弾性半空間中の微小平面き裂からの SH 衝撃波反射応答*

三 浦 公 久^{*1}Reflection Response of SH Transient Waves
from a Micro Plane Crack in Elastic Half-SpaceKimihiisa MIURA^{*2}^{*2} Department of Mechanical Engineering, Akita University,
1-1 Tegata-Gakuen-cho, Akita-shi, Akita, 010-8502 Japan

SH transient problem for the elastic half-space including a micro plane crack is considered. If there is no crack we can exactly analyze this problem with application of the Cagniard method. Even if there is a crack we can correctly estimate the stress response at the crack position on the arrival time of wave-front incoming to the crack. The calculated stress value at the crack position is newly defined as the stress boundary condition. The transient reflection response spreading outward from the crack can be analyzed by using the Wiener-Hopf technique. The reflection region from the crack is shifted by the parallel translation and the rotation of the coordinate, and is superimposed on the no crack response region. Finally, for stress, strain energy and displacement, the transient responses are calculated for all wave field and shown in the form of the contour mapping representation.

Key Words: Transient Analysis, SH Wave, Cagniard Method, Wiener-Hopf Technique, Micro Plane Crack

1. 緒 言

健全性評価のために材料を非破壊検査する場合と同様、アクティブソナーや超音波頭微鏡などでは基本的に衝撃音波エネルギーの射出による対象物からの反射エネルギーを検出することで材料欠陥や介在物などの波動情報を入手しており、ほかにも同様な工学技術は産業界で多岐にわたって利用されている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。このような問題をき裂の動的、衝撃的応答問題に代表させて解析的に扱う場合、波源での負荷条件とき裂位置での境界条件などが与えられ、混合境界値問題として積分方程式を解くこと⁽⁴⁾⁽⁵⁾になる。また、この種の数値計算は容易には扱えないことから、数値結果を応答の全波動場にわたって俯瞰的に表現することなどは非常に難しかった。衝撃波の波動伝ばの現象を考える場合では、波源からの波頭発生とき裂などの観察対象物からの応答とは独立に起こりうるものであり、波頭伝ば問題とき裂からの波頭反射問題をそれぞれ独立な線形問題として解析し、実時間・実空間的に重ね合わせた

ほうがより合理的な解析となる。そのため、微小き裂からの衝撃波反射問題を、独立した弾性半空間に対する衝撃問題として厳密解を求め、ウィーナー・ホッフ (Wiener-Hopf) の手法⁽⁶⁾を使って無限体の解を創出する問題に置換えて解析する。これをき裂のない半空間の応答に重ね合わせた最終的な数値計算結果を検討することで解析の有効性を判断する指標にできる。このようにき裂を有する衝撃問題を解決するためには、弾性半空間に対する厳密解が与えられていること、き裂位置での二次的な境界条件の設定と全方位に広がる反射波頭の表現法や実時間・実空間での波源からの波頭とき裂からの反射応答の重ね合わせのメカニズムの検討など、多くの課題をクリアしなければならない。ここでは、1 個の微小平面き裂を有する均質等方弾性半空間における面外縦せん断衝撃問題を例にとり、波源とき裂位置の 2 箇所に時間経過による異なる衝撃負荷を与え、それらを波源点とする二つの弾性半空間に対する厳密解を別々にカニヤール (Cagniard) 法⁽⁷⁾によって導く。さらに、解析接続、座標の回転と平行移動、応答の重ね合わせを伴う数値実験を通して波動場全体の解析の合理性と工学的有用性について検討する。

