き裂進展モデルに基づくはんだ疲労寿命予測方法*

寺崎 健^{*1}, 谷江 尚史^{*1}A Method Based on a Crack Propagation Model
for Predicting Solder Fatigue LifeTakeshi TERASAKI^{*2} and Hisashi TANIE^{*2} Mechanical Engineering Research Laboratory, Hitachi, Ltd.,
832-2 Horiguchi, Hitachinaka-shi, Ibaraki, 312-0034 Japan

We previously developed a crack propagation model that can be used to calculate crack paths in micro-solder joints in semiconductor structures. We have now developed a method based on this model that can be used to predict solder fatigue life. Correcting for the effect of element size is difficult when fatigue life is calculated using a finite element method, so we investigated the dependence of the calculated life on the element size and developed a formula for approximating this dependence using Hutchinson-Rice-Rosengren singularity theory. This formula enables us to estimate fatigue life regardless of element size. We tested this formula by analyzing the effect of element size on the fatigue life of a center-cracked plate (CCP) made of tin-lead eutectic solder. The results agreed well with the experimental results, indicating that our method can effectively predict solder fatigue life.

Key Words: Life Prediction, Crack Propagation, Finite Element Method, Accumulated Damage, Solder

1. 緒 論

近年、電子機器内の電子部品の急速な高密度実装化に伴い、従来広く使われてきた TSOP (Thin Small Outline Package) や QFP (Quad Flat Package) 等のリード付きパッケージに代わり、BGA (Ball Grid Array) や CSP (Chip Scale Package) 等のはんだバンプ実装パッケージや、QFN (Quad Flat Non-leaded package) 等のフラットリード構造のパッケージが増加してきており、はんだ接続形状の多様化が進んでいる⁽¹⁾。はんだ接合部の熱疲労寿命は疲労き裂(以下、き裂と略す。)進展の寄与が大きいため、従来のき裂発生寿命予測に基づく手法では、はんだ接続形状による断線寿命の違いを扱うことは困難である。

筆者らははんだ各位置に累積される損傷⁽²⁾に基づいてき裂の発生や進展を評価することで、はんだ接続部のき裂経路を解析的に再現できるき裂進展モデル(以下、累積損傷モデルと記す。)を考案し⁽³⁾、各種はんだ接合部に適用した^{(4)~(6)}。本手法では算出されるき裂進展寿命に要素寸法依存性があるが、その補正方法として、異なった要素寸法の計算結果から真

の寿命を推定する方法を提案した⁽⁷⁾。しかし、この手法では、小さい要素寸法の計算結果が必要であるため、多大な計算時間を要することが問題であった。

そこで、本報では、CCP (Center-Cracked Plate) 試験片を対象に、HRR (Hutchinson-Rice-Rosengren) 特異場理論^{(8)~(10)}に基づく二次元き裂先端のひずみ分布から、累積損傷量およびき裂進展寿命の要素寸法依存性の理論解を求め、理論解に基づく補正方法を導出した。

2. 累積損傷モデル

2・1 アルゴリズム 既報⁽³⁾で考案した累積損傷モデルの概要を図1に示す。解析対象の中でき裂発生を許容する領域を同一寸法の要素に分割し、各要素に番号付けを行う。次に、各要素の損傷を表す関数 f を初期値0とする。関数 f は各要素に損傷が累積されることで増加し、値が1となったときにその要素が寿命に至る(除去される)ことを示す関数である。ここで、添え字 i は要素番号を示す。次に、温度サイクル試験や機械的負荷試験を模擬した弾塑性応力解析を実施して、各試験1サイクルあたりに各要素に生じる相当塑性ひずみ ε_{ps}^i を算出する。次に、各要素に生じる塑性ひずみの値から、1サイクルあたりに生じる損傷量 Δf を次式で算出する。

