中央研究所(〒480-1192 愛知県愛知郡長久手町大字長湫字横道 41-1)。

^{*2} (株)豊田中央研究所。

^{*3} 正員、京都大学工学研究科航空宇宙工学専攻。

^{*4} 正員、フェロー、京都大学工学研究科航空宇宙工学専攻。

E-mail: nomu2@mosk.tytlabs.co.jp

動数最大化問題⁽⁶⁾など多くの問題に適用され、著しい発展を遂げてきている。さらに近年では、高周波の電磁界問題への適用例として、有限要素法に基づくアンテナ基板構造の設計⁽⁷⁾や、FDTD法に基づくアンテナ自体の構造の設計⁽⁸⁾への適用が報告されている。しかし、これらの方法ではアンテナの電磁波特性の向上のみを考慮しており、前述のように車載などを前提とした機械的性能との両方を満足するアンテナを設計する方法の確立には至っていない。うえ、グレースケール除去の難しさの課題をもっている。また、複数の性能を取扱う多目的問題に関するトポロジー最適設計法⁽⁹⁾も報告されているが、剛性と振動特性の向上のような構造力学問題の領域のみを対象としている。

そこで本研究では、高効率な小形アンテナとして、近年注目されている誘電体共振器アンテナ (Dielectric Resonator Antenna, 以下DRAと略す)⁽¹⁰⁾の構造設計を対象に、電磁波伝搬問題と構造力学問題の複合領域に関連する電磁波特性と機械特性の向上を目的とした新しい多目的トポロジー最適設計法を構築する。すなわち、まず第一に、本研究の主要課題として、二つの複合領域に関連する特性の向上を目的とした場合について、パレート解を求める方法を開発する。しかし、得られたパレート解の中には、グレースケールを含む最適構造となり、すべてが物理的に意味のある妥当な解とはならないので、第二にそのパレート解の中から、物理的に意味のある妥当な解を選択する方法を検討する。以下、2章では、最初にトポロジー最適化の考え方を簡単に説明するとともに、近年新しい方法として提案されている材料分布の連続性を仮定した設計空間の緩和法⁽¹¹⁾に基づき、トポロジー最適化の複合領域の問題への展開方法について説明する。3章では、電磁波特性と機械特性を解析する方法を説明するとともに、それらの特性の向上を目指した二つの目的関数を定式化する。そして、これらを用いて多目的最適化問題を定式化し、その定式に基づき最適化アルゴリズムを構築する。

最後に、4章では、簡単なマルチバンドアンテナ設計例を示し、本研究で提案する方法の有効性を検証するとともに、本方法によりグレースケールの少ない設計解を選択できることを示す。

2. トポロジー最適化の方法

2.1 設計空間の緩和法と設計変数の設定 トポロジー最適化⁽⁵⁾の基本的な考え方は、拡張された固定設計領域 D と、次式で示す特性関数の導入にある。

$$\chi_D(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{if } \mathbf{x} \in \Omega_d \\ 0, & \text{if } \mathbf{x} \in D \setminus \Omega_d \end{cases} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $\mathbf{x}$ は固定設計領域内の位置、 Ω_d は本来の設計領域を示す。この特性関数 χ_D と固定設計領域 D を用いることにより、最適設計問題は固定設計領域 D における材料分布問題に置換えられる。そして、この特性関数 χ_D により、固定設計領域 D において任意の最適形状を表現することが可能となる。しかし、拡張された固定設計領域 D では、 χ_D はいたるところ不連続な特性をもつことになる。この問題を解決し、大域的観点から連続な値を得る設計空間の緩和方法として、均質化法⁽⁵⁾や密度法⁽¹²⁾が用いられている。ここでは、より簡易に定式化が可能である密度法の考え方に基いて設計空間の緩和を行う。すなわち、現象を記述するために必要な代表物理テンソルを $\mathbf{a}$ とすれば、

$$\mathbf{a}(\rho) = \mathbf{a}_0 + (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_0)\rho^p, \quad (0 \leq \rho \leq 1) \dots\dots\dots (2)$$

