減衰を考慮した二層複合薄膜の一般化された一次元熱弾性解析*

芦田 文博^{*1}, 須見 尚文^{*2}
坂田 誠一郎^{*1}, 前田 真由子^{*3}One-Dimensional Generalized Thermoelastic Analysis of
a Two-Layered Composite Thin Film with DampingFumihiko ASHIDA^{*4}, Naobumi SUMI,
Sei-ichiro SAKATA and Mayuko MAEDA^{*4} Department of Electronic and Control Systems Engineering, Shimane University,
1060 Nishikawatsu-cho, Matsue-shi, Shimane, 690-8504 Japan

This paper deals with one-dimensional generalized thermoelasticity in a composite thin film constructed of a piezoceramic layer and a structural layer, when damping effect is taken into account. The film is initially at reference temperature and subjected to a ramp heating on the free surface of the piezoceramic layer. By applying Lord and Shulman's theory, the governing equations for the temperature changes, heat fluxes, particle velocities, axial stresses and electric field intensity are reduced to a system of nine first-order partial differential equations. This problem has been numerically analyzed by employing the method of characteristics. Finally, the effect of a damping coefficient on time histories of the temperature changes, axial stresses and electric field intensity are illustrated graphically.

Key Words: Elasticity, Thermal Stress, Thermal Shock, Numerical Analysis, Generalized Thermoelasticity, Piezoelectric Composite Film, Method of Characteristics

1. 結 言

圧電材料は、電気場と弾性場の間の連成効果によってセンサ機能やアクチュエータ機能を発現するために、スマート構造物の素子として注目されている。近年、ナノオーダーの厚さの圧電性薄膜が開発され、基板材料層に圧電セラミックス層を重ねた機能性薄膜構造物が作成されるようになっている。このような薄膜に超高速レーザが照射されたときや超音波が励起されたときなどには熱衝撃現象が生じ易いため、複合薄膜に生じる波動現象を解明しておくことは、薄膜の動的強度を評価する上で重要である。

薄膜などの熱衝撃問題では熱波と応力波の伝播速度及び温度場とひずみ場の間の連成効果を考慮して解析する必要性があり、これまで数多くの一般化された熱弾性問題が解析されて来ている^{(1) (2)}。圧電材料に関する一般化された線形熱弾性理論は Chandrasekharaiah⁽³⁾に

よって確立された。この理論又は拡張された理論を適用して、圧電材料製の棒^{(4) (5)}、平板⁽⁶⁾及び無限体や半無限体⁽⁷⁾の一般化された熱弾性問題が解析されている。これらの報告では理論解析にラプラス変換法が適用され、逆変換は級数展開による方法または数値的な方法で行われているため、短時間内の数値結果しか示されていない。これに対して、須見⁽⁸⁾は圧電材料平板の一般化された熱弾性問題を特性曲線法によって解析し、長時間に亘って数値結果を示している。ところで、物体内を伝播する応力波は粘弾性の影響により時間経過につれて減衰するが、これまでに報告された論文ではこの減衰が考慮されていないようである。

そこで、本研究では、基板材料層に圧電セラミックス層が完全に接着された二層複合薄膜に熱衝撃が作用した場合の一般化された一次元熱弾性を、粒子速度の減衰を考慮して解析を行っている。このとき、粘弾性的特性を表すために、減衰共鳴型の力学的モデル⁽⁹⁾を採用した。解析には特性曲線法を適用し、温度変化、応力及び電界の強さを長時間にわたって数値的に求めた。さらに、粒子速度の減衰係数や層厚比が、温度変化、応力及び電界の強さの時間経過に及ぼす影響を明らかにした。

* 原稿受付 2007 年 8 月 30 日。

^{*1} 正員, 島根大学総合理工学部 (☎ 690-8504 松江市西川津町 1060)。^{*2} 正員, 静岡大学教育学部 (☎ 422-8529 静岡市駿河区大谷 836)。^{*3} 富士通テン(株) (☎ 652-8510 神戸市兵庫区御所通 1-2-28)。
E-mail: ashida@ecs.shimane-u.ac.jp

