複合荷重下における疲労き裂の進展*

日本機械学会論文集 (A 編)
74 巻 742 号 (2008-6)

田 中 啓 介*¹

Fatigue Crack Propagation Under Complex Loading

Keisuke TANAKA*²

*² Department of Mechanical Engineering, Meijo University,
1-501 Shiogamaguchi, Tenpaku-ku, Nagoya-shi, Aichi, 468-8502 Japan

The paper describes the recent progress of the understanding of fatigue crack propagation under complex loading. The behavior of fatigue crack propagation is dependent on the macroscopic mode of crack growth: tensile mode and shear mode growth. Tensile mode growth takes place on the plane perpendicular to the maximum tangential stress range, satisfying the local symmetry. Shear mode growth takes place on the plane of the maximum shear stress when a precrack is subjected to high cyclic shear stress. When the shear stress is low, a bent or branched crack is formed at the precrack tip, showing tensile crack growth. Under an intermediate stress, a crack first shows shear mode growth and turns to tensile mode after some extension. This transition is caused by the decrease in the mode II crack-tip stress intensity factor due to increasing crack surface contact. The criterion of the maximum crack growth rate may control the mode of fatigue crack growth. In notched components under complex loading, the life of crack initiation at the notch root is calculated from the critical plane model using the stress and strain at a critical distance from the notch root. The propagation of a fatigue crack from a notch is dependent on the geometry of notched component. The resistance-curve method is applicable for the prediction of fatigue thresholds of thin walled tubular specimens subjected to in-phase and out-of-phase combination of cyclic torsion and tension-compression.

Key Words: Fatigue, Crack Propagation, Complex Stress, Fracture Mechanics, Notch

1. はじめに

き裂を有する部材の損傷許容設計は破壊力学を基礎としている。このため疲労き裂の進展挙動と破壊力学パラメータの関係が求められ、部材が弾性的な挙動をする場合には、破壊力学パラメータとして応力拡大係数による評価が行われている。これらの大部分はモード I 荷重下での疲労き裂進展に関するものであり、モード I の疲労き裂伝ば挙動に関してはほぼ確立している⁽¹⁾。

一方、実際の部材中のき裂は必ずしもモード I 単独の荷重を受ける場合ばかりではなく、モード II, III あるいは複数のモードの荷重を同時に受ける場合も少なくない。ここでは、き裂の変形状態がモード I, II あるいはモード III の混合モード状態にある場合を混合モード荷重と称し、荷重状態が軸力、ねじり、内圧などが重畳して加わる場合を複合荷重と称する。一方、多軸応力とは公称応力状態が多軸である場合を意味し、複合荷重状態ばかりでなく、ねじりの単独荷重も多軸

応力である。モード II あるいはモード III が負荷される場合にはき裂は偏向(tilt)したり、ねじれ(twist)たりする場合が多い。そのためき裂進展速度ばかりでなく、進展経路も予測することが必要である。

本稿ではまず、き裂が混合モード荷重を受ける場合のき裂の進展挙動について最近の研究について総説し、次いで、複合荷重下での切欠応力集中部から疲労き裂の発生と進展・停留挙動に関する研究を展望する。

2. 疲労き裂の進展様式と進展経路

2.1 疲労き裂の進展様式 疲労き裂の進展形態はマクロ的には引張形進展(tensile mode growth)とせん断形進展(shear mode growth)に分けられ、進展様式によって進展経路が異なる。破壊力学的には引張形進展はモード I 進展に対応し、せん断形進展はモード II, III の進展に対応する。ここで、単にせん断形進展という場合には、マクロ的かミクロ的かを区別することが重要である。平滑材における初期のステージ I の疲労き裂進展は、結晶滑り面に沿うミクロせん断であり、また、ステージ II のき裂進展の下限界近傍では、一結晶粒程度の領域に滑り面に沿うミクロせん断形進展が現れる。き裂のミクロせん断形進展は材料の

* 原稿受付 2007 年 9 月 20 日。

*¹ 正員、フェロー、名城大学理工学部(☎ 468-8502 名古屋市天白区塩釜口 1-501)。

E-mail: ktanaka@ccmfs.meijo-u.co.jp

結晶など微視的な不均質性に大きく依存しており、微視力学的な検討が不可欠である。ここでは特に断らない限りマクロな意味での引張形およびせん断形のき裂進展を取扱う。マクロ的進展とは例えば破面の寸法が結晶粒径の約10倍程度以上を意味しており、マクロな連続体力学で取扱うことができる。

2.2 疲労き裂の引張形進展の基準 疲労き裂の引張形進展の経路予測には、脆性材料の脆性破壊の基準が適用されてきた。これらの基準として、最大接線応力基準(Maximum tangential stress criterion: MTS criterion)⁽²⁾、局所対称性の基準⁽³⁾、最大エネルギー解放率基準⁽⁴⁾、最小ひずみエネルギー密度基準⁽⁵⁾などが用いられるが、これらの基準から予測されるき裂進展経路に大差はない。実際には、簡単のためMTS基準が最もよく用いられる。