として大域的物性テンソルを求める。ここで、 ρ は正規化された体積密度で、空孔状態で0、充てん状態で1をとる。また、 $\mathbf{a}_0$ は空孔状態における物理テンソル量、 $\mathbf{a}_1$ は充てん状態における物理テンソル量を示し、 p は体積密度に対する材料特性へのペナルティを与えるパラメータである。そして、密度 ρ を設計変数とし、密度分布を最適化することにより最適設計解を得る。

前述のように、本研究ではDRAの設計を対象に、電磁波伝搬問題と構造力学問題の二つの領域についての最適化を同時に行う。DRAは誘電体材料で構成されており、電磁波伝搬問題では比誘電率 ϵ_r が代表物理テンソルとなる。よって、式(2)より比誘電率 ϵ_r と設計変数 $\rho(\mathbf{x})$ との関係を、次式で表す。

$$\epsilon_r(\rho(\mathbf{x})) = \epsilon_r^{\text{air}} + (\epsilon_r^{\text{solid}} - \epsilon_r^{\text{air}})\rho(\mathbf{x})^{p_{\text{dielec}}} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 ϵ_r^{air} は空気の比誘電率、 $\epsilon_r^{\text{solid}}$ は誘電体材料の比誘電率である。ここでは、等方材料を仮定して、比誘電率をスカラーの実数として表す。なお、 p_{dielec} の値についてであるが、等方性の誘電体材料においては、誘電率と誘電体の含有率、すなわち体積密度には物理的に比例関係があると考えられることと、文献(13)で述べたように、電磁波伝搬問題ではペナルティを与えるパラメータ p_{dielec} を構造力学問題のように1より大きい値に設定しても、グレースケールを減少させることができない理由から、ここでは $p_{\text{dielec}}=1$ に設定した。

他方、構造力学問題では、誘電体を線形弾性体でモデル化する。そして、弾性テンソル $\mathbf{C}$ を代表物理テ

ンソルとし、式(2)より弾性テンソルと設計変数 $\rho(\mathbf{x})$ との関係は次式で表す。

$$\mathbf{C}(\rho(\mathbf{x})) = \mathbf{C}^{\text{solid}} \rho(\mathbf{x})^{p_{\text{elast}}} \dots\dots\dots (4)$$

なお、空孔状態では弾性係数は0であるので、上式では、 $\mathbf{C}^{\text{air}}=0$ としている。また、ペナルティを与えるパラメータ p_{elast} は、グレースケールを減少させるため SIMP 法の考え方⁽¹⁴⁾ に基づき3に設定した。

2・2 材料分布の連続性を考慮した離散化

本研究では、電磁界解析には FDTD 法を用い、構造力学解析には有限要素法 (Finite Element Method, 以下 FEM と略す) を用いる。FEM では、物性値の空間的な不連続を許容するが、FDTD 法では、連続であることを必要とするため、物性値の不連続の生じる離散化の方法は用いることができない。材料密度分布 $\rho(\mathbf{x})$ を数値的に取扱う場合にも空間の離散化が必要となるが、これに関しても連続性が保証される離散化の方法が必要となる。

従来までの FEM を用いたトポロジー最適化⁽¹⁴⁾ では、設計変数となる離散化された密度について、その位置を有限要素の中心に設定し、有限要素内の密度は一定であると仮定して離散化している。よって、隣接する要素どうしの境界にて密度および物性テンソルは不連続になるので、本研究ではこの離散化の方法は利用できない。

他方、チェッカボードなどのトポロジー最適化の数値的不安定問題を抜本的に解決する方法として、材料分布の連続性を仮定した設計空間緩和および離散化の方法⁽¹¹⁾ が提案されている。この方法では、設計変数となる離散化された密度を有限要素の節点に配置し、離散化された密度間の値を補間関数を用いて連続的に分布させる。すなわち、固定設計領域 D における体積密度の分布 $\rho(\mathbf{x})$ を、次式で表す。

$$\rho(\mathbf{x}) \approx \sum_{j=1}^n N_j(\mathbf{x}) R_j \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 R_j は有限要素の節点 j における正規化され

た体積密度 $\rho(\mathbf{x})$ の値、 N_j は補間関数である、この方法を用いれば、材料物性値も有限要素節点の間において補間され、空間的な連続分布が保証される。そこで、本研究においてもこの離散化の方法を用いることにする。なお、式(5)における設計変数の配置は、本研究においても FEM に用いる節点と同一とし、補間関数 N_j には C^0 連続な最も簡単な関数として、双一次関数を用いる。