* 原稿受付 2007 年 5 月 17 日。

^{*1} 正員、秋田大学工学資源学部 (☎ 010-8502 秋田市手形学園町 1-1)。

E-mail: kmiura@ipc.akita-u.ac.jp

2. 解 析

均質等方弾性半空間の自由表面に SH 衝撃荷重が作用する面外変形問題における衝撃応答を考える。図 1 に示すように、座標 (x_c, y_c) には一つの平面き裂が自由表面に対して ϕ の傾きをもって存在している。ここで考える平面き裂は衝撃波線 1 本だけを反射する微小平面き裂と仮定し、衝撃波頭反射解析においてはき裂座標 (x_c, y_c) を座標原点とする X - Y 局所回転座標を考える。半空間内部の微小き裂に自由表面での衝撃負荷による波頭が入射する場合、入射と同時に生じる二次的な衝撃負荷は、波源点から幾何学的にエネルギーを減衰させながら広がる衝撃円筒波として到達した衝撃エネルギーと等価になると考えられる。微小き裂からの衝撃反射応答はき裂面を延長した仮想の平面境界に面外線衝撃を与えた場合を考え、解析領域となる $Y \geq 0$, $Y \leq 0$ の場合の二つの解を解析接続することによって一体化し無限体の衝撃応答の解として扱う。これによって最終的な全波動場の衝撃応答はき裂のない場合の応答とき裂からの衝撃反射応答の重ね合わせで表現される。

2・1 弾性半空間における SH 衝撃解析 き裂がない場合の弾性半空間における衝撃応答の厳密解の導出を最初に考える。この解が得られると、き裂位置からの衝撃反射応答も X - Y 局所回転座標と反射後の経過時間を適宜変化させ、入射衝撃エネルギーを新たな境界条件とした衝撃問題として同様に扱うことができる。

き裂がない場合の弾性半空間の SH モードの運動方程式は

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$

ここで

$$c = \sqrt{\mu/\rho} \quad (2)$$

Fig.1 Reflection of SH transient waves from a micro plane crack

であり、 w は z 方向変位、 c は半空間自由表面での SH 波の位相速度、 μ は横弾性係数、 ρ は媒質の質量密度である。

応力を求める構成方程式は

$$\tau_{yz} = \mu \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3)$$

$$\tau_{xz} = \mu \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4)$$

境界条件は

$$[\tau_{yz}]_{y=0} = Q\delta(x)H(t) \quad (5)$$

として与えられ、ここで Q は作用力振幅、 $\delta(\cdot)$ はディラックのデルタ関数、 $H(\cdot)$ はヘビサイドステップ関数である。

初期条件は

$$[w]_{t=0} = [\dot{w}]_{t=0} = 0 \quad (6)$$

またフーリエとラプラスの積分変換はそれぞれ

フーリエ変換対

$$\mathcal{F}[w] \equiv \bar{w}(s\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} w(x) e^{-is\xi x} dx \quad (7)$$

$$\mathcal{F}^{-1}[\bar{w}] \equiv w(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{w}(s\xi) e^{-is\xi x} d(s\xi) \quad (8)$$

ラプラス変換対

$$\mathcal{L}[w] \equiv w^*(s) = \int_0^{\infty} w(t) e^{-st} dt \quad (9)$$

$$\mathcal{L}^{-1}[w^*] \equiv w(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{Br} w^*(s) e^{st} ds \quad (10)$$

ここで、式(10)の Br は Bromwich-Wagner の積分を表す。

基礎式をフーリエ・ラプラス変換すれば

$$\frac{\partial^2 \bar{w}^*}{\partial y^2} - s^2(\xi^2 + v^2) \bar{w}^* = 0 \quad (11)$$

ここで、 v は次式で表される SH 波スローネスである。

$$v = 1/c \quad (12)$$

$\text{Re } s > 0$ で $\text{Re} \sqrt{\xi^2 + v^2} > 0$ とすると、変位 w の変位解は

$$\bar{w}^* = A \exp[-s\sqrt{\xi^2 + v^2}y] \quad (13)$$

よって

$$\bar{\tau}_{yz}^* = -\mu A s \sqrt{\xi^2 + v^2} \exp[-s\sqrt{\xi^2 + v^2}y] \quad (14)$$

また境界条件から

$$[\bar{\tau}_{yz}^*]_{y=0} = \frac{Q}{s} \quad (15)$$

これを式(14)に代入すると未定係数 A は

$$A = -\frac{Q}{\mu s^2 \sqrt{\xi^2 + v^2}} \quad (16)$$

したがって、変位と応力の変換解は

$$\bar{w}^* = -\frac{Q}{\mu s^2 \sqrt{\xi^2 + v^2}} \exp[-s\sqrt{\xi^2 + v^2} y] \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\bar{\tau}_{yz}^* = \frac{Q}{s} \exp[-s\sqrt{\xi^2 + v^2} y] \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\bar{\tau}_{xz}^* = \frac{iQ\xi}{s\sqrt{\xi^2 + v^2}} \exp[-s\sqrt{\xi^2 + v^2} y] \quad \dots\dots\dots (19)$$