* 原稿受付 2007年6月29日。

^{*1} 正員、(株)日立製作所機械研究所(〒312-0034 ひたちなか市堀口832-2)。

E-mail: takeshi.terasaki.kq@hitachi.com

Fig. 1 Steps in method for predicting solder fatigue life

$$\Delta f_i = \left(\frac{\varepsilon_{peq}^i}{C_p} \right)^{1/\alpha_p} \quad (1)$$

ここで、 C_p 、 α_p は、塑性ひずみ範囲 $\Delta \varepsilon_p$ と低サイクル疲労寿命 N_f の関係を示す Coffin-Manson 則^{(11) (12)}の係数である。

$$\Delta \varepsilon_p = C_p N_f^{-\alpha_p} \quad (2)$$

次に、求めた Δf_i と各要素が既に受けている損傷 f_i から、各要素が寿命に至るために必要なサイクル数 ΔN_i を次式で算出する。

$$\Delta N_i = \frac{1-f_i}{\Delta f_i} \quad (3)$$

次に、1回の応力解析で増加させるサイクル数 ΔN を決定する。応力解析はき裂が進展する毎に行う必要があるため、1回の応力解析で増加させることができるサイクル数は、 ΔN_i が最も小さい要素が寿命に至るまでのサイクル数である。したがって、 ΔN は各要素の ΔN_i の最小値となる。このとき、サイクル数が ΔN 増加することで各要素の損傷は次式の様増加する。

$$f_i \rightarrow f_i + \Delta N \cdot \Delta f_i \quad (4)$$

関数 f_i が $(1-e)$ 以上になった要素を除去して、形状を変更した解析対象について再び応力解析を行う。 e は損傷が1に近い要素を消去するための定数で、通常は0.05~0.1を用いる。以降、上記手順を繰返すことで、各要素に累積される損傷が線形累積損傷則⁽¹³⁾で評価され、寿命に至った要素が順に除去される。よって、き裂経路が自動的に算出されるとともに、き裂進展寿命が求められる。

非線形破壊力学によるき裂進展解析手法⁽¹⁴⁾と比較すると、提案手法は次の特長がある。

- ・初期き裂を仮定する必要がなく、複数の疲労き裂の進展経路を自動的に解析できる。
 - ・疲労き裂進展に伴う有限要素解析モデルの変更が不要である。
 - ・1回の応力解析で1つ以上の要素が削除されるサイクル数の計算を行うので、計算の繰返し数が少ない。
 - ・疲労き裂進展特性を別途求める必要がなく、既存の Coffin-Manson 則の係数を用いることができる。
- このように、本解析手法は通常の応力解析と同様に容易で疲労き裂進展が求められる大きな特長がある。

2・2 CCP試験片の疲労き裂進展挙動 前節で述べた累積損傷モデルのき裂進展寿命の要素寸法依存性を検証するために、Sn-40PbはんだのCCP (Center-Cracked Plate) 試験片による引張-圧縮負荷の疲労き裂進展試験⁽¹⁵⁾を対象として、計算を行った。

図2に有限要素解析モデルの一例を示す。対称性を考慮して全体の1/4を解析対象とし、二次四角形平面応力要素を用いて要素分割した。検討した要素寸法は、10 μm 、25 μm 、50 μm 、100 μm の4種類である。有限要素解析には社内で作製したソフトウェアを用いた。

Sn-40Pb はんだの応力-ひずみ挙動は、北野が円筒試験片のねじり試験で測定したせん断の応力-ひずみ関係⁽¹⁶⁾を、単軸引張の応力-ひずみ関係に換算し

Fig. 2 FEM model for calculating crack propagation

Fig. 3 Stress-Strain curve for Sn-40Pb (0.1 Hz, RT)

Fig. 4 Comparison of calculations and experimental results of crack propagation behavior in CCP specimen

Fig. 5 Relationship between estimated life and element size

て用いた。このとき、ミーゼス型の相当応力-相当塑性ひずみ関係を仮定した。円筒試験片の寸法は、外径 15 mm、内径 11 mm、全長 75 mm (内、掴み部長さ各 15 mm) である。図 3 に後述の疲労き裂進展試験の条件 (繰返し周波数 0.1 Hz、室温) における応力-ひずみ挙動を示す。Coffin-Manson 則の疲労延性係数 C_p およ