次に、FDTD 法と密度分布の離散化の整合性について検討する。

FDTD 法の解析空間は、図1に示す、二つの直交格子からなる Yee セル⁽¹⁾ を用いて分割される。Yee セルによる空間の離散化では、二つの直交格子を電界格子、磁界格子(それぞれ、図1の E grid と H grid) とし、互いに xyz のすべての方向に $1/2$ 格子間隔分ずらして配置する。そして、状態変数である電界および磁界ベクトルの各成分、 $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$ を、それぞれ電界格子と磁界格子の各辺の midpoint に配置する。ここで、設計変数である離散化された密度は、有限要素との整合性を確保するため、図1の○印に示すように、電界格子の頂点に配置する。そして、電界格子上に配置された設計変数の値から、電界節点、磁界節点上の正規化された体積密度を式(5)を用いて求める。なお、FDTD 法では解析時に直交構造格子を必要とするので、構造力学解析の有限要素分割も FDTD 法の電界格子配置に一致するように設定する。

3. 最適化問題の定式化

本研究では、DRA⁽¹⁰⁾ の設計問題を対象に、方法論の構築を行う。DRA は自由空間中の誘電体共振器の放射現象を利用した、セラミックス等の誘電体材料で作られたアンテナである。DRA の特徴には、高周波数帯でも電波損失が小さい点や、誘電体セラミックス充てん樹脂を用いることにより、三次元形状アンテナを低コストに大量生産できる点がある⁽⁸⁾。

3・1 電磁波伝搬問題の設定

図2に、DRA 設計のための固定設計領域および電磁界解析の解析領域を示す。立方体形状の解析領域の上面、側面を吸収境界条件で囲み、自由空間中を電磁波が伝搬する状態を表す。これらの吸収境界条件には Perfectly Matched Layer⁽¹⁵⁾ (以下、PML と略す) を用いる。底面は完全導体境界条件で遮へいし、無限地板をモデル化する。設計領域は、図2に示すように、無限地板上に設置された直方体の領域とし、無限地板の中央下部に垂直に接続された同軸ケーブルから、設計領域に貫入した針状電極を介して電気信号を設計領域に受け渡す。な

Fig. 1 Yee cell and design variable layout

Fig. 2 DRA analysis model

お、ケーブルの下端は Mur 一次吸収境界条件⁽¹⁶⁾で終端している。

図2に示す解析領域における電磁波伝搬問題は、次式に示すマクスウェル方程式で記述される。すなわち、簡単のため電波損失はないものと仮定すれば、

$$\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{E}, \quad \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{H} \quad \cdots \cdots (6)$$

で表される。ここで、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{E}$ 、 μ 、 ε 、 t はそれぞれ磁界、電界、透磁率、誘電率、時間である。ここでは、上式を FDTD 法により時間領域において解く。

3・2 構造力学問題の設定 次に、図2の固定設計領域に構造力学解析のための解析条件を示す。図2に示したように、アンテナ上部中央からの荷重が作用する場合を想定し、直方体の設計領域の底面の四隅を変位拘束し、上面中央の円状の領域に荷重を負荷した場合について考える。設計対象は線形弾性体とし、簡単のため物体力は考慮しない。このような線形弾性場における釣合い方程式を弱形式で記述すれば、次式となる。

$$\int_{\Omega} \mathbf{u}^* : \mathbf{C} : \mathbf{u} d\mathbf{x} = \int_{\Gamma_t} \mathbf{t} \cdot \mathbf{u}^* d\Omega \quad \cdots \cdots (7)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ は変位、 $\mathbf{u}^*$ は仮想変位、 $\mathbf{C}$ は弾性テンソル、 Γ_t は表面力を与えた境界、 $\mathbf{t}$ は表面力である。ここでは、上式を FEM により解く。

3・3 電磁波伝搬問題における目的関数の設定

アンテナ設計において満足すべき最も基本的な要件は、電気回路から供給された電気信号をできるだけ多く空間中に放射することである。この放射された電気信号の量は、放射電力量 W_{rad} により定量的に評価できるため、この場合の目的関数は放射電力量 W_{rad} の