2. 問題設定と基礎方程式

2・1 問題設定 図1に示すように、厚さ h_p の圧電セラミックス層（結晶族6mm）が、厚さ h_s の基板材料層（等方性体）に完全に接着された二層複合薄膜を考える。初め基準温度で一様な状態の複合薄膜において、ある時間から圧電セラミックス層の自由表面（ $z=0$ ）が急激に加熱されて表面の温度が T_c だけ上昇し、基板材料層の自由表面（ $z=h$ ）は基準温度に保たれているものと仮定する。このとき、温度場の初期条件と境界条件は、基準温度 T_0 からの温度変化を T_p と T_s とすると

$$t=0 \quad \text{で} \quad T_p = T_s = 0 \quad (1)$$

$$z=0 \quad \text{で} \quad \begin{cases} T_p = (t/t_r) T_c & (0 \leq t \leq t_r) \\ T_p = T_c & (t > t_r) \end{cases} \quad (2)$$

$$z=h_p \quad \text{で} \quad T_p = T_s, \quad q_{pz} = q_{sz} \quad (3)$$

$$z=h \quad \text{で} \quad T_s = 0 \quad (4)$$

と与えられる。ここで、添字 p の付いた記号は圧電セラミックス層に関する量を、添字 s の付いた記号は基板材料層に関する量を表す。また、 q_{iz} は熱流束、 t は時間、及び t_r はランプ加熱の立ち上がり時間である。

一方、弾性場と電気場の境界条件は

$$z=0 \quad \text{で} \quad \sigma_{pz} = 0, \quad D_{pz} = 0 \quad (5)$$

$$z=h_p \quad \text{で} \quad \sigma_{pz} = \sigma_{sz}, \quad v_p = v_s, \quad D_{pz} = 0 \quad (6)$$

$$z=h \quad \text{で} \quad \sigma_{sz} = 0 \quad (7)$$

と表される。ここで、 σ_{iz} は応力、 v_i は粒子速度、及び D_{pz} は電束密度である。尚、本問題の場合、圧電セラミックス層の電束密度は零となるため、電気場の境界条件は恒等的に満たされている。

Fig. 1 Analytical model of a composite thin film

2・2 基礎方程式 Lord と Shulman⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾の一般化された一次元熱弾性理論に基づき、図1に示した二層複合薄膜の解析を行う。基板材料層において、粒子速度の減衰を考慮したときの運動方程式、弾性場の構成方程式、修正されたフーリエの法則、及び温度場と弾性場の間の連成を考慮したときの熱伝導方程式は、次に示す通りである。

$$\frac{\partial \sigma_{sz}}{\partial z} - \rho_s \frac{\partial v_s}{\partial t} - \zeta_s v_s = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \sigma_{sz}}{\partial t} - c_{s33} \frac{\partial v_s}{\partial z} + \beta_{s3} \frac{\partial T_s}{\partial t} = 0 \quad (9)$$

$$\tau_{s0} \frac{\partial q_{sz}}{\partial t} + q_{sz} + k_{s3} \frac{\partial T_s}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial q_{sz}}{\partial z} + \rho_s C_{sv} \frac{\partial T_s}{\partial t} + T_c \beta_{s3} \frac{\partial v_s}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

ここで、 ρ_i は密度、 ζ_i は粒子速度の減衰係数、 c_{i33} は弾性定数、 β_{i3} は熱応力係数、 τ_{i0} は緩和時間、 k_{i3} は熱伝導率、及び C_{iv} は比熱である。