MTS基準は、混合モード下のき裂は接線応力が最大の方向に進展し、進展時の最大接線応力は一定である。最大接線応力は面内の主応力に一致するので、最大主応力基準と称されることもある。モードI、IIの混合モード下での、図1に示すき裂先端近傍の接線応力 σ_θ およびせん断応力 $\tau_{r\theta}$ は次式で表される⁽⁶⁾。

$$\sigma_\theta = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right) - 3 \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin \theta + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) (3 \cos \theta - 1) \quad \dots\dots\dots (2)$$

接線応力が最大となる方向は、 $\partial\sigma_\theta/\partial\theta=0$ より次式で求められる。

$$K_I \sin \theta_\sigma + K_{II} (3 \cos \theta_\sigma - 1) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

この方向はせん断応力 $\tau_{r\theta}$ が零の方向と一致するので σ_θ は主応力となる。

モードI単独の場合は $\theta_\sigma=0$ で、き裂の延長方向に進展する。このときの σ_θ は次式となる。

Fig. 1 Stress components near crack tip

$$\sigma_\theta = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

よって、混合モードの場合をモードI単独に置換えたときの等価応力拡大係数を K_{eq} とすると、式(1)、(4)より次式を得る。

$$K_{eq} = K_I \cos^3\left(\frac{\theta_\sigma}{2}\right) - 3K_{II} \cos^2\left(\frac{\theta_\sigma}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_\sigma}{2}\right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

疲労き裂進展に関しては、荷重パラメータとして最大接線応力範囲 $\Delta\sigma_\theta$ をとる。したがって、式(5)の応力拡大係数 K_I と K_{II} を応力拡大係数範囲 ΔK_I と ΔK_{II} で置換える。また、このとき混合モードき裂が、進展後直後でモードIとなるときに等価なモードI応力拡大係数 ΔK_{eq} は次式で与えられる。

$$\Delta K_{eq} = \Delta K_I \cos^3\left(\frac{\theta_\sigma}{2}\right) - 3\Delta K_{II} \cos^2\left(\frac{\theta_\sigma}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_\sigma}{2}\right) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $\Delta K_I=0$ のとき、式(2)よりき裂進展方向は $\theta_\sigma = \cos^{-1}(1/3) = -70.53^\circ$ となり、等価なモードI応力拡大係数は次式となる。

$$\Delta K_{eq} = 1.155 \Delta K_{II} \quad \dots\dots\dots (7)$$

したがって、モードIの下限界値 ΔK_{Ith} とモードIIの下限界値 ΔK_{IIth} との間には次の関係がある。

$$\Delta K_{Ith} = 0.866 \Delta K_{IIth} \quad \dots\dots\dots (8)$$

モードI、IIIの混合モードでは、き裂の進展はねじれファセットを形成する。この場合、MTS基準を拡張して、き裂は最大主応力に垂直な方向に形成され、そのときの最大主応力は一定とする。モードI、IIIが混合するときの、疲労における等価なモードIの応力拡大係数 ΔK_{eq} は次式となる⁽⁷⁾。

$$\Delta K_{eq} = \frac{\Delta K_I}{2} (1 + 2\nu) + \frac{1}{2} [(1 - 2\nu)^2 \Delta K_I^2 + 4 \Delta K_{III}^2]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

また、 $\Delta K_I=0$ のモードIII単独の場合、 ΔK_{eq} は次式となる。

$$\Delta K_{eq} = \Delta K_{III} \quad \dots\dots\dots (10)$$

したがって、モードIの下限界値 ΔK_{Ith} とモードIIIの下限界値 ΔK_{IIIth} との間には次の関係がある。

$$\Delta K_{IIIth} = \Delta K_{Ith} \quad \dots\dots\dots (11)$$

モードI、II、IIIが混在する三次元き裂に対して、Richardら⁽⁸⁾またSchollmannら⁽⁹⁾によって等価応力拡大係数の簡便式が提案されている。

2.3 疲労き裂のせん断形進展の基準 疲労き裂のせん断形進展に関しては、最大せん断応力クライテリア(Maximum shear stress criterion: MSS criterion)が使用される。き裂先端の弾性応力分布でせん断応力 $\tau_{r\theta}$ が最大となる方向にき裂が進展する基準

である⁽¹⁰⁾。

モード I, II の混合モードでのせん断応力は式(2)で与えられる。ここで最大せん断応力の方向は、 $\partial\tau_{\theta}/\partial\theta=0$, $\partial^2\tau_{\theta}/\partial\theta^2<0$ より、次式を得る。

$$K_I(3\cos\theta_r-1)-K_{II}\tan(\theta_r/2)(5+9\cos\theta_r)=0 \quad \dots\dots\dots(12)$$

ここで、 $K_I=0$ のとき $\theta_r=0$ となり、せん断応力は次式となる。

$$\tau_{\theta}=\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \quad \dots\dots\dots(13)$$

したがって、モード II に対する等価応力拡大係数は次式となる。

$$K_{I\text{Ieq}}=K_I\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\theta_r}{2}\right)\sin\theta_r + K_{II}\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\theta_r}{2}\right)(3\cos\theta_r-1) \quad \dots\dots\dots(14)$$

疲労に対しては変動範囲をとって、モード II の等価応力拡大係数範囲を得る。

$$\Delta K_{I\text{Ieq}}=\Delta K_I\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\theta_r}{2}\right)\sin\theta_r + \Delta K_{II}\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\theta_r}{2}\right)(3\cos\theta_r-1) \quad \dots\dots\dots(15)$$

