円孔又は介在物を含む材料の
疲労破壊経路予測移動有限要素法シミュレーション*西岡 俊久^{*1}, 榊上 真由子^{*2}
元 瑛 駿^{*3}, 藤本 岳 洋^{*4}Simulation of Fatigue Fracture Path Prediction in Materials
Containing Holes or Inclusions Using Moving Finite Element MethodToshihisa NISHIOKA^{*5}, Mayuko MASUGAMI,
Young Jun WON and Takehiro FUJIMOTO^{*5} Graduate School of Maritime Sciences, Kobe University,
5-1-1 Fukae Minamimachi, Higashinada-ku, Kobe-shi, Hyogo, 658-0022 Japan

It is well known that approximately 70 to 80 percent of the failure accidents that occur in complex structures that have such holes are caused by the fatigue fracture. That is, we need to know fatigue fracture path to evaluate health. In this paper, we carried out fatigue fracture path prediction simulation containing multiple circular holes or inclusions in specimens. Furthermore the effect of their existence on crack growth was examined. The simulations were conducted using the moving finite element method based on Delaunay automatic triangulation, and the numerical result of the specimens containing multiple circular holes was compared with the experimental result. In the fatigue fracture path prediction simulation, Paris's law was used to decide crack propagation length Δa and local symmetry criterion was used to decide crack propagation direction.

Key Words: Fatigue, Crack Propagation, Finite Element Method, Path Independent Integral, Stress Intensity Factor

1. 緒 言

機械・構造物の建設等に用いられる結合方法の代表的な例としてボルト結合がある。これは結合させたい部材に孔を空けて、そこにボルトを通すことで部材同士を結合させる方法である。この結合方法は、溶接のように特殊な加工技術を必要とせず、構造全体の強度をある程度確保しながら容易に組み上げることが可能である。しかしながら、構造中に孔を設けたことによりもたらされる負の部分も考慮されなければならない。また、このような孔を有する複雑な機械・構造物で起こる破壊事故の 7~8 割は疲労破壊に基づいている⁽¹⁾。このような事故では、機械・構造物としての機能が果

たせなくなるだけでなく、人命や社会生活に多大な影響を及ぼす重大な事故になる可能性も生じてくる。しかし、発生したき裂の成長を予測できればき裂の検出すべき位置の特定が容易となるため、機械や構造物の最重要部に破壊が至らないような設計が可能となる。つまり、このような事故時の被害を最小限に抑えることも可能と考えられる。そこで本研究では、疲労破壊実験及びシミュレーションを行い、両者を比較することにより、円孔を含む部材にき裂進展が生じた場合に、円孔が疲労き裂進展に与える影響を調べた。疲労き裂進展予測シミュレーションではデローニ自動要素分割⁽²⁾⁽³⁾に基礎を置く移動有限要素法⁽⁴⁾⁽⁵⁾を用いて破壊経路を予測した。本シミュレーションでは、応用形シミュレーション⁽⁶⁾を用いた。き裂進展量増分 Δa はパリス則により決定し、き裂の進展方向は局所対称理論を用いて決定した。また、シミュレーションでは円孔内部に介在物を配置したモデルによるシミュレーションを行い、介在物が疲労き裂進展に与える影響についても調べた。

* 原稿受付 2007 年 9 月 20 日。

^{*1} 正員, フェロー, 神戸大学大学院海事科学研究科(〒658-0022 神戸市東灘区深江南町 5-1-1)。^{*2} 学生員, 神戸大学大学院自然科学研究科。^{*3} 准員, 神戸大学大学院自然科学研究科。^{*4} 正員, 神戸大学大学院海事科学研究科。

E-mail: nishioka@maritime.kobe-u.ac.jp

2. 疲労破壊実験

本実験では試験片の材料として、アルミニウム合金 (A5052-H112) を用いた。試験片寸法を図 1 に示す。試験片の材料の機械的性質を表 1 に示す。また本実験で用いた荷重装置を図 2 に示し、その試験片と治具の組立図を図 3 に示す。本実験では図 3 に示すように、試験片の上下端面に等分布荷重がかかるよう試験片の上下を裏表から鋼板で挟み込み、さらに治具 A、B の接合部を面接触させることにより引張時の試験片の回転を抑制している。この構造により、治具を介して試験片の上下方向のみに繰り返し負荷を与えた。負荷は変位量に基づいて制御している。この変位制御の下、試験片中の疲労き裂を進展させることが可能である。