一方、圧電セラミックス層において、粒子速度の減衰を考慮したときの運動方程式、弾性場の構成方程式、電気場の構成方程式、修正されたフーリエの法則、及び温度場と弾性場の間の連成を考慮したときの熱伝導方程式は、次に示す通りである。

$$\frac{\partial \sigma_{pz}}{\partial z} - \rho_p \frac{\partial v_p}{\partial t} - \zeta_p v_p = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial \sigma_{pz}}{\partial t} - c_{p33} \frac{\partial v_p}{\partial z} + e_{p3} \frac{\partial E_{pz}}{\partial t} + \beta_{p3} \frac{\partial T_p}{\partial t} = 0 \quad (13)$$

$$e_{p3} \frac{\partial v_p}{\partial z} + \eta_{p3} \frac{\partial E_{pz}}{\partial t} + p_{p3} \frac{\partial T_p}{\partial t} = 0 \quad (14)$$

$$\tau_{p0} \frac{\partial q_{pz}}{\partial t} + q_{pz} + k_{p3} \frac{\partial T_p}{\partial z} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial q_{pz}}{\partial z} + \rho_p C_{pv} \frac{\partial T_p}{\partial t} + T_c \beta_{p3} \frac{\partial v_p}{\partial z} = 0 \quad (16)$$

ここで、 E_{pz} は電界の強さ、 e_{p3} は圧電係数、 η_{p3} は誘電率、及び p_{p3} は焦電率である。

以上より、本題は、式(1)～(7)の初期条件と境界条件の下に、式(8)～(16)の9個の偏微分方程式を解いて、9個の未知量 σ_{sz} 、 v_s 、 T_s 、 q_{sz} 、 σ_{pz} 、 v_p 、 T_p 、 q_{pz} 及び E_{pz} を求める問題に帰着される。

3. 特性曲線法による解析

3・1 特性曲線方程式 基板材料層についての基礎式(8)～(11)及び圧電セラミックス層についての基礎式(12)～(16)をそれぞれ行列表示すると

$$\mathbf{A}_s \frac{\partial \mathbf{w}_s}{\partial t} + \mathbf{B}_s \frac{\partial \mathbf{w}_s}{\partial z} + \mathbf{C}_s = 0 \quad (17)$$

$$\mathbf{A}_p \frac{\partial \mathbf{w}_p}{\partial t} + \mathbf{B}_p \frac{\partial \mathbf{w}_p}{\partial z} + \mathbf{C}_p = 0 \quad (18)$$

と表される。ここで、それぞれの行列 $\mathbf{w}_i$ 、 $\mathbf{A}_i$ 、 $\mathbf{B}_i$ 及び $\mathbf{C}_i$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{w}_s = \begin{bmatrix} v_s \\ \sigma_{sz} \\ q_{sz} \\ T_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_s = \begin{bmatrix} -\rho_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \beta_{s3} \\ 0 & 0 & \tau_{s0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_s C_{sv} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -c_{s33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{s3} \\ T_c \beta_{s3} & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_s = \begin{bmatrix} -\zeta_s v_s \\ 0 \\ q_{sz} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w}_p = \begin{bmatrix} v_p \\ \sigma_{pzz} \\ E_{pz} \\ q_{pz} \\ T_p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} -\rho_p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & e_{p3} & 0 & \beta_{p3} \\ 0 & 0 & \eta_{p3} & 0 & p_{p3} \\ 0 & 0 & 0 & \tau_{p0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_p C_{pv} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{p33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_{p3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{p3} \\ T_c \beta_{p3} & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_p = \begin{bmatrix} -\zeta_p v_p \\ 0 \\ 0 \\ q_{pz} \\ 0 \end{bmatrix}$$

式 (17) と (18) の連立偏微分方程式を解くために、特性曲線法⁽¹⁾を適用する。基板材料層について、

$$\det \left(\mathbf{A}_s \frac{dz}{dt} - \mathbf{B}_s \right) = 0 \quad (19)$$

を解くと、4本の特性曲線が得られる。

$$\frac{dz}{dt} = \pm V_{s1}, \pm V_{s2} \quad (20)$$

これらの特性曲線に沿う特性曲線方程式は、次の常微分方程式で与えられる。

$$m_{1i} \frac{d\sigma_{sz}}{dt} - m_{2i} \frac{dv_s}{dt} + m_{3i} \frac{dq_{sz}}{dt} + m_{4i} \frac{dT_s}{dt} + m_{5i} q_{sz} - m_{6i} v_s = 0 \quad (i=1 \sim 4) \quad (21)$$