最大化にすればよい。しかし、この放射電力量の算出には、アンテナ構造全体を内包する閉曲面上での電磁界を面積積分する必要がある、計算過程が複雑になる。一方、解析空間における電波損失を無視した場合、給電点における入力電力 P_{in} と、放射電力 P_{rad} 、および反射電力 P_{ref} の間には

$$P_{\text{in}} = P_{\text{rad}} + P_{\text{ref}} \quad \cdots \cdots (8)$$

なる関係が成り立つ。このため、入力電力が一定とした場合、放射電力の最大化は反射電力の最小化により達成できることになる。この反射電力は、給電点における電力の計算のみで得られ、その時間積分である電力量 W_{ref} の計算も極めて容易になる。そこで、本研究では、放射電力量の最大化と等価となる給電点における反射電力量 W_{ref} の最小化を目的関数とする。なお、今回の問題設定では、給電点は、同軸ケーブルの midpoint に設定している。また、後に示す数値例では、アンテナの評価尺度として反射係数を示すが、これは入力電力 P_{in} に対する反射電力 P_{ref} の比として表され、アンテナの最も基本的な性能指標となっている。

上述の給電点における反射電力量 W_{ref} は、次式で求められる。

$$W_{\text{ref}} = \int_0^T \int_{\Omega_{\text{obs}}} \frac{1}{2} |\mathbf{E}_{\text{obs}}(t) - \mathbf{E}_{\text{in}}(t)|^2 d\Omega dt \quad \cdots \cdots (9)$$

ここで T は電磁界解析終了までの経過時間、また、 Ω_{obs} は、反射電力量を算出するための観測面であり、ここでは給電点を取り囲む閉曲面である。 $\mathbf{E}_{\text{obs}}(t)$ は、 Ω_{obs} にて得られる電界で、 $\mathbf{E}_{\text{in}}(t)$ は、 $\mathbf{E}_{\text{obs}}(t)$ のうちの入射パルスによる電界である。この $\mathbf{E}_{\text{in}}(t)$ は、アンテナ形状に依存しないため、あらかじめ算出でき、最適化過程を通じて同じ値を用いることができる。

なお、式(9)に示したように、目的関数は時間領域における反射電力の時間積分値で表され、目的関数の値は入射パルスの与え方に左右される。ここでは、スペクトルがガウス分布となるガウシアンパルスを、入射パルスとして与える。ガウシアンパルスは、中心周波数でスペクトルの最大値をとり、スペクトルが最大値の半分以上である周波数帯域幅を半値幅と呼ぶ。したがって、中心周波数と半値幅を適切に設定することにより、アンテナの放射効率を最大化したい周波数帯域を設定することができる。

3・4 構造力学問題における目的関数の設定

構造力学的な観点において、アンテナ設計の満足すべき要件は、アンテナに作用する荷重に対して、十分な剛性をもつことにある。ここでは、次式に示す平均コンプライアンス $I(\mathbf{u})$ を最小化⁽⁵⁾することにより、アン

テナ構造の剛性最大化を図る。

$$l(\mathbf{u}) = \int_{\Gamma_t} \mathbf{t} \cdot \mathbf{u} d\Omega \dots\dots\dots (10)$$

3.5 多目的最適化問題の定式化 前述のように本最適化問題は、電磁波伝搬問題と構造力学問題のそれぞれに対し目的関数をもつ多目的最適化問題となる。このような多目的問題を解く方法として、重み付け総和法⁽¹⁷⁾や、 ϵ 制約法⁽¹⁸⁾などの種々の方法が提案されている。この中で、重み付け総和法は、パレート面が凸でない場合、解が得られない欠点をもつものの、定式化とパレート解の求解が最も簡易に行える方法として広く利用されている。そこで、本研究でもこの重み付け総和法を用いて多目的問題を解く。以下、重み付け総和法に基づき、以下のように最適化問題を定式化する。

$$\begin{aligned} &\text{Minimize}_{\rho} \quad F = w \frac{W_{\text{ref}}}{W_{\text{init}}} + (1-w) \frac{l(\mathbf{u})}{l(\mathbf{u})^{\text{init}}} \\ &\text{subject to: } 0 \leq \rho \leq 1 \\ &V = \int_D \rho d\Omega \leq V^U \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