ここで、 $\Delta K_{II}=0$ のとき、 $\theta_r=\cos^{-1}(1/3)=70.53^\circ$ であり、このとき次式が得られる。

$$\Delta K_{I\text{Ieq}}=0.385\Delta K_I \quad \dots\dots\dots(16)$$

したがって、モード I の下限界値 $\Delta K_{I\text{th}}$ と、モード II の下限界値 $\Delta K_{II\text{th}}$ との間には次の関係がある。

$$\Delta K_{II\text{th}}=0.385\Delta K_{I\text{th}} \quad \dots\dots\dots(17)$$

モード III とモード I が混合する場合、 $\theta=0$ での最大せん断応力は、次式より求められる。

$$\Delta\tau_{\text{max}}=\frac{1}{2\sqrt{2\pi r}}[\Delta K_I^2(1-2\nu)^2+4\Delta K_{III}^2]^{1/2} \quad \dots\dots\dots(18)$$

同様にして、等価応力拡大係数は次式となる。

$$\Delta K_{I\text{Ieq}}=\frac{1}{2}[\Delta K_I^2(1-2\nu)^2+4\Delta K_{III}^2]^{1/2} \quad \dots\dots\dots(19)$$

3. 複合荷重下での疲労き裂の進展挙動

3・1 モード II 単独およびモード I + II 混合モード荷重下での予き裂からのき裂進展挙動 予き裂にモード II のせん断荷重を加えると、前述の MTS 基準と MSS 基準で予測される方向は、引張形進展では図 2(a) に示すようにき裂は偏向し、せん断形進展では図 2(b) に示すようにき裂はまっすぐに進展する。実際の疲労き裂の進展は材料、応力レベルに依存して複雑である。

混合モードの場合には、き裂近傍の応力場において、 $\Delta\sigma_\theta$ が最大の方向に垂直方向には引張形進展が、一方、

Fig. 2 Extension of a crack under mode II loading

Fig. 3 Fatigue crack extension from a precrack under mixed mode loading in 2017-T3

せん断応力範囲 $\Delta\tau_{\theta}$ が最大の方向にはせん断形き裂進展が生じる可能性がある。どちらの方向に進展するかは、最大進展速度クライテリア (Maximum growth rate criterion: MGR criterion)⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ で決まるとされる。つまり、き裂は速度が速いほうのモードを選択してき裂は進展する。言い換えると、 $\Delta\sigma_\theta$ で決まる進展速度が $\Delta\tau_{\theta}$ に対する進展速度より速いときには引張形の進展が生じて、 $\Delta\sigma_\theta$ が最大の方向に垂直方向に進展する。そのときの速度は $\Delta\sigma_\theta$ で決まる進展速度である。逆に、 $\Delta\tau_{\theta}$ で決まる進展速度が $\Delta\sigma_\theta$ に対する進展速度より速いときにはせん断形の進展が生じて、 $\Delta\tau_{\theta}$ が最大の方向に垂直方向に進展する。そのときの速度は $\Delta\tau_{\theta}$ で決まる進展速度である。

アルミニウム合金などでは、低い応力レベルのときにはき裂はすぐに分岐して引張形の進展を示すのに対

Fig. 4 Fatigue crack path under cyclic torsion with static tension

して、高応力下においては、まっすぐにせん断形で進展するが、進展したのちにき裂が分岐して引張形になる場合がある。このせん断形から引張形への遷移については3・3節で述べる。

アルミニウム合金 (Al 2017-T 3) におけるモード I + II 荷重下でのき裂の進展様式に関する大塚らの結果⁽¹³⁾を図3に示す。混合モードの場合のき裂進展様式が、負荷したモード I あるいはモード II 応力拡大係数範囲のマッパ上に示されている。モード II 単独荷重下では次の条件が満たされるときにせん断形き裂進展が認められる。

$$\Delta K_{II} > \Delta K_{Ith}(\text{shear mode}) = 3 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} \quad \cdots (20)$$

ΔK_{Ith} 以上では、モード II の進展の速度が速いためこのモードで進むが、これ以下で $1.6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 以上では、モード II の進展はなくモード I の分岐き裂となる。また、混合モード下では、図3中の破線で示されている次の条件も満たされる必要がある。

$$\Delta K_{II}/\Delta K_I > 1.6 \quad \cdots (21)$$

Fig. 5 Fatigue threshold under I + II with various stress ratio

ただし、これらの値は材料に依存している。

鉄鋼材料においてモード II 単独繰返し荷重下では、高応力ではせん断形で進展する場合もある⁽¹²⁾が、多くの場合、予き裂からき裂は分岐して引張形進展を示す。なお、このときには予き裂先端ではわずかにせん断き裂進展を伴っている場合があるが、数結晶粒程度でミクロな結晶学的な滑りによるせん断進展である。図4は炭素鋼 (S 45 C) において観察された疲労き裂進展経路を示す⁽¹⁴⁾。実験では、薄肉円筒に円周方向に軸力繰返しで予き裂を導入し、その後両振りの繰返しねじり荷重を加え予き裂からの進展を観察した。き裂はMTS基準で予測される方向に進展する。MTS基準を使用して予測する場合、進展経路に対する平均応力の影響は無視できる。これは、疲労き裂の偏向を引き起こすのはき裂のモード II の変動成分であり、疲労き裂は変動成分に対して局所対称性を満たして進展するためである。