同様に、圧電セラミックス層についても、次のように

$$\frac{dz}{dt} = \pm V_{p1}, \pm V_{p2}, 0 \quad (22)$$

5本の特性曲線が得られ、これらの特性曲線に沿う特性曲線方程式は、次の常微分方程式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} l_{1i} \frac{d\sigma_{pzz}}{dt} - l_{2i} \frac{dv_p}{dt} + l_{3i} \frac{dq_{pz}}{dt} + l_{4i} \frac{dT_p}{dt} + l_{5i} q_{pz} - l_{6i} v_p &= 0 \quad (i=1 \sim 4), \\ l_{15} \frac{d\sigma_{pzz}}{dt} + l_{25} \frac{dE_{pz}}{dt} + l_{35} \frac{dT_p}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

ここで、 V_{sj} と V_{pj} はそれぞれ基板材料層と圧電セラミックス層において導関数の不連続量が伝播する速度、 m_{ji} と l_{ji} は既知の係数行列である。

3・2 数値計算法 図2に示すように、特性曲面 (z, t) を圧電セラミックス層については特性曲線 $dz/dt = \pm V_{p1}$ で、基板材料層については $dz/dt = \pm V_{s1}$ でそれぞれ微小格子網に分割する。さらに、図2に例示したように、圧電セラミックス層の格子網 DABC において、格子点 D を通り傾き $dz/dt = \pm V_{p2}$ の2本の特性曲線を引いて AB 及び CB と交わる点を E 及び F とすると、格子点 D を通る $dz/dt = 0$ の特性曲線を含め、合計5本の特性曲線 AD, BD, CD, ED 及び FD が得られる。これらの特性曲線に沿って式 (23) をそれぞれ数値積分すると5元の連立方程式が導かれ、格子点 D における5つの未知量 v_p , σ_{pzz} , E_{pz} , q_{pz} 及び T_p が求められる。

同様に、基板材料層についても、 $dz/dt = \pm V_{s1}$ と $dz/dt = \pm V_{s2}$ に対応して、4本の特性曲線 GI と HI 及び JI と KI が得られる。従って、これらの特性曲線に沿って式 (21) を数値積分すると4元の連立方程式が導かれ、格子点 I における4つの未知量 v_s , σ_{sz} , q_{sz} 及び T_s が求められる。

圧電セラミックス層と基板材料層との境界上では、格子点 N を通り傾きが $dz/dt = V_{p2}$ の特性曲線を引き LR と交わる点を P、傾きが $dz/dt = -V_{s2}$ の特性曲線を引き MR と交わる点を Q とする。格子点 N を通る特性曲線 LN, PN 及び $dz/dt = 0$ に対する特性曲線 RN に沿って式 (23) を、特性曲線 MN と QN に沿って式 (21) をそれぞれ数値積分し、式 (3) と (6) の境界条件を適用すると9元の連立方程式が導かれ、格子点 N における9つの未知量 v_p と v_s , σ_{pzz} と σ_{sz} , q_{pz} と q_{sz} , E_{pz} 及び T_p と T_s が求められる。

圧電セラミックス層の自由表面上においては、未知量を求めるための特性曲線が3本となるが、式 (2) と (5) の境界条件より T_p と σ_{pzz} が規定されるため、3本の特性曲線から導かれる3元の連立方程式を解くと、残りの3

Fig. 2 Characteristic networks

つの未知量 q_{pz} , v_p 及び E_{pz} が求められる。

同じように、基板材料層の自由表面においても、未知量を求めるための特性曲線が2本となるが、式(4)と(7)の境界条件より T_s と σ_{sz} が規定されるため、2本の特性曲線から導かれる2元の連立方程式を解くと、残りの2つの未知量 v_s と q_{sz} が求められる。