び疲労延性指数 α_p には、Sn-40Pb のねじり疲労試験結果⁽¹⁶⁾ から算出した値 ($C_p = 0.237$, $\alpha_p = 0.5$) を用いた。

本試験のような引張-圧縮負荷の場合、CCP 試験片のき裂先端では、引張時に大きな塑性ひずみが発生するが、圧縮時の塑性ひずみはき裂が閉口するため引張時に比べて十分小さいと考えられる。そこで、計算時間の短縮のため、疲労損傷の計算では、疲労き裂の進展には引張成分しか寄与しないと仮定し、引張荷重を負荷した時に生じる相当塑性ひずみを相当塑性ひずみ範囲と近似した。

試験条件は荷重振幅 1667 N、繰返し周波数 0.1 Hz、室温である。図 4 にき裂長さ and サイクル数の関係の測定値と計算値を示す。測定値は、要素寸法が 25 μm での解析結果と 50 μm での解析結果のほぼ中間にあり、き裂進展挙動を大体再現できているが、寿命の計算値は要素寸法に大きく依存している。

本手法で得られる疲労き裂進展曲線は、要素寸法が大きくなるにつれて長寿命側に大きくずれていく。これは、損傷値の計算に相当塑性ひずみ範囲の要素平均値を用いているためである。き裂先端のようなひずみ勾配の大きいところでは、要素寸法が大きいほうが相当塑性ひずみ範囲の要素平均値が小さくなる。

図 5 に、計算で得られた予測寿命と要素寸法の関係を示す。予測寿命の定義は、き裂長さ a が 40 mm に達したサイクル数と、き裂長さ a が 6.5 mm に達したサイクル数の 2 種類とした。どちらの場合も、両対数グラフ上で直線関係を示し、予測寿命は要素寸法の 0.85~0.86 乗に比例していた。

上述のように、本手法の予測寿命は要素寸法に依存するため、定量的な予測寿命の算出には、適切な要素寸法を事前に、かつ簡便に調べる方法が必要となる。このような場合、理論に基づいた方法が望ましいと考え、次章以降では、き裂先端の非線形特異場の理論解である HRR 特異場モデルを用いて、累積損傷量およびき裂進展寿命の要素寸法依存性の理論解を求め、この理論解に基づく補正方法を導出した。

3. HRR 特異場におけるき裂進展寿命

3.1 HRR 特異場⁽¹⁴⁾ 二次元き裂先端近傍の非線形特異場は、Hutchinson⁽⁸⁾、Rice と Rosengren⁽¹⁰⁾ によって理論的に明らかにされ、HRR 特異場モデルと呼ばれている。以下に、HRR 特異場モデルの概略を示す。

図 6 に示す無限領域にある二次元き裂を仮定し、座標系 (r, θ) および (x, y) を設定する。き裂先端近傍では塑

Fig. 6 2-dimensional crack in infinite area

性変形が支配的であると考えられるので、弾性ひずみを省略して相当塑性ひずみ ε_{peq} と相当応力 σ_{eq} の非線形関係を式(5)のべき乗則で近似する。

$$\frac{\varepsilon_{peq}}{\varepsilon_0} = \alpha \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_0} \right)^n \quad (5)$$

ここで、 α , ε_0 , σ_0 , n は材料定数である。式(5)に非圧縮性条件と全ひずみ理論の比例負荷条件を適用し、平面応力状態を仮定すると、き裂先端のひずみ成分 ε_{ij} は、 J 積分を用いて次式の関数で表される。

$$\varepsilon_{ij} = \alpha \varepsilon_0 \left(\frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I} \right)^{\frac{n}{n+1}} ; r^{-\frac{n}{n+1}} \cdot \tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta) \quad (6)$$

ここで、 I は積分定数、 $\tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta)$ は θ に依存する無次元関数である。式(6)からわかるように、HRR 特異場において、 J 積分はひずみ分布の拡大率としての役割を持つ。