これらをカニヤール法⁽⁷⁾によってフーリエ・ラプラス二重逆変換し、最終的な応力と変位の解を無次元座標で整理して示すと

$$\tau_{yz} = \frac{Q}{2\pi} H(\tau - R) \frac{2y\tau}{R^2 \sqrt{\tau^2 - R^2}} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\tau_{xz} = \frac{Q}{2\pi} H(\tau - R) \text{Im} \left[\frac{\xi_+}{\sqrt{\xi_+^2 + 1}} \frac{\partial \xi_+}{\partial \tau} - \frac{\xi_-}{\sqrt{\xi_-^2 + 1}} \frac{\partial \xi_-}{\partial \tau} \right] \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$w = -\frac{Q}{\mu} \int_R^\tau \text{Re} \left[\frac{1}{\sqrt{\xi_+^2(\sigma) + 1}} \frac{\partial \xi_+(\sigma)}{\partial \sigma} - \frac{1}{\sqrt{\xi_-^2(\sigma) + 1}} \frac{\partial \xi_-(\sigma)}{\partial \sigma} \right] d\sigma \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここで

$$\xi_{\pm} = \frac{\pm y\sqrt{\tau^2 - R^2} + i\tau R}{R^2} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \dots\dots\dots (24)$$

また、応力解を使ってひずみエネルギー U を導くと

$$U = \frac{1}{2} \tau_{ij} \varepsilon_{ij} \quad \dots\dots\dots (25)$$

より、次式のように表される。

Fig. 2 Convergence property for the transient responses of the stress τ_{yz}

$$U = \frac{1}{2\mu} (\tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2) \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここで、無次元座標変数は

$$x' = \frac{x}{ct}, \quad y' = \frac{y}{ct}, \quad \tau = \frac{act}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \xi' = c\xi \quad \dots\dots\dots (27)$$

として与え、 a は正の実数とした。さらに、 $x = x'$, $y = y'$, $\xi = \xi'$ とすると、SH 衝撃波頭は式 (20)～(22) からわかるように $\tau = a$ で $R = a$ に到達し、 x 軸上では $x = \pm a$ に、 y 軸上では $y = a$ に到達する。

2.2 微小平面き裂からのSH 衝撃波の反射解析

図1のように均質等弾性半空間中の座標 (x_c, y_c) の位置に傾き ϕ の微小平面き裂が存在する。2.1節で弾性半空間のSH 衝撃問題の厳密解が得られたので、無次元波頭到達時間 $\tau = \tau_c$ でき裂位置に入射する衝撃波の応力とひずみエネルギーの値が計算できる。また、波源からき裂までの距離 R_c は

$$R_c = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} \quad \dots\dots\dots (28)$$

一般的に平面境界を含む弾性体中をSH 衝撃波が伝ばするときの波頭反射解析では反射界面において鏡像法が使われ、波の反射による応力や変位の連続条件などの物理的条件をすべて満足させている⁽⁸⁾。この手法では反射界面は時間経過とともに現れるのでそれぞれの波頭が界面に到達したときにその都度鏡像法が適用される。本問のように反射界面を反射点として考えた場合でも鏡像法と同様に波の反射の物理的条件をすべて満足する新たな波源による波頭伝ばを考えることができる。つまり、き裂面を仮想の自由境界とする弾性半空間を考えると、得られたき裂位置での衝撃エネルギーを座標変換して新たな衝撃応力の境界条件として与えることで2.1節と同様に解くことができる。この解は解析接続によって無限体の解に拡張でき、き裂からの反射応答は x - y 空間全体に円筒形に広がる。これらの波頭は半空間自由表面に戻って、さらなる反射を引き起こすが、ここではこのような多重反射は考慮しないことにする。き裂への入射衝撃を調べるため2.1節の厳密解を精査すると、式(3)、(4)の関係から応力 τ_{xz} の値が τ_{yz} の値を x - y 平面で原点を中心に反時計方向に 90° 回転させた値として表される。さらに τ_{yz} を数値計算することにより図2のような幾何学的なエネルギー減衰を示し、それらは時間とともに一定値に漸近することが見てとれる。図2の縦軸は τ_{yz}/Q 、横軸は無次元時間 τ であり、5個の個別のき裂位置を想定して、図2(a)は半空間の震央に置いた場合を、図2(b)は波源から $R_c = 0.5$ の一定距離で角度変化させて置いた場合をそれぞれプロットしたもので