Fig.1 Shape of specimen

Table1 Mechanical properties of A5052-H112

Ultimate Tensile Strength	262 MPa
Tensile Yield Strength	214 MPa
Elongation at Break	10 %
Young's Modulus	70.3 GPa
Poisson's Ratio	0.33
Fatigue Strength	124 MPa
Shear Modulus	25.9 GPa

Fig.2 Photograph of fatigue tester

Fig.3 Assembly drawing of specimen and jig

本実験で与えた変位波形を図 4 に示す。最大変位 $\bar{u}_{\max}$ 、最小変位 $\bar{u}_{\min}$ 、平均変位 $\bar{u}_m$ をそれぞれ試験片高さ ($H=150\text{mm}$) の $1/400$ 、 $1/1200$ 、 $1/600$ 倍の大きさとした。繰返し速度は 20Hz とした。実験によって得られた疲労き裂進展履歴はシミュレーション結果と合わせて後述する。

Fig.4 Cycle of controlled displacement

3. 疲労き裂進展予測シミュレーション

3・1 J 積分評価法 本研究では J 積分評価法として、衝撃荷重下のき裂や高速で進展するき裂の破壊力学パラメータとして Nishioka・Atluri により導出された経路独立動的 J 積分⁷⁾を用いた。動的 J 積分の経路積分式を次に示す。

$$J'_k = \int_{\Gamma_k} [(W + K)n_k - t_i u_{i,k}] dS + \int_V [\rho \ddot{u}_i u_{i,k} - \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k}] dV \quad (1)$$

ここで W はひずみエネルギー密度、 K は運動エネルギー密度、 u_i 、 t_i は変位成分と表面力成分、 ρ は密度、 n_k は

積分経路上の外向単位法線ベクトルの X_k 成分を表す。 Γ はき裂先端をとり囲む遠方場経路、 Γ_c はき裂面上の経路を意味する。 $\Gamma + \Gamma_c$ で囲まれた領域を V_r とする。動的 J 積分のき裂先端直交座標成分 J_I^o への変換は、次式(2)により表される。

$$J_I^o = \alpha_{ik} (\theta_0) J_k' \quad (2)$$

ここで α_{ik} は座標変換テンソル、 θ_0 はき裂先端座標系と全体座標系のなす角度である。

しかし、図5のように、介在物・円孔にき裂先端が接近した場合、積分領域 V_r 内部に円孔領域を含まないような積分経路を設定するのは一般には困難である。そこで、本研究では連続関数 s を用いた動的 J 積分評価法⁽⁸⁾を用いる。本手法では、材料内の各点について連続関数 s を定義し、この s との計算項の積により動的 J 積分を評価する。いま、図5のように経路 Γ が介在物・円孔を含む状況を考える。積分領域 V_r 内で連続関数 s を含む動的 J 積分は式(3)で与えられる。

$$J_k' = \int_{\Gamma_c} [(W + K)n_k - t_i u_{i,k}] s dS \quad (3)$$

$$+ \int_{V_r} [\rho \ddot{u}_i u_{i,k} - \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k}] s + \sigma_{ij} u_{i,k} s_{,j} - (W + K) s_{,k}] dV$$

ここで s を V_r 内の全ての節点において1とすると式(3)は従来の動的 J 積分の評価式と一致する。また、 s を V_r 内部で1、 Γ 上で0とすると、等価領域積分法⁽⁹⁾と一致する。式(3)では領域 V_r 内に円孔領域が含まれるような場合でも、 V_r 内の材料内節点の s を1、円孔の s を0、円孔(もしくは介在物)境界の s も0とすることで、積分経路 Γ を修正したものと同値な計算が可能となり、き裂先端が円孔や介在物付近に達した時も、動的 J 積分を容易に正しく求めることが可能である。このようにして求めた動的 J 積分計算法は準静的問題にもそのまま適用することができ、その場合 J' 値は Rice⁽¹⁰⁾ の J 積分値と一致する。

Fig.5 Dynamic J integral evaluation method using continuous function s

本研究では、式(3)より求めた動的 J 積分値と成分分離法⁽¹¹⁾を用いて、応力拡大係数を求めた。以下の式(4)、(5)にその評価式を示す。

$$K_I = \delta_I \left\{ \frac{(2\mu J_1^o \beta_2)}{A_I (\delta_I^2 \beta_2 + \delta_{II}^2 \beta_1)} \right\}^{1/2} \quad (4)$$

$$= \delta_I \left\{ \frac{2\mu \beta_2 (J_1' \cos \theta_0 + J_2' \sin \theta_0)}{A_I (\delta_I^2 \beta_2 + \delta_{II}^2 \beta_1)} \right\}^{1/2}$$

$$K_{II} = \delta_{II} \left\{ \frac{(2\mu J_1^o \beta_1)}{A_{II} (\delta_I^2 \beta_2 + \delta_{II}^2 \beta_1)} \right\}^{1/2} \quad (5)$$

$$= \delta_{II} \left\{ \frac{2\mu \beta_1 (J_1' \cos \theta_0 + J_2' \sin \theta_0)}{A_{II} (\delta_I^2 \beta_2 + \delta_{II}^2 \beta_1)} \right\}^{1/2}$$