以上は、無限領域にある2次元き裂先端近傍での議論であり、3次元き裂を含む一般的なき裂形状に対してはき裂先端の漸近解にすぎないが、材料挙動を式(5)でモデル化する限り、任意のき裂形状に対して近似的に成立する。

3・2 相当塑性ひずみの要素寸法依存性 疲労寿命の算出に用いる相当塑性ひずみ ε_{peq} は次式で定義される。

$$\varepsilon_{peq} = \left(\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

式(6)のひずみ特異場を仮定すると、 ε_{peq} は次式に示す r と θ の関数で表される。

$$\varepsilon_{peq}(r, \theta) = (J)^{\frac{n}{n+1}} \cdot r^{-\frac{n}{n+1}} \cdot E_{peq}(\theta) \quad (8)$$

き裂先端の相当塑性ひずみ分布の関数形 $E_{peq}(\theta)$ は理論的に求めるのは難しいため、本報では有限要素解析を用いて求める。

累積損傷モデルでは、21節で示したように、損傷の算出に相当塑性ひずみの要素平均値（以下、要素平均値と略す）を用いており、要素平均値は積分点における相当塑性ひずみの値を単純平均して求めている。要素平均値 ε_{peq}^{EL} は、 k を積分点番号、 s を要素内の積分点の数とすると、次式で表される。

$$\varepsilon_{peq}^{EL} = \frac{\sum_k \varepsilon_{peq}^k}{s} \quad (9)$$

最初に、損傷が累積されていないき裂先端の要素について考える。き裂先端から積分点までの距離 r_k を、要素寸法 L^E と定数 R_k の積で表わし、式(9)に式(8)を代入すると、要素平均値の要素寸法依存性が次式で表される。

$$\varepsilon_{peq}^{EL} = (J)^{\frac{n}{n+1}} \cdot \tilde{E}_{peq} \cdot (L^E)^{\frac{n}{n+1}} \quad (10)$$

$$\tilde{E}_{peq} = \frac{\sum_k R_k^{-\frac{n}{n+1}} \cdot E_{peq}(\theta_k)}{s}$$

すなわち、き裂先端要素の要素平均値 ε_{peq}^{EL} は、要素寸法 L^E の $-n/(n+1)$ 乗に比例する。

3・3 疲労寿命の要素寸法依存性 式(10)の相当塑性ひずみが相当塑性ひずみ範囲に等しいと仮定すると、1サイクルあたりに生じる損傷量 Δf_i の要素寸法依存性は、式(1)に式(10)を代入して次式で表される。

$$\Delta f_i = \left(\frac{(J)^{\frac{n}{n+1}} \cdot \tilde{E}_{peq} \cdot (L^E)^{\frac{n}{n+1}}}{C_p} \right)^{\frac{1}{\alpha_p}} \quad (11)$$

$$= \left(\frac{(J)^{\frac{n}{n+1}} \cdot \tilde{E}_{peq}}{C_p} \right)^{\frac{1}{\alpha_p}} \cdot (L^E)^{\left(\frac{-n}{(n+1)\alpha_p} \right)}$$

式(3)において、 $f=0$ として、式(11)を代入することにより、損傷が累積されていないき裂先端の要素における疲労寿命 ΔN_1 の要素寸法依存性が次式のように求められる。

$$\Delta N_1 = \left(\frac{(J)^{\frac{n}{n+1}} \cdot \tilde{E}_{peq}}{C_p} \right)^{\frac{1}{\alpha_p}} \cdot (L^E)^{\left(\frac{-n}{(n+1)\alpha_p} \right)} \quad (12)$$

ここで、要素寸法 L^E の x 倍で規定される任意のき裂長さ a の区間において、 ΔN_1 が一定と仮定すると、き裂長さ a を進展するのに必要なサイクル数 N_{ad} は、式(13)で表される。

$$N_{nd} = \Delta N_1 \cdot x = \frac{\Delta N_1 \cdot a}{L^{EL}} \quad (13)$$

$$= a \cdot \left(\frac{(J)^{n+1} \cdot \tilde{E}_{peq}}{C_p} \right)^{\frac{1}{\alpha_p}} \cdot (L^{EL})^{\left(\frac{n}{(n+1)\alpha_p} - 1 \right)}$$