ある。図2(b)は R_c が一定のため衝撃波頭が同時刻に到達する図を見やすくするため位置1~5に対して $\tau=0.1$ ずつ横にシフトさせてプロットしている。また、半空間自由表面では $\tau_{yz}=0$ となり、波源点で ∞ となるため、5の位置は $x_c=0.5 \sin[(16/36)\pi]$, $y_c=0.5 \cos[(16/36)\pi]$ の値を代入しており、零にはなっていない。図2(a), (b)とも $\tau=2.0$ までの応答であるが $\tau=10.0$ で計算した太破線にほぼ漸近していることがわかる。両図とも太破線と比べて $\tau=2.0$ で13%, $\tau=3.0$ で5%程度異なる応答値となっているが、波頭近傍と比べて極端に小さい値なので $\tau=2.0$ の値でも応答表現に大きく影響しない。

次に図2で、き裂位置 (x_c, y_c) での τ_{yz} について考えてみる。 τ_{yz} が幾何学的に最も減衰しない方向は震央直下であり、き裂面が入射波線と垂直な場合である。つまり、 $\phi + \theta = 0$ より

$$\tau_{yz}|_{y=y_c}^{\tau=0} = Q \cos(\phi + \theta) / \pi y_c \cdots \cdots (29)$$

震央直下では時間経過とともにこの値に漸近していくと考えられる。き裂位置が (x_c, y_c) の場合では τ_{yz} の漸近値は次の値に近づいていく。

$$\tau_{yz}|_{y=y_c}^{\tau=\tau_c} = Q \cos(\phi + \theta) / \pi R_c \cdots \cdots (30)$$

式(29), (30)の値は図2の破線と比べても0.5%以下の精度でほぼ同じ値であり、 τ_{yz} は $R_c \leq 1$ なら $\tau=2.0$ でもほぼ収束することがわかる。式(30)よりき裂に入射する波線がき裂面に対して垂直になるとき τ_{yz} が最大に、 τ_{xz} が最小になり、二つの応力に関わる主応力面とすることができる。これらのことをまとめると図3のように、波源での境界条件 B.C.1 に対してき裂面での二次的な境界条件 B.C.2 を設定することができる。したがって、 $\Phi = \phi + \theta = 0$ で与えられる主応力面での X - Y 座標系の境界条件を

$$\tau_{yz}|_{Y=0} = Q_c \delta(X) H(\tau - \tau_c) \cdots \cdots (31)$$

$$\tau_{xz}|_{Y=0} = 0 \cdots \cdots (32)$$

として考える。このとき、 $\Phi=0$, $x=x_c$, $y=y_c$, $\tau=$

τ_c での x - y 座標での応力 τ_{yz} の表現は

$$\tau_{yz} = Q_c \delta(x - x_c) \delta(y - y_c) H(\tau - \tau_c) \cdots \cdots (33)$$

ここで

$$\Phi = \arctan(x_c/y_c) + \phi \cdots \cdots (34)$$

$$Q_c = Q \cos \Phi / \pi R_c \cdots \cdots (35)$$

X - Y 座標系で境界条件(31), (32)としたときの衝撃解析は2.1節の厳密解をそのまま適用でき、さらに $Y \leq 0$ の場合に対しても無次元時間 τ が $\tau_c \leq \tau$ の範囲で数値計算できるので二つの解を解析的に接続することによって無限体における円筒波の伝ば形状を形成することができる。