Maxwell's equations in Eq. (6)

Elastic equation in Eq. (7)

ここで、 W_{ref} 、 $l(\mathbf{u})^{\text{init}}$ はそれぞれ初期設計解における反射電力量、コンプライアンスの値である。 w は重み係数で $0 \leq w \leq 1$ の値をとる。 V は、設計対象の構造物の体積、 V^U はその最大許容値である。

3.6 最適化の方法 図3に最適化アルゴリズムのフローチャートを示す。図3に示したように、最初に、電磁波伝搬問題にはFDTD法、構造力学問題にはFEMを用いて、それぞれ数値解析により解く。次に、目的関数と、設計領域における体積を算出する。そして、目的関数が収束すれば最適化アルゴリズムを停止

する。収束しなければ随伴変数法⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾を用いて設計変数に関する目的関数と体積の感度を計算する。そして、この値を用いて、逐次線形計画法(Sequential Linear Programming, 以下SLPと略す)⁽¹²⁾により、設計変数を更新し、最初のステップに戻る。なお、最適化の初期設計解として、固定設計領域 D のすべての設計変数 ρ の値を0.5に設定した。SLPで必要となる線形計画問題の求解には、COIN-ORパッケージ⁽²¹⁾のCLPを、FDTD法の実装には内製コードを、FEMの実装には、クラスライブラリ deal. II⁽²²⁾⁽²³⁾をそれぞれ用いた。また、FEMの解析には、8節点のアイソパラメトリック要素を用いた。

4. 数 値 例

4.1 問題設定 解析領域および設計領域は、3・1節の図2に示すように設定した。解析領域は $L_x=L_y=L_z=60$ mmの立方体形状とし、下面から10 mmの位置に、完全導体の水平板を設定した。設計領域は $D_x=D_y=32$ mm、 $D_z=8$ mmの直方体形状とし、前述のように、固定設計領域の底面の四隅の半径2 mm以内を変位拘束し、上面中央の半径2 mmの領域に荷重1 Nを負荷した。そして、5.0 GHzと7.0 GHzの近辺の二つの周波数領域において、アンテナの放射電力量が最大になるようマルチバンドアンテナを設計するため、入射パルスには、中心周波数をそれぞれ5.0 GHzと7.0 GHzとし、半値幅は両方とも0.5 GHzとするガウシアンパルスの混合パルスを与えた。さらに、設計領域の体積の最大許容値 V^U は、固定設計領域 D の50%に設定した。

4.2 パレート解とグレースケールの関係 図4に、横軸を正規化反射電力量 $W_{\text{ref}}/W_{\text{ref}}^{\text{init}}$ 、縦軸を正規化平均コンプライアンス $l(\mathbf{u})/l(\mathbf{u})^{\text{init}}$ に設定し、パレート解を示す。○印で示している点については、そのときの最適形状と重み係数 w の値を○印の近くに表示している。なお、三次元の密度分布の表示法としては等値面表示が一般的だが、グレースケールの有無が可視化できない。そこで、グレースケールが見える形で外形を表示するため、空孔に相当する $R_i=0$ をとる節点を除外したうえで要素表面を表示している。そして、要素表面の色は、白が設計変数0、黒が設計変数1を表す。

パレート解は、式(11)の重み係数 w の値の変化に対して W_{ref} の変化が大きかった $w=0.0$ から $w=0.1$ の間においては、 w を0.01ごとに、 W_{ref} の変化が小さかった $w=0.1$ から $w=1.0$ の間においては、 w を0.1ごとに変化させて求めている。

Fig. 3 Flowchart of optimization procedure

Fig. 4 Pareto solutions

図4より、反射電力量 W_{ref} と平均コンプライアンス $l(u)$ には相反傾向にあることがわかる。すなわち、アンテナの電磁波伝搬性能を向上させれば剛性は低下し、逆に、剛性を向上させれば電磁波伝搬性能は低下することがわかる。