すなわち、累積損傷の影響を考慮しない場合、き裂長さ a を進展するのに必要なサイクル数 N_{nd} は、要素寸法 L^{EL} の $(n/((n+1)\alpha_p) - 1)$ 乗に比例することになる。

累積損傷がある場合、任意のき裂長さ a を進展するのに必要なサイクル数は、式(3)より次式で表される。

$$N_{AD} = \sum_{i=1}^x \Delta N_i = \sum_{i=1}^x \frac{1-f_i}{\Delta f_i} \quad (14)$$

き裂長さ a の区間において、 Δf_i が一定 (Δf) であると仮定すると、式(14)は次式に変形できる。

$$N_{AD} = \frac{F}{x \cdot \Delta f} \quad (15)$$

$$F = \sum_{i=1}^x (1-f_i)$$

Δf の要素寸法依存性は式(11)で示されている。 F は、き裂が a だけ進展するのに必要な全損傷量からき裂先端以外で生じた累積損傷量を減じたもので、寿命に及ぼす累積損傷の影響度を意味する。累積損傷の要素寸法依存性は、4.4節において具体例で検討する。

4. CCP試験片による解析的検証

4.1 HRR特異場の具体形 本章では、2章で検討したCCP試験片を対象に検討を行う。き裂長さ a が4.5mmの場合について、式(8)に示したき裂先端の相当塑性ひずみ分布の関数形 $E_{peq}(\theta)$ を有限要素解析で求めた。解析には、式(5)の材料モデルを備えた汎用有限要素解析ソフトウェアABAQUS/Standard ver.6.4.4を用いた。ABAQUSでは式(5)を次式のRamberg-Osgood型塑性モデルで記述する。

$$E\varepsilon = \sigma + \alpha \left(\frac{|\sigma|}{\sigma_0} \right)^{n-1} \sigma \quad (16)$$

図3に示したSn40Pbはんだの応力-ひずみ挙動より、縦弾性係数 $E=26923$ MPa, $\alpha=0.577$, $\sigma_0=245$ MPa, $n=59$ とした。ポアソン比は0.3を用いた。式(5)の材料定数のうち ε_0 は次式で表される。

$$\varepsilon_0 = \sigma_0 / E \quad (17)$$

図7に解析モデルを示す。半径方向の最小要素寸法は $2\mu\text{m}$ とした。解析条件は、図4に示した試験と同じである。

$E_{peq}(\theta)$ は式(8)より、次式で求められる。

$$E_{peq}(\theta) = \varepsilon_{peq}(r, \theta) \cdot (J)^{\frac{n}{n+1}} \cdot r^{\frac{n}{n+1}} \quad (18)$$

有限要素解析で算出された $r=4, 10, 20, 40, 60\mu\text{m}$ 上にある節点の相当塑性ひずみ値を式(18)に代入して、各 r の $E_{peq}(\theta)$ を求めた (図8)。この場合のJ積分値は、別途ABAQUSで計算した 0.1539 (N/mm)を用いた。図8より、 $E_{peq}(\theta)$ はどの r においてもほぼ同じ値となっていることがわかる。ここでは、 $r=10\mu\text{m}$ における $E_{peq}(\theta)$ を5次多項式で近似した。近似式を式(19)に示す。