図5には、ステンレス鋼に関する混合モード条件下での引張形進展の下限界条件を示す⁽¹⁵⁾。初期がスリットの場合には式(6)による予測に近いが、き裂の場合の下限界条件は負荷応力比 R が低くなると特にモード II の限界値が上昇する。これは破面の接触摩擦でモード II の変形が阻止されるためである。

3・2 モード III 単独およびモード I + III 混合モード荷重条件下での予き裂からのき裂進展挙動 低応力

Fig. 6 Crack growth mode under mode II loading for a mild steel

レベルではマイクロせん断形の後、すぐにき裂面がねじれて、引張形進展に遷移する。この引張形進展は、環状き裂材ではいわゆるファクトリールーフ形となる^{(16)~(18)}。ファクトリールーフはき裂面の大きな接触を引き起こすために、同一負荷条件でも、き裂の進展とともに進展速度は低下する^{(16)~(18)}。破面接触の効果を無視すると安全側の評価となる。斜め予き裂を入れた棒材の4点曲げでは、き裂は主応力に垂直方向に遷移し、モードIの進展をする⁽⁷⁾。

一方、高応力レベルでは、マクロせん断形のき裂進展をする。また環状き裂丸棒では混合モードき裂進展を続ける。この遷移は、き裂先端のせん断変位ないしは、塑性せん断ひずみ幅で決まると推測されるが、本質的にはMGR基準によって決まるものであろう。また、高応力レベルでは小規模降伏から逸脱する場合が多く、このときのき裂進展速度を決める破壊力学パラメータとして J 積分が用いられる⁽¹⁷⁾。

また、中応力レベルでは環状予き裂丸棒の疲労試験では、はじめマクロせん断形であるが、途中でマクロ引張形に遷移することがある。これは、き裂が進展するにつれてき裂先端のせん断変位が破面の摩擦のため減少し、これ以上せん断形の進展を続けることができなくなるためである。図6に、炭素鋼(S45C)におけるモードIII繰返し荷重下での破面の様相を模式的に示す⁽¹⁸⁾。破面はマイクロせん断、マクロせん断、マクロ引張りに分類でき、遷移は伝ば速度によって決まると推測される。ファクトリールーフへの遷移は、親指状に進展したせん断き裂から引張形のファセットを形成することによって生じる⁽¹⁹⁾。

図7は炭素鋼における環状予き裂からのき裂進展速度のき裂進展に伴う変化である⁽¹⁸⁾。低応力ではき裂は少しのびた後に停留する。この破面接触効果による

Fig. 7 Crack propagation rate with crack extension under mode III loading for a mild steel

Fig. 8 Crack extension and arrest under mixed mode I + III for a mild steel

応力拡大係数を ΔK_{sh} とすると、真のき裂進展率 ΔK_{tip} は次式で求まる。

$$\Delta K_{tip} = \Delta K_{app} - \Delta K_{sh} \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここで、 ΔK_{app} は負荷した応力拡大係数である。ここで、図7においてき裂進展量が零まで外挿した進展速度は $\Delta K_{sh}=0$ での進展速度と考えられる。これから ΔK_{sh} を評価することが可能である。

このように環状予き裂材においては、き裂発生限界とき裂進展限界に分けられるため、二つの疲労下限界

が存在する。図8に炭素鋼におけるモードⅠ+Ⅲでの下限界を示す⁽¹⁸⁾。き裂の発生下限界は、式(19)によって近似することができる。き裂の停留条件はき裂進展抵抗曲線法で予測できる。

3・3 セン断形から引張形進展への遷移 予き裂がモードⅡ単独の繰返しを受ける場合、低応力では進展直後に引張形のモードⅠき裂に偏向あるいは分岐する場合が多い。しかし、高応力の場合には予き裂方向にせん断形進展を行う。この状況は環状き裂を有する丸棒にモードⅢ単独の繰返しねじりが作用する場合も同様であり、低応力レベルでは進展直後にモードⅠの引張形き裂に遷移して、破面にファクトリールーフを作る。一方、高応力では予き裂面と同一面をモードⅢのせん断形でき裂が進展する。中間応力レベルでは、いずれもある程度進展してから途中でせん断形から引張形に遷移する。

以上のことはせん断形のき裂進展下限界応力拡大係数は、引張形進展の下限界応力拡大係数より大きいことを意味する。村上らはせん断形進展のモードⅡ下限界応力拡大係数 ΔK_{IIth} を独自の実験法で測定した⁽²⁰⁾⁽²¹⁾。数種の鉄鋼材料に対して測定された結果では、引張形のモードⅠ下限界応力拡大係数 ΔK_{Ith} よりも大きい。例えば炭素鋼(S45C)に対しては $\Delta K_{Ith}=7.8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 、 $\Delta K_{IIth}=9.6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ を報告している。さらに、モードⅢの下限界値 ΔK_{IIIth} はモードⅡの値にほぼ等しいとしている。

せん断形(モードⅡ)から引張形進展への遷移については、Doquetら⁽¹²⁾⁽²²⁾によって詳細に検討されている。マルエージング鋼の予き裂材にモードⅡせん断繰返しを加えた場合に、負荷したモードⅡ応力拡大係数幅 ΔK_{II} が $20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 以下のときには、進展直後に