4. 数値計算

4・1 計算条件 数値計算に当たり、圧電セラミックス層と基板材料層にはそれぞれPZTとMgOを選んだ。PZT4の材料定数は

$$\begin{aligned}\rho_p &= 7500 \text{ kg/m}^3, \quad C_{pv} = 420 \text{ J/kgK} \\ \alpha_{pz} &= 0.9 \times 10^{-5} \text{ 1/K}, \quad c_{p33} = 115 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \\ \beta_{p3} &= 3.6 \times 10^6 \text{ N/Km}^2, \quad e_{p3} = 15.1 \text{ C/m}^2 \\ \eta_{p3} &= 5.62 \times 10^{-9} \text{ C}^2/\text{Nm}^2, \quad k_{p3} = 2.1 \text{ W/mK} \\ Y_{pz} &= 64.5 \text{ N/m}^2, \quad p_{p3} = -2.12 \times 10^{-4} \text{ C/Km}^2 \\ d_{pz} &= 289 \times 10^{-12} \text{ C/N}, \quad v_{pz} = 3570 \text{ m/s}\end{aligned}$$

また、MgOの材料定数は

$$\begin{aligned}\rho_s &= 3580 \text{ kg/m}^3, \quad C_{sv} = 924 \text{ J/kgK} \\ \alpha_{sz} &= 10.4 \times 10^{-6} \text{ 1/K}, \quad c_{s33} = 286 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \\ \beta_{s3} &= 4.78 \times 10^6 \text{ N/Km}^2, \quad k_{s3} = 48.4 \text{ W/mK} \\ Y_{sz} &= 2.454 \times 10^{11} \text{ N/m}^2, \quad v_{sz} = 8279 \text{ m/s}\end{aligned}$$

である。ここで、 Y_{iz} は縦弾性係数、 α_{iz} は線膨張係数、及び v_{iz} は応力波の伝播速度である。

さて、これらの材料の緩和時間を調べてみたが、文献に見当たらなかった。そこで、Francis⁽²⁾のデータを基に、鋼とアルミニウムについて緩和時間から熱波の伝播速度を計算してみると、熱波の伝播速度は応力波の伝播速度の約1/2倍となった。また、同文献より、緩和時間は概ね $10^{-11} \sim 10^{-14}$ [s] の範囲にあることが分かった。そこで、本研究では、熱波と応力波の伝播速度の比が、次の3通りの場合について数値計算を行った。

- (1) $v_{pt} = 2v_{pz}$, $v_{st} = 2v_{sz}$
- (2) $v_{pt} = v_{pz}/2$, $v_{st} = v_{sz}/2$
- (3) $v_{pt} = v_{pz}/10$, $v_{st} = v_{sz}/10$

数値結果は、圧電セラミックス層の厚さ h_p を代表寸法に、次の無次元量で表す。

$$\bar{z} = \frac{z}{h_p}, \quad (\bar{t}, \bar{\tau}, \bar{\tau}_{i0}) = \frac{v_{pz}(t, t_r, \tau_{i0})}{h_p}$$

$$\bar{T}_i = \frac{T_i}{T_c}, \quad \bar{q}_{iz} = \frac{\kappa_p q_{iz}}{k_{p3} v_{pz} T_c}, \quad \bar{v}_i = \frac{v_i}{\alpha_{pz} T_c v_{pz}}$$

$$\bar{\sigma}_{iz} = \frac{\sigma_{iz}}{Y_{pz} \alpha_{pz} T_c}, \quad \bar{E}_{pz} = \frac{d_{pz} E_{pz}}{\alpha_{pz} T_c}$$