$$E_{peq}(\theta) = -9.16 \times 10^{-13} \cdot \theta^5$$

$$+ 4.30 \times 10^{-10} \cdot \theta^4 - 6.54 \times 10^{-8} \cdot \theta^3$$

$$+ 3.15 \times 10^{-6} \cdot \theta^2 - 1.91 \times 10^{-5} \cdot \theta$$

$$+ 4.72 \times 10^{-3} \quad (19)$$

本報ではこの多項式を用いて、累積損傷モデルにおける相当塑性ひずみおよびき裂進展寿命の要素寸法依存性を検討した。

Fig. 7 FEM model for calculating HRR strain field

Fig. 8 Distribution of $E_{peq}(\theta)$

4・2 き裂先端要素のHRR解 累積損傷

モデルでは、32節の式(9)で示したように、相当塑性ひずみの要素平均値を、要素内の積分点における相当塑性ひずみ値の単純平均として求めている。

前節で得られたHRR特異場の相当塑性ひずみ分布(式(8),(19))を用いて、き裂先端要素の要素平均値 $\epsilon_{\text{avg}}^{EL}$ を式(10)から、 ΔN_I を式(12)から計算した。本報では、以下、HRR解と記す。図9に計算に用いた要素の積分点位置⁽¹⁷⁾を示す。検討した要素寸法は、22節と同じ10 μm 、25 μm 、50 μm 、100 μm である。

各要素寸法における $\epsilon_{\text{avg}}^{EL}$ のHRR解を図10(a)に、 ΔN_I のHRR解を図10(b)に示す。本ケースでは $n=5.9$ を用いているので、式(10)から明らかなように、HRRひずみは要素寸法 L^{EL} の-0.855乗に比例している。また、式(12)から明らかなように、 ΔN_I は要素寸法 L^{EL} の1.71乗に比例している。

4・3 き裂先端形状の影響 HRRひずみで

は、き裂は図7に示したような理想的なき裂を想定していることになるが、累積損傷モデルにおけるき裂は、図2に示したように、要素寸法 L^{EL} の高さをもつ長方形で近似される。このき裂形状の影響を確認するために、累積損傷モデルの有限要素解析モデルをABAQUS/Standardで計算した。その結果を図10(a)、(b)に併記した。累積損傷モデルの結果

(ADMと記す。)は、 $\epsilon_{\text{avg}}^{EL}$ の場合、HRR解の下側に位置し、要素寸法 L^{EL} の-0.880乗を示す。 ΔN_I の場合、HRR解の上側に位置し、傾きは1.76乗を示す。累積損傷モデルにおいて、 ΔN_I の要素寸法依存性は式(12)にほぼ従っているが、0.05乗程度、要素寸法依存性が増えることがわかった。

4・4 累積損傷の効果 3.3節の式(13)に示した

ように、任意のき裂長さ a を進展するのに必要なサイクル数 N_{res} は、累積損傷の影響を考慮しない場合、要素寸法 L^{EL} の $(n/((n+1)\cdot\alpha_p)-1)$ 乗に比例することになる。本ケースの場合、 $n=5.9$ 、 $\alpha_p=0.5$ であるので、き裂先端形状の影響を考慮した場合は $0.76(=1.71-1+0.05)$ 乗となる。しかし、図5に示した計算結果では、寿命 N は要素寸法 L^{EL} の0.85~0.86乗に比例しており、0.1乗の差がある。この差の原因は累積損傷の影響と考え、次のような考察を行った。

これまで用いてきた初期き裂長さ $a=4.5\text{mm}$ の解析モデルにおいて、き裂が100 μm 進展したサイクル数を寿命 N_{100} として、HRR解から各 L^{EL} における N_{100} を計算した。き裂進展距離が100 μm と小さいた

Fig. 9 Position of integral point in element⁽¹⁷⁾

(a) Equivalent plastic strain

(b) Fatigue life

Fig. 10 Element-size dependence of crack-tip element

め、この範囲内では $\epsilon_{\text{avg}}^{EL}$ は変化しないと仮定した。検討した L^{EL} は、前述と同じ10 μm 、25 μm 、50 μm 、100 μm である。

図11に N_{100} と要素寸法の関係を示す。 N_{100} は L^{EL} の0.81乗を示している。累積損傷を考慮しない場合のHRR解は0.71乗であるので、累積損傷の影響は0.1乗ということになる。前節で求めたき裂先端