前報⁽¹³⁾で説明したように、電磁波伝搬問題は多峰性をもち、ペナルティを与えるパラメータ p_{dielec} を1以上に設定しても、グレースケールを減少させることができない。これに対して、構造力学における剛性最大化問題⁽¹⁴⁾は、目的関数が設計変数に関して単調性をもち、ペナルティを与えるパラメータ p_{elast} を適切に設定することにより、グレースケールを含まない最適構造が得られる。ここでは、電磁波伝搬問題と剛性最大化問題を同時に解くことにより、パレート解の中から、 p_{elast} の効果に由来するグレースケールの少ない解の選択方法を考える。

まず、グレースケールの発生状況を明らかにするため、グレースケールを定量的に評価する指標を定式化する。グレースケールは、設計変数である正規化された体積密度が0より大きく1より小さい値をもつ場合に生じるから、グレースケールの定量的評価尺度、すなわちグレースケール率を次式のように定義する。

$$G = \# \{ \mathbf{R}_i | 0 < \mathbf{R}_i < 1 \} / \# \{ \mathbf{R} \} \quad \cdots \cdots \cdots (12)$$

ここで、 $\#$ は集合の要素数を表す。すなわち、このグレースケール率が大きければ設計領域に多くのグレースケールが存在し、逆に小さければ、グレースケールが少ないことがわかる。そして、グレースケール率0の場合、すべての設計変数の値が0または1となることを意味する。上式を用いて、図5に重み係数 w に対する、グレースケール率 G と二つの目的関数 $W_{\text{ref}}/$

Fig. 5 Relation of objective functions, grayscale ratio G and weighting factor w

$W_{\text{ref}}^{\text{init}}$, $l(u)/l(u)^{\text{init}}$ の関係を示す。図5に示したように、反射電力量 W_{ref} は、重み係数 w を0から増加していった場合、 $w=0.03$ までに急激に減少し十分小さい量となる。よって、十分な電磁波特性を維持するためには重み係数 w を0.03以上にする必要がある。他方、平均コンプライアンス $l(u)$ は、 $w=0.5$ 以下であれば十分小さい値であることがわかる。したがって、この問題では、 $0.03 \leq w \leq 0.5$ の範囲内であれば、両方の目的を同時に満たす設計解が得られることがわかるため、この中から、グレースケールの少ない物理的に妥当な解を選択する。

グレースケール率 G に着目すると、重み係数 w が0.03以上では、グレースケール率 G は大きく増加する。これは、 w が十分小さければ剛性最大化問題の特徴が顕著となり、ペナルティを与えるパラメータ p_{elast} が有効に働きグレースケールが抑制されるが、逆に、 w が大きくなると、電磁波伝搬問題の特徴が現

れ、グレースケールが発生するためであると考えられる。したがって、グレースケールが少ない物理的に合理的な最適構造を選択するには、重み係数 w が 0.03 以下である必要がある。

以上の考察結果から、適切な重み係数 w の値は問題に依存するが、今回の事例では、重み係数 w が 0.03 の場合の最適構造を選択すれば、グレースケールが少なく、さらに二つの目的関数の最適値が物理的に妥当な値である最適構造が得られることがわかる。

4・3 最適構造の評価 ここでは、重み係数 w が 0.03 の場合の最適構造について、その具体的な最適構造の形状と物理的特性について検討してみる。図 6 に重み係数 w が 0.03 の場合の最適構造について、入力電力 P_{in} に対する反射電力 P_{ref} の比である反射係数

Fig. 6 Reflection coefficient of optimal solution

(Reflection coefficient)の周波数応答を示す。なお、比較のため、重み係数 w を 0 とし、コンプライアンス最小化のみを考慮した場合の最適形状の反射係数の周波数応答も示す。また、図 6 の網掛けの領域は、反射電力量の最小化をねらった周波数である 5.0 GHz と 7.0 GHz を中心とする 0.5 GHz の帯域について、アンテナの動作周波数帯域とされる -10 dB 以下の領域を示している。なお、図 6 では、縦軸に反射係数を表記しており、アンテナの共振周波数にて反射係数が下にピークをもつことを注記しておく。図 6 から、 -10 dB 以下に達する明確な共振点は、 $w=0$ の場合は、4.24 GHz に一つあるのみであるのに対し、 $w=0.03$ の場合には、5.0 GHz 近辺に二つ、7.0 GHz 近辺に四つ、合計六つ存在することがわかる。さらに、 $w=0.03$ の場合は、応答が網掛けの範囲内にあり、5.0 GHz と 7.0 GHz のそれぞれの領域で 0.5 GHz 以上の動作帯域幅を確保できていることがわかる。