ただし、基準温度は $T_0 = 293 \text{ K}$ 、ランプ加熱の立ち上がり時間は $t_r = 1.0 \times 10^{-12} \text{ s}$ と仮定した。また、粒子速度の減衰係数を $\bar{\zeta}_p = \bar{\zeta}_s = 0, 0.02$ 及び 0.05 、圧電セラミックス層と基板材料層の厚さの比を $\bar{h}_p/\bar{h}_s = 1/5, 1/10, 1/15$ 及び $1/20$ として、数値計算を行った。

Fig. 3 Effect of damping coefficient on temperature changes at $\bar{z} = 1.0$ for $\bar{h}_p/\bar{h}_s = 1/5$

4・2 数値結果 圧電セラミックス層と基板材料層の厚さの比が $\bar{h}_p/\bar{h}_s = 1/5$ 、熱波の伝播速度が $\bar{v}_u = (2, 1/2, 1/10)\bar{v}_c$ の場合について、粒子速度の減衰係数が圧電セラミックス層と基板材料層との境界上 ($\bar{z} = 1.0$) における温度変化、応力及び電界の強さの時間経過に及ぼす影響を図3～5にそれぞれ示す。図3より、熱波の伝播速度にかかわらず、粒子速度の減衰係数は温度変化の時間経過にほとんど影響を及ぼしていない。また、温度変化の時間経過は $\bar{v}_u = 2\bar{v}_c$ のときと $\bar{v}_u = \bar{v}_c/2$ のときに相違は見られないが、 $\bar{v}_u = \bar{v}_c/10$ のときには温度変化が大きくなり始める時間が遅くな

るとともに、急激に大きくなっている。図4と5より、熱波の伝播速度にかかわらず、減衰を考慮すると時間経過につれて応力と電界の強さは減衰し、粒子速度の減衰係数が大きくなると応力と電界の強さのピーク値の減衰が著しくなっている。また、熱波の伝播速度が $\bar{v}_u = \bar{v}_c/10$ の場合は、他の二つの場合に比べて、応力と電界の強さの時間経過が緩やかで、ピーク値も小さい。尚、図4の $\bar{v}_u = 2\bar{v}_c$ の場合において、減衰係数が零のときでも応力が時間経過につれてわずかに減衰しているが、これはお温度場とひずみ場の間の連成効果の影響によるものである。この連成効果の影響は、熱波の伝播速

Fig. 4 Effect of damping coefficient on stresses at $\bar{z} = 1.0$ for $\bar{h}_p/\bar{h}_s = 1/5$

Fig. 5 Effect of damping coefficient on electric field intensity at $\bar{z} = 1.0$ for $\bar{h}_p/\bar{h}_s = 1/5$

度が応力波より遅い場合にはほとんど見られない。

減衰係数が $\bar{\zeta}_p = \bar{\zeta}_s = 0.05$ ，熱波の伝播速度が $\bar{v}_H = \bar{v}_{ic}/2$ の場合について、圧電セラミックス層と基板材料層の層さの比が圧電セラミックス層と基板材料層との境界上 ($\bar{z} = 1.0$) における温度変化、応力及び電界の強さの時間経過に及ぼす影響を図6に示す。図6より、層厚の比は温度変化の時間経過にほとんど影響を及ぼしていない。一方、層厚の比は応力と電界の強さの時間経過に大きく影響を及ぼし、基板材料層が厚くなるにつれて応力と電界の強さのピーク数は減少している。

減衰係数が $\bar{\zeta}_p = \bar{\zeta}_s = 0.05$ ，熱波の伝播速度が $\bar{v}_H = \bar{v}_{ic}/2$ ，圧電セラミックス層と基板材料層の厚さの比が $\bar{h}_p/\bar{h}_s = 1/5$ の場合について、圧電セラミックス層と基板材料層内の数点における温度変化、応力及び電界の強さの時間経過を図7に示す。図7より、加熱面 ($\bar{z} = 0$) から離れるのにつれて、温度変化と電界の強さは小さくなり、零に近づいている。一方、応力の場合は自由境界面からある程度離れると、応力のピーク値は位置によって大きさがあまり変わらず、時間経過につれて減衰している。