ここで δ_I 、 δ_{II} はき裂開口変位、 A_I 、 A_{II} はき裂速度関数、 β_1 、 β_2 はき裂速度パラメータ、 μ は横弾性係数である。

3.2 デローニ自動要素分割⁽²⁾⁽³⁾に基礎を置く移動有限要素法⁽⁴⁾⁽⁵⁾

き裂進展に適用したデローニ自動要素分割の概念図を図6に示す。デローニ自動要素分割では、図6(a)に示す外部境界点・内部境界点と図6(b)に示す内部指定点の情報を用いて図6(c)に示すようなメッシュが自動で生成される。

Fig.6 An example of Delaunay automatic mesh generation

ここで、き裂の上下面を区別するために、き裂面の上下の境界点はき裂面に垂直に微小量 $\Delta \epsilon$ ずつそれぞれずらして配置している。また、き裂先端の応力特異性を考慮し、図6(b)のように、き裂先端を中心にき裂先端に近づく程小さくなる多層の同心円を設定し、これらの円上に一定間隔で内部指定点を設定した。これらの節点を用いたメッシュ生成によりき裂先端近傍の特異応力分布を高精度で評価できる。

また、本移動要素法では、図7に示すように、き裂の進展と共に、き裂先端近傍の内部指定点群を移動させる。このように、任意方向に進展・移動するき裂の

先端に対して、高密度の要素分割を保った数値解析が行えるため、移動有限要素法は非直進き裂問題に優れた結果をもたらす。

Fig. 7 Moving elements around a propagating crack tip

3・3 空孔・介在物領域のメッシュ生成法 本研究では解析対象内に空孔や介在物が存在している。この領域を正確に再現するためにデローニ自動要素分割では内部指定点として節点を配置させ空孔部の閉領域を表している。き裂進展により、介在物や空孔の領域にき裂先端の移動要素群が干渉する場合がある。この場合、空孔部と重なる領域については移動要素群の節点は配置しないことで空孔・介在物領域の生成を優先させ、形状を忠実に再現した。また空孔領域においては、メッシュ生成時は要素を配置しておき、各種計算中は要素を除いて解析を行った。

3・4 解析方法 本疲労き裂進展経路予測シミュレーションは2章の疲労破壊実験を模擬している。解析モデルは図1のように設定した。本シミュレーションにより得られた初期メッシュ図を図8に示す。本シミュレーションでは弾性解析を行い、拘束条件として解析モデルの上下端面を一樣拘束し、図8に示すような静的変位 $\bar{u}_m = H/600$ を与え、平面応力状態を仮定し、静的破壊進展解析を行った。試験片材料は実験と同様にアルミニウム合金(A5052-H112)とした。

Fig. 8 Initial mesh pattern

き裂進展速度 da/dN (単位 m/cycle) は Paris によって整理された疲労き裂進展の中間速度領域において成立しているパリズ則⁽¹²⁾を用いて表した。試験片材料 A5052-H112 に関するパリズ則を式(6)に示す。

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m = 1.01 \times 10^{-14} (\Delta K)^4 \quad (6)$$