2.3 微小平面き裂を有する弾性半空間の SH 衝撃

解析 無次元時間 τ を用いると波源で発生した衝撃波は $\tau=1.0$ で $R=1.0$ に達する。ここではき裂が $R_c \leq 1.0$ の範囲内に存在する場合を考える。図4のように波源から発した衝撃波はき裂位置に到達すると、き裂からの衝撃反射波を発生し、その波頭は波源からの波頭に内接する。二つの波頭は基になる座標系も異なるためき裂からの反射応答を x - y 座標系に変換し、波源点をき裂位置に平行移動してから重ね合わせる。図4に示されるようにこれらの干渉領域は $\tau=\tau_1$ のときの衝撃応答に関しては $0 \leq \tau \leq \tau_1$ に対する計算点メッシュ数 n で決まり、 n も $0 \leq \tau \leq 1.0$ に対する計算メッシュ数 N から求められる。干渉領域半径の計算点メッシュ数 M_{tc} , τ_x に対するメッシュ数 M_{tx} , τ_y に対するメッシュ数 M_{ty} を計算して求めると、入射波に対する反射波の重ね合わせ位置を具体的に決定できる。この場合、計算点メッシュ1メモリ分以内の誤差が生じるが、これは計算点メッシュ数を増やすことで解消でき、コンピュータの計算容量にだけ依存するので近い将来64ビットアーキテクチャに移行するパーソナルコンピュータでの取扱いでも格段の精度向上が見込まれる。図4に現れる各パラメータの表現は次のようになる。

Fig. 3 Boundary condition 1 and 2 for the half-space and the micro plane crack

Fig. 4 Image of the transient reflection response from a crack

$\tau=1.0$ のときの計算点メッシュ数 N における $\tau=\tau_1$ での衝撃応答パラメータの算定に対して

$$\tau_2 = \tau_1 - \tau_c \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$\tau_x = \tau_1 + \tau_c \sin \theta - \tau_2 \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$\tau_y = \sqrt{\tau_c^2 - \tau_c^2 \sin^2 \theta} - \tau_2 \quad \dots\dots\dots (38)$$

τ_a に対応する無次元距離 R_a についても同様に

$$R_2 = R_1 - R_c \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$R_x = R_1 + R_c \sin \theta - R_2 \quad \dots\dots\dots (40)$$

$$R_y = \sqrt{R_c^2 - R_c^2 \sin^2 \theta} - R_2 \quad \dots\dots\dots (41)$$

とすると

$0 \leq \tau \leq \tau_1$ に対する計算点メッシュ数

$$n = \text{int}(N \cdot R_1) \quad \dots\dots\dots (42)$$

$\tau_c \leq \tau$ のときの干渉領域半径に対する計算点メッシュ数

$$M_{tc} = \text{int}(n \cdot R_2) \quad \dots\dots\dots (43)$$

x 方向距離 R_x に対する計算点メッシュ数

$$M_{tx} = \text{int}(n \cdot R_x) \quad \dots\dots\dots (44)$$

y 方向距離 R_y に対する計算点メッシュ数

$$M_{ty} = \text{int}(n \cdot R_y) \quad \dots\dots\dots (45)$$

ここで, $\text{int}(A)$ は実数値 A の整数化を表している。

全波動場の解の導出の手順を示すと、波源で発生した衝撃波頭は無次元時間 $\tau = \tau_c$ でき裂に到達するため、 $\tau = \tau_c$ 以前の時間ではき裂がない場合の応答、 $\tau = \tau_c$ 以降ではき裂がない場合の衝撃応答とき裂がある場合の衝撃反射応答との重ね合わせとなる。よって、き裂のない場合の応答を $f_1(x, y, \tau)$ 、き裂による反射応答を $f_2(x, y, \tau - \tau_c)$ とすると、SH 衝撃荷重によるき裂がある場合の全波動場の衝撃応答 $f(x, y, \tau)$ は次のように表される。

$\tau < \tau_c$ のとき

$$f(x, y, \tau) = f_1(x, y, \tau) \quad \dots\dots\dots (46)$$

$\tau \geq \tau_c$ のとき

$$f(x, y, \tau) = f_1(x, y, \tau) + f_2(x, y, \tau - \tau_c) \quad \dots\dots\dots (47)$$