Fig. 6 Effect of thickness ratio of layers on temperature changes, stresses and electric field intensity at $\bar{z}=1.0$ for $\bar{\zeta}_p=\bar{\zeta}_s=0.05$ and $\bar{v}_u=\bar{v}_{iz}/2$

Fig. 7 Temperature changes, stresses and electric field intensity at various points for $\bar{\zeta}_p=\bar{\zeta}_s=0.05$, $\bar{v}_u=\bar{v}_{iz}/2$ and $\bar{h}_p/\bar{h}_s=1/5$

5. 結 言

本研究で得られた解析結果と数値結果をまとめると、次の通りである。

(1) 結晶族 6mm の圧電材料層と等方性基板材料層とで構成された二層複合薄膜において、減衰共鳴型の力学的モデルによって粒子速度の減衰を考慮した場合の一般化された熱弾性問題は、特性曲線法によって解析できることが示された。

(2) 応力と電界の強さには波動が現れたが、温度変化には波動が現れなかった。また、粒子速度の減衰係数は温度変化にほとんど影響を及ぼさないが、応力と電界の強さは粒子速度の減衰係数が大きくなるのにつれて早く減衰することが示され、妥当な数値結果が得られた。

(3) 熱波の伝播速度が $\bar{v}_u = \bar{v}_{iz}/10$ と遅い場合は、速い場合に比べて、温度変化が遅くなり、また応力と電界の強さは時間経過に対して比較的緩やかに変化し、ピーク値も小さくなることが示された。

文 献

- (1) Chandrasekharaiah, D. S., Thermoelasticity with Second Sound: A Review, *Transactions of the ASME, Applied Mechanics Reviews*, Vol. 39, No. 3 (1986), pp. 355-376.
- (2) Chandrasekharaiah, D. S., Hyperbolic Thermoelasticity: A Review of Recent Literature, *Transactions of the ASME, Applied Mechanics Reviews*, Vol. 51, No. 12 (1998), pp. 705-729.
- (3) Chandrasekharaiah, D. S., A Generalized Linear Thermoelasticity Theory for Piezoelectric Media, *Acta Mechanica*, Vol. 71, No.1-4 (1988), pp. 39-49.
- (4) El-Karamany, A. S. and Ezzat, M. A., Propagation of Discontinuities in Thermopiezoelectric Rod, *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 28, No.10 (2005), pp. 997-1030.
- (5) He, T., Tian, X. and Shen Y., State Space Approach to One-Dimensional Thermal Shock Problem for a Semi-Infinite Piezoelectric Rod, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 40, No.10 (2002), pp. 1081-1097.
- (6) He, T., Tian, X. and Shen Y., Two-Dimensional Generalized Thermal Shock Problem of a Thick Piezoelectric Plate of Infinite Extent, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 40, No. 20 (2002), pp. 2249-2264.
- (7) Aouadi, M., Generalized Thermo-Piezoelectric Problems with Temperature-Dependent Properties, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43 (2006), pp. 6347-6358.
- (8) Sumi, N., Numerical Analysis for Piezothermoelastic Wave Propagations in Piezoelectric Plates, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 70, No. 699 (2004), pp. 1588-1594.
- (9) Hiki, Y., *Elasticity and Inelasticity*, (1972), pp. 130-133, Kyoritsu Shuppan (in Japanese).
- (10) Lord, H. W. and Shulman, Y., A generalized Dynamical Theory of Thermoelasticity, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 15, No. 5 (1967), pp. 299-309.
- (11) Sumi, N., Numerical Solutions of Thermoelastic Wave Problems by the Method of Characteristics, *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 24, No. 6 (2001), pp. 509-530.
- (12) Francis, P. H., Thermo-Mechanical Effects in Elastic Wave Propagation: A survey, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 21, No. 2 (1972), pp. 181-192.