但し、応力拡大係数範囲 ΔK の単位は $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ である。式(6)を定めるにあたり、参考文献(12)に基づきパリズ則の指数値 m は $m=4$ とした。係数 C は2章の実験結果に基づき、 $m=4$ の条件下で近似評価したものである。式(6)は一般的な疲労き裂進展と比べて遅い速度を示しているが、これは空孔による遮蔽効果が作用し、き裂成長を妨げたためだと考えられる。シミュレーションでは1ステップ当たりの繰り返し数を10万(cycle)とした。図4のような変位制御の下では、き裂の進展に伴い、生じる応力拡大係数の値は増大していく。そのため応力拡大係数範囲 ΔK を以下の手順で求めた。 ΔK は各ステップ毎に求めた最大変位時($\bar{u}_{\max} = H/400$)の応力拡大係数 $K_{I_{\max}}^n$ と、最小変位時($\bar{u}_{\min} = H/1200$)の $K_{I_{\min}}^n$ との差である。よって、 n ステップ目の ΔK は $\Delta K^n = K_{I_{\max}}^n - K_{I_{\min}}^n$ と表される。本シミュレーションでは弾性解析を行っているため、応力拡大係数 K は端面変位にほぼ比例する。そのため n ステップ目の最大応力拡大係数 $K_{I_{\max}}^n$ は $K_{I_{\max}}^n = K_I^n \times (\bar{u}_{\max} / \bar{u}_m)$ とし、最小応力拡大係数 $K_{I_{\min}}^n$ は $K_{I_{\min}}^n = K_I^n \times (\bar{u}_{\min} / \bar{u}_m)$ で表すことができる。き裂進展方向は曲折破壊基準のひとつである局所対称理論⁽¹³⁾を用いて予測した。局所対称理論は、き裂先端より仮想方向 θ に向かって微小距離 Δa だけ離れた場所にき裂を進展させ K_{II} を評価し、この $K_{II} \div 0$ となる方向 θ を繰り返し計算によって定めている。この理論を有限要素解析において実現させるため、毎ステップ繰り返し計算を行った。

シミュレーションでは図1の解析モデルの円孔領域を介在物に置き換えたモデルについても解析を行った。介在物を配置したメッシュ図を図9に示す。介在物のヤング率 E' は母材(A5052-H112)のヤング率 E の100倍 ($E'=100E$)とした。他の解析方法及び解析条件は上記と同である。

Fig. 9 Mesh pattern of material including inclusions

4. 実験結果及び解析結果

疲労破壊実験後の試験片を図10に示す。4つ目の円孔に突入したことにより、き裂進展が停止している。

Fig.10 Photography of the fatigue crack growth

疲労破壊実験により得られた疲労き裂進展速度履歴を図11に示す。以後の図では a_x 、 a_y は x 、 y 方向のき裂先端座標を表す。 x 、 y 座標軸については図1に定義している。 W は板幅であり、 H は試験片高さである。疲労き裂進展速度は平均的にはき裂進展と共に増加するが、き裂先端が円孔の側を通過するとき遮蔽効果により減少し、円孔を通過すると再び増加に転じている。

疲労破壊実験及び、円孔を含む部材の疲労き裂進展予測シミュレーション解析により得られた疲労き裂進展速度と応力拡大係数範囲の関係を図12に示す。実験では、観察結果から応力拡大係数範囲 ΔK を求めている。そのため、実験のき裂進展経路を忠実に再現したシミュレーションを行い、これを実験結果として図12に示した。実験結果には、ばらつきは見られるが、実験とシミュレーションの結果は概ね一致していると考えられる。

図11より、本実験におけるき裂進展速度はB点(図13参照)以降大きく増加しており、パリス則が成立する疲労き裂進展の中間速度領域はき裂進展開始地点であるA点からB点までの区間であると考えられる。そこで、疲労破壊実験で得られた破壊経路と円孔を含む部材の疲労き裂進展予測シミュレーションで得られたき裂先端履歴を図13に示し、本研究ではAB間の両破壊経路を比較対象とした。破壊経路は実験、シミュレーション共によく一致している。このことからパリス則ならびに局所対称理論を用いた本疲労き裂進展予測シミュレーションが非常に有効な数値解析法であることが示されている。き裂が進展し、1番目の円孔に近づく時、き裂先端は円孔に吸い寄せられるように進展する。1番目の円孔を通過すると、次は2番目の円孔に吸い寄せられる効果が強くなるため、き裂先端は向きを変える。本ケースではこのようにき裂先端は、蛇行しながら進展していることがわかる。また、図13に示すシミュレーションより得られた破壊経路を表す各点は3ステップ(30万 cycle)毎のき裂先端履歴をプロットしている。円孔の側を通る

と緻密な点群、次の円孔に近づくときやや粗な点群で経路が表されている。

Fig.11 Fatigue crack growth rate

Fig.12 Relation between the crack growth rates and stress intensity factors

Fig.13 Numerical-Experimental fatigue fracture paths

このことからシミュレーションが予測した疲労き裂成長速度は、実験結果と同様に、き裂進展と共に増加するが、き裂先端が円孔に近づくとき減少し、円孔を通過すると再び増加することが分かる。

介在物を含む部材の疲労き裂進展予測シミュレーション解析より得られた3ステップ(30万 cycle)毎のき裂先端履歴を図14に示す。き裂はわずかではあるが、介在物を避けるように進展し円孔を導入した試験片とは逆の傾向を示すことが分かる。

Fig.14 Simulated fracture path (inclusions)