Fig. 9 Fatigue crack propagation kinetics for mode I and II loading in a maraging steel

き裂は分岐するが、これ以上の場合には予き裂と同一方向へのせん断形進展を行い、進展とともに減速してついには分岐する。このときには、き裂面の接触により摩耗粉が形成される。き裂先端に作用する真の応力拡大係数幅 ΔK_{tip} の値は、き裂先端近傍のき裂面のせん断変位分布の測定から求められる。図9には、せん断形のき裂進展速度 da/dN とき裂先端応力拡大係数範囲 ΔK_{tip} の関係を示す⁽²²⁾。さらに、引張形のモードⅠの関係も示されているが、 $20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 程度以上では、モードⅡの進展速度のほうがモードⅠより速い。しかし、これ以下になると両者は近づき、低い場合には逆転してモードⅠのほうが進展速度が速くなる。

き裂進展に伴う進展様式の遷移はMGR基準で説明できる。つまり、 $20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 以上ではモードⅡの進展速度が大きいためにせん断形で進展をはじめたき裂は、き裂面接触により式(22)に示すように、負荷した ΔK_{app} の増大より破面摩擦による ΔK_{sh} の増大が大きく、したがって ΔK_{tip} がき裂進展とともに低下する。これが低下するとついにはモードⅠの進展速度のほうが速くなり、き裂は引張形に遷移する。

以上から、混合モード下での疲労き裂の進展経路はき裂先端の局所的なパラメータで決まるといえる。図10に示すように、き裂先端の局所場において、引張形進展はき裂先端での $\Delta\sigma_\theta$ の最大方向に生じるのに対して、せん断形進展は $\Delta\tau_{\theta\theta}$ が最大方向である。どちらの進展様式が起こるかはMGR基準をもとに判定される。小規模降伏の場合には、この局所条件はき裂先端の応力拡大係数で表すことができる。さらに、大変形状態の場合には、き裂先端の局所パラメータとしてひずみパラメータを採用するほうがいいであろう。引張形の進展は垂直ひずみ $\Delta\varepsilon_\theta$ が最大方向に生じ、せん断形の進展は $\Delta\gamma_{\theta\theta}$ が最大方向に生じる。この場合にもどちらの進展が実際に起こるかはMGR基準で判断される。

実際の場合に生じるせん断形から引張形への遷移条件の決定には、モードⅡあるいはⅢのせん断き裂が進

Fig. 10 Fatigue crack growth mode under mixed mode loading

展する場合の破面接触の定量化を行い、き裂先端の局所場のパラメータを知ることが必要である。また、破面接触の状況あるいは進展様式の遷移は、材料、負荷応力レベルのみならず、せん断面に垂直に作用する垂直応力が大きな影響をもつ。さらに、真空あるいは大気中などの試験環境によっても異なることが知られている⁽²¹⁾⁽²²⁾。実際の疲労破壊でせん断破壊が認められるのは、接触疲労、フレッチング疲労、面圧疲労であり、またき裂に平行な応力が非常に高いときにはせん断き裂の進展が起こる。さらに、特殊な非比例負荷条件の疲労き裂もせん断形で進展する場合がある⁽²³⁾。

4. 切欠からの疲労き裂の発生と進展挙動

4.1 疲労き裂の発生寿命 切欠材の疲労強度は切欠係数ないしは疲労強度低減係数をもとに予測される。この値は平滑材の強度 σ_{wo} を切欠材の強度 σ_w で割った値で定義される。

$$K_f = \sigma_{wo} / \sigma_w \quad \dots\dots\dots (23)$$

切欠底に微小試験片を考えこの試験片に作用する応力が平滑材の疲労限度 σ_{wo} に等しくなるときが、切欠材の疲労限度 σ_w となると、 K_f は、弾性力学で求めた応力集中率 K_t に等しい。実際には $K_f < K_t$ である。このおもな原因は、切欠底でのき裂発生過程が結晶粒径などの有限領域で生じていること、また、切欠底での弾塑性変形により応力分布が弾性と異なることなどのためにもたらされる。前者の影響を考慮するために、切欠からの有限の領域での平均応力あるいはある点だけ離れた位置での応力が疲労強度を支配するとした臨界距離理論(The theory of critical distance)により、 K_f が求められる⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾。多軸疲労においては、図 11 に示す切欠底の要素も多軸応力状態にあるが、上記の理論を適用するにあたっては、ある距離離れた位置での応力状態に対して、臨界面(critical plane)の損傷を考えた平滑材の多軸疲労寿命則が使用されている⁽²⁶⁾。

切欠底の弾塑性変形による応力・ひずみは、材料の構成方程式がわかれば有限要素法などにより求めるこ

Fig. 11 Stress state near notch tip

とができる。簡便法としては Neuber 則⁽²⁷⁾ がよく用いられる。これによると、切欠底の応力集中率 K_σ とひずみの集中率 K_ϵ の積は弾性応力集中率 K_t の二乗に等しい。

$$K_\sigma^2 = K_\sigma \cdot K_\epsilon \quad \dots\dots\dots (24)$$

つまり、Neuber 則による切欠底の軸方向の応力 σ_{22}^N とひずみ ϵ_{22}^N は、弾性的に求められる応力 σ_{22} とひずみ ϵ_{22} と次の関係にある。

$$\sigma_{22}^N \cdot \epsilon_{22}^N = \sigma_{22}^N \cdot \epsilon_{22}^N \quad \dots\dots\dots (25)$$