$\tau \geq \tau_c$ のときの衝撃応答だけを具体的に示せば

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \tau_{yz}(x, y, \tau) \\ \tau_{xz}(x, y, \tau) \end{bmatrix}_1 \\ &+ \begin{bmatrix} \cos \phi + \sin \phi & \cos \phi - \sin \phi \\ \sin \phi - \cos \phi & \sin \phi + \cos \phi \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} \tau_{yz}(x_r, y_r, \tau - \tau_c) \\ \tau_{xz}(x_r, y_r, \tau - \tau_c) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (48) \end{aligned}$$

であり、右辺第 1 項目の下添字 1 はき裂のない場合の応答を示す。ここで (x_r, y_r) は

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (49)$$

であり、観測点座標 (x, y) との関係は次のように表される。

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_x + R_2 \\ R_y + R_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (50)$$

3. 数 値 計 算 例

数値計算には無次元時間 τ が導入され固有な寸法がどこにも現れないので、数値計算のために特定の材料を選定する必要はなく、一般の均質等方弾性体として応答を表現できる。弾性半空間の応答とき裂からの反射応答は独立して計算され、弾性半空間上に設定された計算メッシュ点上で重ね合わせられる。そのため最大で計算メッシュ 1 メモリ分の重ね合わせ誤差が生じる。各成分の衝撃応答はき裂の座標位置を与えるだけで数値計算できるようにプログラミングされているが、ここでは比較のためき裂位置が $(0.25, 0.5)$ 、 $(-0.75, 0.25)$ の二つの場合に対して調べ、等高線表示は応答変化を見やすくするため交互に色の濃淡をつけて表現した。

図 5 は $\phi=0$ での応力 τ_{yz}/τ_{yz0} の応答であり、 τ_{yz0} は波源点近傍 $(0, 0.0125)$ の τ_{yz} の値であり、 $\tau_{yz}/\tau_{yz0} \leq 1.0$ である。 $\phi=0$ のき裂面に対して入射側は負、透過側は正の値になっている。応力値は $-0.1 \leq \tau_{yz}/\tau_{yz0}$

Fig. 5 Contour mapping representation of the stress τ_{yz}/τ_{yz0} with the crack coordinate $(0.25, 0.5)$

Fig. 6 Contour mapping representation of the stress τ_{xz}/τ_{yz0} with the crack coordinate $(0.25, 0.5)$

Fig. 7 Contour mapping representation of the strain energy U/U_0 with the crack coordinate (0.25, 0.5)

Fig. 8 Contour mapping representation of the displacement w/w_0 with the crack coordinate (0.25, 0.5)

≤ 0.1 で打ち切り, $\tau_{yz}/\tau_{yz0}=0.01$ のきざみで等高線を入れている。

図6は τ_{xz}/τ_{yz0} の応答であり, き裂からの反射応答は τ_{yz} の場合を反時計方向に 90° 回転させた応答となっており, 応力値の範囲は図5と同じである。

図7はひずみエネルギー U/U_0 の応答であり, 応答値は正值となり $0 \leq U/U_0 \leq 0.2$ に対して 0.02 刻みで等高線を入れている。波源とき裂座標を結ぶ線に対し, $\phi=0$ ではき裂からの反射応答が $Y=0$ に対して対称となっていることがわかる。

Fig. 9 Transient reflection responses from a micro plane crack with the crack coordinate (-0.75, 0.25)

Fig. 10 Transient reflection responses of U/U_0 at the different non-dimensional times with the crack coordinate (0.25, 0.5)

Fig. 11 Transient reflection responses of U/U_0 at the different angles with the crack coordinate (0.25, 0.5)

図8は変位 w/w_0 の応答であり、 $0 \leq w/w_0 \leq 0.9$ に対して $w/w_0 = 0.05$ 刻みで等高線を入れている。変位の応答は波頭位置で零から立上がり、波源点に向かって単調に大きくなっている。変位の計算には30点分のガウス・ルジャンドル数値積分が使われた。