Fig. 11 Element size dependence of N_{100} taking into account accumulated damage

形状の影響である 0.05 乗を加えると、寿命は L^{EL} の 0.86 乗に比例することになり、図 5 の計算結果とほぼ一致した。

5. 要素寸法依存性の補正方法

ここまでの検討により、累積損傷モデルによるき裂進展寿命は、式(5)の材料定数 n が 59 の場合、要素寸法の約 0.86 乗に比例することが理論的に明らかになった。しかし、この関係は、要素寸法が無限小に近づくと、寿命がある一定値に収束するのではなく、寿命も無限小に近づくことを意味する。実際の寿命は有限の値であるので、定量的な寿命算出に適した要素寸法が存在するはずである。図 4 に示した計算結果では、25 ~ 50 μm の間に適正な要素寸法が存在している。

図 12 に本報で提案する補正方法を示す。まず、式(2)の Coffin-Manson 則の適用限界と考えられる寿命 N_{UL} を決め、そのときの塑性ひずみ範囲を、き裂先端要素の相当塑性ひずみ範囲の適正值 ϵ_{prop}^{EL} とする (図 12(a))。本章で検討している CCP 試験片の場合、 N_{UL} は 25 としたところ、き裂進展寿命が実験結果 (図 4) に良く一致した。この値が絶対的なものか、それとも各種条件に依存するのかは、今後詳細に検討する必要がある。

続いて、図 12 (b) に示す手順で適正な要素寸法を求める。まず、寿命とするき裂長さを決定し、そのき裂長さにおけるき裂先端の相当塑性ひずみ範囲の要素平均値 ϵ_{ab}^{EL} を求める。このとき計算に用いた要素寸法を L_{ab}^{EL} とする。き裂先端の相当塑性ひずみ範囲の要素平均値 ϵ_{ab}^{EL} は、式(10)より要素寸法 L^{EL} の $(-n/(n+1))$ 乗に比例する。よって、図 12 (a) で求めたき裂先端要素の相当塑性ひずみ範囲の適正值 ϵ_{prop}^{EL} を用いて、定量的な寿命算出に適正な要素寸法 L_{prop}^{EL} は次式で算出することができる。

(a) Decision on upper limit of plastic strain range

(b) Calculation of proper element size

(c) Fatigue life correction

Fig. 12 Procedure for fatigue life correction

$$L_{prop}^{EL} = L_{calc}^{EL} \cdot \left(\frac{\epsilon_{prop}^{EL}}{\epsilon_{calc}^{EL}} \right)^{\left(\frac{-n+1}{n} \right)} \quad (20)$$

補正後の寿命 N_{prop} は、計算で算出された寿命 N_{calc} と計算に用いた要素寸法 L_{ab}^{EL} 、式(20)で求めた L_{prop}^{EL} を用いて、次式で算出する (図 12(c))。

$$N_{prop} = N_{calc} \cdot \left(\frac{L_{prop}^{EL}}{L_{calc}^{EL}} \right)^{\mu} \quad (21)$$

$$\mu = \frac{n}{n+1} \cdot \frac{1}{\alpha_p} - 1 + \mu_{CS} + \mu_{AD}$$

μ_{CS} は 43 節で示したき裂形状の影響を示し、本ケースの場合の値は 0.05 である。また、 μ_{AD} は 44 節で示した

Fig. 13 Correction of calculated crack propagation life

累積損傷の効果であり、本ケースの場合の値は 0.1 である。

この方法で図 4 に示した計算結果を補正した結果を、図 13 に示す。4 種類の要素寸法の計算結果は、いずれも補正により実験結果にほぼ一致している。既存の手法では、3 種類以上の要素寸法の解析モデルを用いてき裂進展寿命を計算する必要があったが、本提案手法では 1 種類の要素寸法での計算結果だけで済むため、補正に要する時間が大幅に短縮できる。

6. 結 言

既報⁽³⁾で提案した累積損傷に基づく疲労き裂進展評価手法(累積損傷モデル)の実用上の課題であった算出寿命の要素依存性について、HRR 特異場理論に基づく簡便な補正方法を検討した。研究の結論を以下に示す。