図 7 と図 8 に、重み係数 w がそれぞれ 0 と 0.03 の場合の最適構造、および、これらの設計解の、底面から 1 mm 間隔で底面に平行な面における最適構造の断面図を示す。

また、図 9 に、近傍の電界分布を正規化した絶対値を用いて表示する。表の上段に、5.0 GHz 近辺の共振周波数について、表の中段および下段に、7.0 GHz 近辺の共振周波数について、底面に並行な面での断面で表示する。断面の底面からの高さは、それぞれの周波数にて電界強度が強い高さを選び、その高さを各図の下に周波数と併記する。

図 7 と図 8 を比較すると、 w が 0 と 0.03 のいずれ

Fig. 7 Optimal configuration and horizontal cross-sections when $w=0$ (only mean compliance considered)

Fig. 8 Optimal configuration and horizontal cross-sections when $w=0.03$

Fig. 9 Normalized amplitude of electric field at resonance frequencies

の場合も、グレースケールは最適形状の境界近辺に限られた箇所にわずかに見られるだけで、なおかつチェッカーボードも存在しない、明りようで物理的に妥当な構造が得られていることがわかる。

また、両最適構造とも類似したテーブル形の形状となっているが、底面より 8 mm 上の断面構造を比較してみると、 w が 0 の場合には、図 7, 8 に示したように四つの方向に対称な構造になっているのに対して、 w が 0.03 の場合には二つの方向に対称な構造となっており、対称方向の数が減少している。図 9 の近傍界分布表示を見ると、 $w=0$ の場合、共振周波数である 4.24 GHz にて、断面構造同様、四方向対称のモードであるのに対し、 $w=0.03$ の A, B では、二つの共振周波数において、それぞれ異なる対角線方向に直交する形のモードで共振していることがわかる。これは、アンテナ構造の二つの対角線方向の長さを変えることでモードの多重化を解消し、二つの共振点を 5.0 GHz 付近に共存させているものと考えられる。

また、底面より 3 mm から 5 mm 上の最適構造を比較すると、 w が 0 の場合には充てん構造になっているのに対して、 w が 0.03 の場合には、図 8 の 4 mm の図に示すように、針状電極を囲むようにつながった、形状の異なる四つの空けきができることがわかる。近傍界分布表示を見ると、 $w=0$ の場合では、7.0 GHz においても、4.24 GHz の場合と同様に四方向対称のモードである。また、電界強度も、7.0 GHz 付近には共振点がないため、誘電体構造に沿ってわずかに

電界が強まっているだけである。これに対し、 $w=0.03$ の C, D, E, F では、四つの空けきが電界の弱い位置に対応し、それぞれ非対称のモードをとり、各周波数で異なる箇所電界が強くなっている。これにより、四つの共振点が動作帯域付近に生成されていると考えられる。

以上より、本研究で提案する方法により、グレースケールのない物理的な妥当な構造をもつアンテナを設計可能であることがわかった。

5. 結 言

本研究では、誘電体共振器アンテナの構造設計を対象に、電磁波伝搬問題と構造力学問題の複合領域に関連する電磁波特性と機械特性の向上を目的とした新しい多目的トポロジー最適設計法を構築した。さらに、簡単な設計例により本方法の有効性を検証した。得られた結果を以下にまとめる。

- (1) 電磁波伝搬問題と構造力学問題の設計要件を明確化するとともに、電磁波伝ば問題では、反射電力量の最小化を、構造力学問題では、平均コンプライアンス最小化として目的関数を定式化した。
 - (2) 電磁波伝搬問題と構造力学問題を統一的に扱える設計空間の緩和法を提案するとともに、FDTD 法と FEM の二つの数値解析手法との整合性を確保した材料分布の離散化法を開発した。
 - (3) 電磁波伝搬問題と構造力学問題を同時に考慮可能な多目的最適化問題を定式化した。その定式化に基づき、SLP を用いた最適化アルゴリズムを開発した。
 - (4) 誘電体共振器アンテナの設計例について、パレート解を求めた。それにより、電磁波特性と剛性に相反傾向があることがわかった。
 - (5) グレースケールの定量的評価尺度として、グレースケール率を提案した。これを用いて、最適構造のグレースケールの割合と重み係数、さらに目的関数との関係を示した。その結果、適切な重み係数を設定することにより、電磁波伝搬性能と剛性を同時に確保しながら、グレースケールを最小限に抑えた、物理的に妥当な最適構造が得られることがわかった。
- FDTD 法による感度解析法の研究に多大なご協力をいただいた北見工業大学の柏達也先生、熊本電波高専の田口健治先生に、謝意を表す。