図9はき裂位置が $\phi = 0$ 、き裂座標 $(-0.75, 0.25)$ の場合に対して τ_{yz}/τ_{yz0} 、 τ_{xz}/τ_{xz0} 、 U/U_0 、 w/w_0 の応答を示したものである。反射波頭の大きさはき裂座標 $(0.25, 0.5)$ の場合とは異なるが X - Y 座標に対する対称性などは全く同様な傾向を示していることがわかる。

図10は $0.5 \leq \tau \leq 1.0$ 、 $\phi = 0$ 、き裂座標 $(0.25, 0.5)$ の場合の U/U_0 に対する無次元時間 τ を変化させた場合の応答である。 $\tau = 0.50$ では波頭がき裂位置に達しておらず、到達後は反射応答の円筒直径が対称性を保ちつつ次第に大きくなることがわかる。

図11は U/U_0 、 $\tau = 1.0$ 、き裂座標 $(0.25, 0.5)$ に対して角度 ϕ を変化させたものである。 $\phi = 90^\circ$ 付近ではき裂面は波頭入射とほぼ平行になるため衝撃反射応答が極端に小さくなっている。

4. 結 言

弾性半空間に微小平面き裂が存在するときの SH

衝撃応答を解析した。結果をまとめると

(1) き裂のない場合の衝撃応答から半空間の任意点での波頭入射衝撃を厳密に評価できるため、衝撃波線1本だけを反射すると仮定した微小平面き裂からの衝撃反射応答を、解析接続、座標回転と平行移動、解の重ね合わせによって合理的に解析することができた。

(2) き裂からの衝撃応答を半空間の厳密解から物理的に解析したため、1個のC言語プログラミングで任意位置、任意角度で存在する微小き裂に対する応答を自動的に計算できる。また、線形解析のため重ね合わせが可能となり、複数のき裂からの反射現象にも問題なく応用できる。

(3) 応力に加えて、スカラー量として与えられるひずみエネルギーや変位の応答も計算したため、半空間の自由表面やき裂位置での応力の境界条件をひずみエネルギーに計算し直すだけで材料物性値を変えることなく、そのまま気体や流体などの音響媒体の圧力や変位の衝撃応答として利用でき、工学的に非常に有用な基礎解析と位置づけられる。

(4) 解析的に解が得られることと、現象的にもほぼ妥当な数値結果が得られたことから、今後一般的な鏡像法と組み合わせることによって半無限長、有限長さ

裂の衝撃反射解析も可能になると期待される。

文 献

- (1) Bossy, E. et al., Three-Dimensional Simulations of Ultrasonic Axial Transmission Velocity Measurement on Cortical Bone Models, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 115, No. 5 (2004), pp. 2314-2324.
- (2) Choi, J. W. and Dahl, P. H., Measurement and Simulation of the Channel Intensity Impulse Response for a Site in the East China Sea, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 119, No. 5 (2006), pp. 2677-2685.
- (3) Shimada, M. et al., Thickness Measurement of Corroded Steel Plates Using Soft Element Probs, *Journal of the Japanese Society for Non-Destructive Inspection*, Vol. 56, No. 4 (2007), pp. 198-204.
- (4) Li, C. et al., Torsional Impact Response of a Penny-Shaped Interface Crack in Bonded Materials with a Graded material Interlayer, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 69 (2002), pp. 303-308.
- (5) Wang, Y. S. et al., On the Mechanical Modeling of Functionally Graded Interfacial Zone with a Griffith Crack: Anti-Plane Deformation, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 70 (2003), pp. 676-680.
- (6) Achenbach, J. D., *Wave Propagation in Elastic Solids*, (1973), pp. 357-390, North-Holland.
- (7) Miura, K., Simple Calculation for SH Transient Wave Front Propagating through a Linear Gradient Inhomogeneous Half-Space, *Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 67, No. 663 (2001), pp. 1742-1746.
- (8) Ma, C. C. and Chen, S. K., Exact Transient Full-Field Analysis of an Antiplane Subsurface Crack Subjected to Dynamic Impact Loading, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 61 (1994), pp. 649-655.