- (1) HRR 特異場理論に基づく二次元き裂先端のひずみ分布を仮定すると、累積損傷モデルで算出される寿命は、要素寸法の $[n/((n+1) \cdot \alpha_f) - 1 + \mu_{CS} + \mu_{AD}]$ 乗に比例することがわかった。ここで、 n ははんだの応力-ひずみ挙動の材料定数、 α_f ははんだの疲労強度の材料定数、 μ_{CS} はき裂先端形状の効果、 μ_{AD} は累積損傷の効果である。本解析事例の場合、 μ_{CS} は約 0.05、 μ_{AD} は約 0.1 であった。
- (2) 求めた寿命の要素寸法依存性の式から、定量的な寿命を簡便に補正する方法を提案した。まず、低サイクル疲労寿命曲線から、き裂先端要素の相当塑性ひずみの上限値を決定し、寿命となるき裂長さにおけるひずみ値から適正な要素寸法を求める。その後、計算に用いた要素寸法と適正な要素寸法との関係から、寿命を補正する。この方法により、

CCP 試験片の疲労き裂進展挙動を補正できることを確認した。

参考文献

- (1) Japan Electronics and Information Technology Industries Association, *Packaging technology road map in 2005* (in Japanese), (2005)
- (2) Yasukawa, A., Simple Analysis of Thermal Fatigue Crack Propagation Behavior of Semiconductor-Chip-Bonding Solder Layers, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.60, No.570, (1994), pp.19-25
- (3) Tanie, H. and Terasaki, T., Crack Propagation Model for Reproduction of Crack Paths in Micro-Solder Joints, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 72, No.717, (2006), pp.638-645
- (4) Terasaki, T. and Tanie, H., Fatigue Crack Propagation Analysis for Micro Solder Joints with Void, *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, Vol. 1, No. 2, (2007)
- (5) Tanie, H., Terasaki, T. and Naka, Y., A New Method for Evaluating Fatigue Life of Micro-solder Joints in Semiconductor Structures, *Proceedings of Pacific Rim Technical Conference and Exhibition on Integration and Packaging of MEMS, NEMS, and Electronic Systems (IPACK05)*, (2005), IPACK2005-73331
- (6) Kojima, K., Terasaki, T., Tanie, H., Fatigue Crack Propagation Analysis for Solder Joints in TSOP, *General meeting of JSME Kanto branch* (in Japanese), Vol.2005, No.11, (2005-3), pp.389-390
- (7) Tanie, H. and Terasaki, T., Fracture Life Evaluation of Solder Joints in Semiconductor Structures Using Crack Propagation Analysis, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 73, No. 727, (2007), pp.372-378
- (8) Hutchinson, J. W., *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16, (1968), pp.13-31.
- (9) Hutchinson, J. W., *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16, (1968), pp.337-347.
- (10) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16, (1968), pp.1-12
- (11) Coffin, L.F., Jr, A Study of Cyclic-Thermal Stress in a Ductile Metal, *Transactions of the ASME*, 76 (1954), 931
- (12) Manson, S.S., *Behavior of Materials Transactions*, 1 (1970), 805
- (13) Miner, M. A., *Journal of Applied Mechanics*, Vol.12, (1962), A-159

- (14) Yagawa, G., *Fracture Mechanics* (in Japanese), (1988) Baifuukan, pp.177-182
- (15) Terasaki, T., Kitano, M. and Miura, H., Evaluation of Strain-rate-dependent Fatigue-crack Propagation in 60Sn40Pb Solder, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.66, No.648, (2000), pp.1506-1511
- (16) Kitano, M., Kawai, S. and Shimizu, I., Thermal Fatigue Strength Estimation of Solder Joints of Surface Mount IC Packages, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.54, No.505, (1988), pp.1709-1715
- (17) Washizu, H. *Handbook of Finite Element Method - basic edition* -(in Japanese), (1981), Baifuukan
-