疲労破壊実験及び、円孔又は介在物を含む部材の疲労き裂進展予測シミュレーション解析により得られたき裂進展長さとし繰り返し数の関係を図15に示す。 a はき裂進展長さ、 a_{total} はき裂が解析モデル端面に達した時の全き裂進展長さである。図中の円は円孔又は介在物の位置を示す。き裂進展長さとし繰り返し数の関係より、き裂進展速度は、円孔を含む部材では実験結果、シミュレーション結果共にき裂の成長と共に増加していくが、き裂先端が円孔の側を通るとき遮蔽効果により減少し、円孔の側を通過してしまうと再び増加することが分かる。一方、介在物を含む部材では、き裂進展速度はほぼ一定であり、介在物の影響をほとんど受けていないことがわかる。また円孔又は介在物を含む部材のシミュレーション解析により得られた両き裂進展長さを比較すると、円孔を含む部材の方が介在物を含む

Fig.15 Simulated crack growth ratios

部材よりも、き裂の進展が遅いことがわかる。これは円孔を含む部材では、円孔に吸い寄せられる効果が強く、き裂先端が円孔の側に達したとき、き裂進展速度が大きく減少することが原因であると考えられる。

円孔又は介在物を含む部材の疲労き裂進展予測シミュレーション解析により得られた応力拡大係数範囲の履歴を図16に示す。円孔を含む部材では、応力拡大係数範囲 ΔK はき裂先端が円孔に近づく過程で増加し、円孔の側に達すると急激に減少していることがわかる。一方、介在物を含む部材では、 ΔK はき裂先端が介在物に近づく過程で減少し、介在物の側を通過するとき増加することが分かる。

Fig.16 History of stress intensity factor ranges

5. 結 語

円孔又は介在物を含む材料について、デローニ自動要素分割に基礎をおく移動有限要素法を用いて疲労き裂進展予測シミュレーション解析を行い破壊経路や疲労き裂進展速度や応力拡大係数範囲 ΔK について検討した。円孔を含む部材のシミュレーション解析では、破壊経路や疲労き裂進展速度を実験結果と比較した。得られた結果をまとめると次のようになる。

- 1) 円孔を含む部材に疲労き裂が生じた場合、本手法によって実験結果と良く一致した破壊経路を予測可能であることが確認できた。また、疲労き裂進展速度においては実験結果と同様の傾向と認められる結果を得ることができた。しかし、B点以降、実験のき裂進展速度が著しく増加する理由については不明瞭であり、B点以降の実験結果とシミュレーション結果を精度良く一致させることが今後の課題である。
- 2) 円孔を含む部材の疲労破壊実験及び疲労き裂進展予測シミュレーション結果より、破壊経路及び、

疲労き裂進展速度は円孔の影響を強く受けることがわかった。

3) 介在物を含む解析モデルでのシミュレーション解析結果より、ヤング率が母材の 100 倍程度の介在物では破壊経路は介在物の影響を受けるが、疲労き裂進展速度はほとんど影響を受けないことがわかった。

文 献

- (1) Jono, M. Song, J. (2005): *fatigue crack*, (Japanese).
- (2) Sloan, S.W. and Houlsby, G.T., *Advances in Eng. Software*, 6, (1984), pp. 192-197.
- (3) Taniguchi, T. (1992): *Automatic Mesh Generation for FEM: Use of Delaunay Triangulation*, Morikita Publishing, (Japanese).
- (4) Nishioka, T., *JSME Int. J.*, 37-4, A, (1994), pp. 313-333.
- (5) Nishioka, T., *Int. J. Fract.*, 86-1/2, (1997), pp. 127-159.
- (6) Kanninen, M.F. (1978): *Numerical methods in Fracture Mechanics*, pp. 612-634.
- (7) Nishioka, T. and Atluri, S.N., *Eng. Fract. Mesh.*, 18-1, (1983), pp.1-22.
- (8) Nishioka, T., Tchouikov, S., Furutsuka, J. and Fujimoto, T., *Materials Science Research International*, (2001), pp.169-176.
- (9) Nishioka, T., Maeda, N. and Matsuo, S., *JSME Int. J.*, 920-78, A (1992), pp.182-184.
- (10) Rice, J.R., *J. Appl. Mech.*, 35,(1968), pp.379-386.
- (11) Nishioka, T., Murakami, R. and Matsuo, S., *Computational Mechanics '91, ICES Publications*, (1991), pp.750-775.
- (12) Yagawa, M. (2004): *Structural Engineering Handbook*, pp.199, (Japanese).
- (13) Goldstein, R.V. and Salganik, R.L. (1974), *Int. J. Fract.*, Vol.10, pp.507-523.