この式は多軸に対しては次式に拡張されている。

$$\sigma_{ij}^N \cdot \epsilon_{ij}^N = \sigma_{ij}^N \cdot \epsilon_{ij}^N \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここでは、 $i, j=1, 2, 3$ に対する総和規約を適用する。

実際の切欠に対して Neuber 則は応力ひずみの上限を評価しており、Glinka ら⁽²⁸⁾ は下限値を評価するものとして等価ひずみエネルギー密度関係を提案した。

$$\int_0^{\epsilon_{ij}^E} \sigma_{ij}^E \cdot d\epsilon_{ij}^E = \int_0^{\epsilon_{ij}^L} \sigma_{ij}^L \cdot d\epsilon_{ij}^L \quad \dots\dots\dots (27)$$

これにより求められる σ_{ij}^L , ϵ_{ij}^L が下限値となる。

このように評価された応力ひずみに対して平滑材の寿命則を使用して切欠材の強度を求めることになる。複合荷重の寿命則に関して、平滑材の疲労に関しては比例負荷ばかりでなく、非比例負荷の場合の検討がなされているが、切欠材に関する後者の場合の検討はほとんどない。また、実際の切欠部材の疲労では、き裂の進展が切欠および試験片の寸法・形状に大きく支配されており、厳密な寿命則を導くためには、き裂の発生と進展を分けて評価することが重要である。

4.2 疲労き裂の進展挙動 複合荷重下で切欠底に形成される疲労き裂は、一般に表面き裂であり、その力学的解析にはき裂の三次元的形状の同定が必要で

Fig. 12 Fatigue cracks made from a hole for three cases A, B and C

あり複雑である。しかし、薄肉円筒に導入した円孔からのねじりと軸荷重の複合荷重下でのき裂進展では、き裂が貫通き裂となり、力学的検討が比較的容易となる。

円孔を有する薄肉円筒に複合荷重が作用する場合にも、円孔縁の応力は円周方向成分のみで、一軸応力状態となっており、主応力方向も変化しない。き裂は円孔縁の円周方向応力が最大の位置に生じる。その後のき裂は円孔の中心線上を直線的に進展する。図12は炭素鋼における円孔から進展した疲労き裂を示す⁽²⁹⁾。荷重負荷条件は、繰返しねじり単独(ケースA)、繰返しねじりに同じ大きさの静的軸力の重畳(ケースB)、繰返しねじりに同じ大きさの繰返し軸力の重畳(ケースC)の3種である。前二者ではき裂の進展方向がほぼ同じであり、き裂進展方向には応力の変動成分だけで決まっており、平均応力は効かないことがわかる。

繰返しねじりを受けるき裂の先端には大きな塑性変形が生じる場合が多い。このとき、き裂の進展速度は応力拡大係数範囲 ΔK で予測されるより加速となり、 J 積分 ΔJ による整理が必要である⁽²⁹⁾。

き裂進展挙動が部材の形状に依存するため疲労強度も切欠の応力集中度だけでは予測できない場合もある。図13には西谷ら⁽³⁰⁾による炭素鋼(S35C)環状切欠丸棒と、段付き丸棒のねじり疲労試験後のき裂と破面の状態を示す。前者の場合にはき裂が切欠部に閉じこめられ、破面はファクトリールーフになるのに対して、後者では細い軸の方向にき裂は進展しやすい。このため、同一の応力集中度の場合にも環状切欠丸棒のほうが強度が高い。さらに、疲労限度近傍で停滞き裂ができやすい。切欠部材の寿命予測には三次元的なき裂の進展挙動の予測が必要である。

4.3 疲労下限界の予測 切欠材の疲労限度は、

Fig. 13 Fatigue crack path for circumferentially notched and shouldered steel bars under cyclic torsion

切欠が鋭い場合あるいは寸法が小さい場合にはき裂が発生する条件ではなく、き裂が連続進展する条件によって決まっている。切欠材において発生したモードI形の引張形き裂が停留する理由は、き裂進展とともにき裂閉口の程度が上昇するため、有効応力拡大係数が低下し、下限界値を下回ることによる。田中ら⁽³¹⁾は切欠材における疲労き裂の停留を予測する手法としてき裂進展抵抗法(R 曲線法)を提案し、円孔を有する薄肉円筒が繰返しねじりと繰返し軸力が重畳する場合の疲労限度の予測を行った⁽³²⁾⁽³³⁾。

図14に、炭素鋼に関するせん断応力と軸力の重畳条件でのき裂発生限度および破断限度を示す⁽³³⁾。せん断応力と軸力の間には位相差がある場合で、(a)が位相差 $\delta=45^\circ$ 、(b)が $\delta=90^\circ$ である。前者ではき裂

(a) Phase shift $\delta=45^\circ$

(b) Phase shift $\delta=90^\circ$

Fig. 14 Fatigue thresholds of holed specimens under combined torsional and axial loading

発生限度および破断限度ともによく一致しているが、後者では破断限度は予測より低く、むしろ発生限度に一致する。これは、位相差があるためにき裂面でのせん断が導入され、破面の摩耗によりき裂閉口が小さくなるためである。