文 献

- (1) Yee, K., Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic

- media, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 14, No. 3 (1966), pp. 302-307.
- (2) Mei, K. K., On the integral equations of thin wire antennas, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 13 (1965), pp. 374-378.
 - (3) Li, Z. et al., Designing broad-band patch antennas using the sequential quadratic programming method, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 45 (1997), pp. 1689-1692.
 - (4) Johnson, J. M. and Rahmat-Samii, Y., Genetic algorithms and method of moments (GA/MOM) for the design of integrated antennas, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 47 (1999), pp. 1606-1614.
 - (5) Bendsoe, M. P. and Kikuchi, N., Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71 (1988), pp. 197-224.
 - (6) Ma, Z. D. et al., Structural topology and shape optimization for a frequency response problem, *Computational Mechanics*, Vol. 13, No. 3 (1993), pp. 157-174.
 - (7) Kiziltas, G. et al., Topology design optimization of dielectric substrates for bandwidth improvement of a patch antenna, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 51, No. 10 (2003), pp. 2732-2743.
 - (8) Nomura, T. et al., Topology optimization method for antenna design using ftd method, *IEICE Transactions on Communications, Series B (Japanese Edition)*, Vol. J 89-B, No. 12 (2006), pp. 2196-2205.
 - (9) Maeda, Y. et al., Structural topology optimization of vibrating structures with specified eigenfrequencies and eigenmode shapes, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 67, No. 5 (2006), pp. 597-628.
 - (10) Long, S. A. et al., The resonant cylindrical dielectric cavity antenna, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 31, No. 3 (1983), pp. 406-412.
 - (11) Matsui, K. and Terada, K., Continuous approximation of material distribution for topology optimization, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 59, No. 14 (2004), pp. 1925-1944.
 - (12) Yang, R. and Chuang, C., Optimal topology design using linear programming, *Computers and Structures*, Vol. 52, No. 2 (1994), pp. 265-275.
 - (13) Nomura, T. et al., Structural topology optimization for the design of broadband dielectric resonator antennas using the finite difference time domain technique, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 71, No. 11 (2007), pp. 1261-1296.
 - (14) Bendsoe, M. P., Optimal shape design as a material distribution problem, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 1, No. 4 (1989), pp. 193-202.
 - (15) Berenger, J., A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves, *J. Computat. Phys.*, Vol. 114 (1994), pp. 185-200.
 - (16) Mur, G., Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations, *IEEE Transaction on Electromagnetic Compatibility*, Vol. 23 (1981), pp. 377-382.
 - (17) Zadeh, L., Optimality and non-scalar-valued performance criteria, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 8, No. 1 (1963), pp. 59-60.
 - (18) Haimes, Y. et al., On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 1, No. 3 (1971), pp. 296-297.
 - (19) Nikolova, N. K. et al., Sensitivity analysis with the FDTD method on structured grids, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 52, No. 4 (2004), pp. 1207-1216.
 - (20) Furusaki, M. et al., Fdtd sensitivity analysis using the adjoint variable method, *IEICE technical report. Antennas and propagation*, Vol. 105, No. 188 (2005), pp. 143-148.
 - (21) Lougee-Heimer, R., The common optimization interface for operations research, *IBM Journal of Research and Development*, Vol. 47, No. 1 (2003), pp. 57-66.
 - (22) Bangerth, W. et al., deal. II—a general purpose object oriented finite element library, *ACM Trans. Math. Software*, Vol. 33, No. 4, Article 24, (2007).
 - (23) Bangerth, W. et al., *deal. II Differential Equations Analysis Library, Technical Reference* (2007), <http://www.dealii.org/>