R 曲線法が厳密な方法であり、き裂の発生と停留の予測にはき裂の進展経路の予測が重要である。また、実部材ではき裂は三次元形状をもち複雑となる。なお、遠藤ら⁽³⁴⁾は位相差がある場合を含めて簡便な予測法を提案している。

5. ま と め

疲労き裂のマクロな進展形態は、引張形進展とせん断形進展に区別することが重要であり、それぞれの進展様式によって進展経路が異なる。

引張形進展の経路は主応力振幅が最大の面に垂直となり、平均応力は経路に影響しない。また、その方向は応力の変動成分に対して先端での局所対称性基準を満たす。混合モードを受ける予き裂からの疲労き裂の進展は、通常の場合には進展開始とともに局所対称性を満たす方向に偏向あるいは分岐して、モード I の引張形進展に移移する。モード II で負荷応力拡大係数範囲が大きいつきには、き裂は予き裂の方向にせん断形で進展するが、き裂先端のせん断応力振幅が最大の方向である。中間の応力レベルでは、初期にせん断形で進展後に引張形に移移する。このようなせん断形から引張形への移移はモード III 荷重を受ける予き裂の場合も同様である。き裂の進展が引張形であるか、せん断形であるかは、最大き裂進展速度基準によって判定されるようである。またせん断形のき裂進展においては、き裂面の接触による摩擦の定量化が必要である。

切欠材の寿命あるいは強度の厳密検討のためにはき裂発生と進展に分けることが必要である。切欠の応力ひずみ集中部からのき裂の発生は、ある領域の平均応力あるいはある点離れた位置での応力によって支配されている。切欠底の応力ひずみの集中は簡便的には Neuber 則などによって予測され、そこで平滑材の寿命則を適用することが一般的であるが、非比例負荷などを含めた実験的検討は少ない。き裂進展は試験片形状や負荷条件によって異なることが多い。円孔付き薄肉円筒がねじり繰返しを受ける場合には、き裂は円孔縁から直線的に進展するが、先端の塑性領域は大きく J 積分による整理が必要である。実際には表面き裂であり、三次元的検討が必要である。切欠材の疲労限度は切欠底からでたモード I 引張形き裂の停留条件で決まっており、その予測にはき裂進展抵抗曲線法が有力

である。

本研究の一部は、東京電力(株)、北海道電力(株)、東北電力(株)、中部電力(株)、北陸電力(株)、関西電力(株)、中国電力(株)、四国電力(株)、九州電力(株)、日本原子力発電(株)、電源開発(株)からの委託研究として、(社)日本溶接協会原子力委員会 MF-II 小委員会で行われたものである。

文 献

- (1) Tanaka, K., Fatigue Crack Propagation, Comprehensive Structural Integrity, Vol. 4, *Cyclic Loading and Fatigue*, eds. Ritchie, R. O. and Murakami, Y., (2003), pp. 95-127, Elsevier.
- (2) Erdogan, F. and Sih, G. C., On the Crack Extension in Plates Under Plane Bending and Transverse Shear, *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Basic Engineering*, Vol. 85 (1963), pp. 519-527.
- (3) Kitagawa, H., Yuuki, R. and Tohgo, K., Fatigue Crack Propagation Behavior from a Crack Under Mixed Mode of I and II, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol. A 47 (1981), pp. 1283-1292.
- (4) Palaniswamy, K. and Knauss, W. G., On the Problem of Crack Extension in Brittle Solids Under General Loading, *Mechanics Today*, eds. Nemat-Nasser, S., Vol. 4 (1978), pp. 87-184, Pergamon.
- (5) Sih, G. C., *Mechanics of Fracture*, Vol. I (1973), p. 21, Noordhoff.
- (6) Okamura, H., *Introduction to Linear Fracture Mechanics*, (1976), p. 25, Baifukan.
- (7) Pook, L. P., The Fatigue Crack Direction and Threshold Behavior of Mild Steel Under Mixed Mode I and III Loading, *International Journal of Fatigue*, Vol. 7, No. 1 (1985), pp. 21-30.
- (8) Schollmann, M., Kullmer, G., Fulland, M. and Richard, H. A., A New Criterion for 3D Crack Growth Under Mixed-Mode (I+II+III) Loading, *Proceedings of the Sixth International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue & Fracture*, Vol. II (2001), pp. 589-598.
- (9) Richard, H. A., Schollmann, M., Fulland, M. and Sander, M., Experimental and Numerical Simulation of Mixed-Mode Crack Growth, *Proceedings of the Sixth International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue & Fracture*, Vol. II (2001), pp. 623-630.
- (10) Otsuka, A., Mori, K. and Miyata, T., The Condition of Fatigue Crack Growth in Mixed Mode Loading, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 7 (1975), pp. 429-499.
- (11) Hourlier, F., d'Hondt, H., Truchon, M. and Pineau, A., Fatigue Crack Path Behavior Under Polymodal Fatigue, *Multiaxial Fatigue*, eds. Miller, K. J. and Brown, M. W., ASTM STP 853 (1982), pp. 228-248.
- (12) Pinna, C. and Doquet, V., The Preferred Fatigue Crack Propagation Mode in a M 250 Maraging Steel Loaded in Shear, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 22 (1999), pp. 173-183.
- (13) Otsuka, A. and Tohgo, K., Fatigue Crack Initiation and Growth Under Mixed Mode Loading in Aluminum Alloys 2027-T 3 and 7075-T 6, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 28, No. 5/6 (1987), pp. 721-732.
- (14) Tanaka, K., Akiniwa, Y., Kato, T. and Mikuriya, T., Fatigue Crack Propagation from a Precrack Under

- Combined Torsional and Axial Loading, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 28 (2003), pp. 73-82.
- (15) Hua, G., Alagok, N., Brown, M. W. and Miller, K. J., Growth of Fatigue Cracks Under Combined Mode I and Mode II loads, *Multiaxial Fatigue*, eds. Miller, K. J. and Brown, M. W., ASTM STP 853 (1982), pp. 182-202.
- (16) Tschegg, E. K., Mode III and Mode I Fatigue Crack Propagation Behavior Under Torsional Loading, *Journal of Materials Science*, Vol. 18 (1983), pp. 1604-1614.
- (17) Tanaka, K., Akiniwa, Y. and Nakamura, H., J Integral Approach to Mode III Fatigue Crack Propagation in Steel Under Torsional Loading, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 19 (1996), pp. 571-579.
- (18) Tanaka, K., Akiniwa, Y. and Yu, H., The Propagation of a Circumferential Fatigue Crack in Medium-Carbon Steel Bars Under Combined Torsional and Axial Loading, *Mixed-mode Crack Behavior*, ASTM STP 1359, eds. Miller, K. J. and McDowell, D. L., (1999), pp. 295-311.
- (19) Murakami, Y. and Takahashi, H., Torsional Fatigue Strength of Specimens Containing an Initial Small Crack Introduced by Tension-Compression Fatigue, *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Vol. 47 (1998), pp. 846-851.
- (20) Murakami, Y., Sakae, C. and Hamada, S., Mechanism of Rolling Contact Fatigue and Measurement of ΔK_{III} for Steels, *Engineering Against Fatigue*, eds. Beynon J. H., Brown, M. W., Lindley, T. C., Smith, R. A. and Tomkins, B., (1999), pp. 473-485, Balkema.
- (21) Murakami, Y., Current Development of Multiaxial Fracture Mechanics: Crack Behavior and Material Resistance in Mutiaxial Loading, *Proceedings of the 8th International Conference on Multiaxial Fatigue & Fracture*, CD-ROM (2007).
- (22) Doquet, V. and Bertolino, G., Crack Propagation Under Mixed-Mode Loading and Associated Modeling, *Proceedings of the 8th International Conference on Multiaxial Fatigue & Fracture*, CD-ROM (2007).
- (23) Plank, R. and Kuhn, G., Fatigue Crack Propagation Under Non-Proportional Mixed Mode Loading, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 62 (1999), pp. 203-229.
- (24) Tanaka, K., Engineering Formulae for Fatigue Strength Reduction Due to Crack-Like Notches, *International Journal of Fracture*, Vol. 22, No. 2 (1983), pp. 36-46.
- (25) Taylor, D., Geometrical Effects in Fatigue: a Unifying Theoretical Model, *International Journal of Fatigue*, Vol. 21 (1999), pp. 413-420.
- (26) Susmel, L., The Modified Wohler Curve Method for Predicting the Fatigue Limit of Notched Components Under Multiaxial Loadings, *Proceedings of the 7th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue & Fracture*, (2004), pp. 179-184.
- (27) Neuber, H., Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatical Bodies with Arbitrary Nonlinear Stress-Strain Laws, *Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 28 (1961), pp. 544-550.
- (28) Moftakhar, A., Bucaynski, A. and Glinka, G., Calculation of Elasto-Plastic Strains and Stresses in Notches Under Multiaxial Loading, *International Journal of Fracture*, Vol. 70 (1995), pp. 357-373.
- (29) Tanaka, K., Takahashi, H. and Akiniwa, Y., Fatigue Crack Propagation from a Hole in Tubular Specimens Under Axial and Torsional Loading, *International Journal of Fatigue*, Vol. 28 (2006), pp. 324-334.
- (30) Kawano, K. and Nisitani, H., Fatigue Limit and Non-Propagating Crack in Torsional Fatigue of Notched or Shouldered Specimens, *Proceedings of the 13th Japan Congress on Materials Research*, (1970), pp. 73-76.
- (31) Tanaka, K. and Akiniwa, Y., Resistance-Curve Method for Predicting Fatigue Thresholds, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 30, No. 6 (1988), pp. 863-876.
- (32) Tanaka, K., Akiniwa, Y., Morita, K. and Wakita, S., Resistance-Curve Method for Predicting Fatigue Thresholds in Holed Specimens Under Combined Torsional-Axial Loading, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol. 72, No. 720 (2006), pp. 1137-1144.
- (33) Tanaka, K., Akiniwa, Y., Morita, K. and Wakita, S., Fatigue Thresholds of Notched Components Under Combined Torsional and Axial Loadings, *Proceedings of the 8th International Conference on Multiaxial Fatigue & Fracture*, CD-ROM (2007).
- (34) Endo, M. and Ishimoto, I., The Influence of Phase Difference on the Fatigue Strength of Steel Specimens Containing a Small Hole Under Combined Axial/Torsional Loading, *Proceedings of the Sixth International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue & Fracture*, (2004), pp. 465-470.