結合力要素を用いた切欠きを有する CFRP クロスプライ積層板の 疲労損傷進展シミュレーション*

岡 部 朋 永^{*1}, 矢 代 茂 樹^{*2}

Numerical Simulation for Predicting Fatigue Damage Progress in Notched CFRP Cross-Ply Laminates by Using Cohesive Elements

Tomonaga OKABE^{*3} and Shigeki YASHIRO

^{*3} Department of Aerospace Engineering, Tohoku University,
6-6-01 Aoba-yama, Aoba-ku, Sendai-shi, Miyagi, 980-8579 Japan

This study proposes the cohesive zone model (CZM) for fatigue damage growth in the notched CFRP cross-ply laminates. In this model, the damage growth in the fracture process of cohesive elements due to cyclic loading is represented by the conventional damage mechanics model. We preliminarily investigated how this model can appropriately express the fatigue damage growth for the circular crack embedded in the isotropic solid material. This investigation demonstrated that this model could reproduce the results with the well-established fracture mechanics model plus the Paris law by tuning adjustable parameters. We then numerically investigated the damage progress in notched CFRP cross-ply laminates under tensile cyclic loading and compared the predicted damage patterns with experiments reported by Spearing et al. (Compos. Sci. Technol. 1992). The predicted damage patterns agreed with the experiment results that exhibited the extension of the multiple types of damage (i.e., splits, transverse cracks and delaminations) near the notches.

Key Words: Composite Material, Fatigue, Delamination, Finite Element Method, Cohesive Zone Model

1. 緒 言

炭素繊維強化プラスチック (CFRP) は、比強度、比剛性といった機械的特性において、従来の金属系の構造材料より優れている⁽¹⁾。そのため、多くの工業分野で CFRP の利用が拡大している。特に軽量化が要求される航空産業を見ると、次世代旅客機では 2 次構造材だけでなく翼などの 1 次構造材にも CFRP が利用されている。最新鋭旅客機であるボーイング 787 では全機体構造の約 50% に複合材料が利用されることが報告されている⁽²⁾。

これら複合材構造にはボルト孔などの多数の応力集中部が存在する。応力集中部は構造の最弱部のひとつであり、低い負荷でその周囲に損傷が発生してしまう。特に CFRP 積層板は、強化繊維と母材からなる単層板を重ね合わせたものであるがゆえに、応力集中部近傍でスプリッティング、トランスバースクラック、層間はく離が同時に発生する複雑な損傷形態を示す⁽³⁾。さ

らに実構造では繰り返し負荷による疲労損傷が問題となる。この繰り返し負荷による CFRP の複雑な疲労損傷の進展を予測することは、複合材構造の健全性の評価に欠かせない。

そこで本研究では、複合材料積層板に対する新たな疲労損傷進展シミュレーションを提案した。本数値シミュレーションでは、積層板を層ごとにモデル化し、結合力要素を用いて複合材料積層板内に現れる複雑な損傷を表現した。それぞれの結合力要素に、繰り返し負荷による残留強度低下則を適用することで、疲労損傷の進展を表現した。本シミュレーション手法を、切欠きを有する CFRP クロスプライ積層板に適用し、その妥当性を検証した。

2. 疲労損傷シミュレーション

2.1 結合力要素を導入した有限要素解析 本数値シミュレーションにおける有限要素解析では次式の仮想仕事の原理を基礎式とする。

$$\int_V \sigma : \delta E dV + \int_{S_{coh}} T \cdot \delta \Delta dS = \int_{S_T} f \cdot \delta u dS \quad (1)$$

σ , E は固体要素の応力テンソルとひずみテンソル,
 T , Δ は結合力要素の結合力ベクトルおよび相対変位

* 原稿受付 2008 年 8 月 1 日。

^{*1} 正員、東北大学大学院工学研究科(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-01)。

^{*2} 正員、愛媛大学大学院理工学研究科(〒790-8577 松山市文京町 3)。

E-mail: okabe@plum.mech.tohoku.ac.jp

ベクトル, $\mathbf{f}$, $\mathbf{u}$ は外力ベクトルおよび変位ベクトルである。

本研究では, 著者ら⁽⁴⁾が静的解析用に提案した結合力要素を導入した有限要素解析手法を用い, スプリッティング, トランスバースクラック, 層間はく離を表現した。結合力要素とは, き裂先端の応力特異性を解消しながらき裂面の生成を表現するために固体要素間に導入される結合力領域にある要素のことである。結合力要素の模式図を図 1 に示す。トランスバースクラックおよびスプリッティングには 4 節点結合力要素を, 層間はく離には 8 節点結合力要素を用いる。本研究で用いた結合力要素では, 結合力-相対変位関係は, Geubelle ら⁽⁵⁾によって提案された要素の残留強度を表すパラメータ s を用いて次式で表される。

$$T_i = \frac{s}{1-s} \frac{\Delta_i}{\Delta_{ic}} \tau_{i\max} \quad (i = n, t, b) \quad (2)$$

T および Δ は, 結合力要素内の点における結合力と相対変位であり, その添字 n , t , b は, 垂直引張型 (モード I), 面内せん断型 (モード II), 面外せん断型 (モード III), の変形に対応する項であることを示す。 $\tau_{n\max}$, $\tau_{t\max}$, $\tau_{b\max}$ はそれぞれの変形モードにおける強度であり, Δ_{nc} , Δ_{tc} , Δ_{bc} はモードごとの臨界相対変位である。 $s = s_{ini}$ のとき (相対変位 Δ が非常に小さく, 結合力 T が強度に達しないとき), 結合力要素はペナルティ要素としてはたらく。よって, 式 (2) における $s\tau_{i\max}/\{(1-s)\Delta_{ic}\}$ は結合力要素におけるペナルティ係数である。臨界相対変位は結合力が完全に失われる際の相対変位であり, 次式で表される。

$$\Delta_{nc} = \frac{2G_{Ic}}{\tau_{n\max}s_{ini}}, \quad \Delta_{tc} = \frac{2G_{IIc}}{\tau_{t\max}s_{ini}}, \quad \Delta_{bc} = \frac{2G_{IIIc}}{\tau_{b\max}s_{ini}} \quad (3)$$

(a) Four-node cohesive element

(a) Eight-node cohesive element

Fig. 1 A cohesive element linking the two neighboring solid elements.

ここで, G_{Ic} , G_{IIc} , G_{IIIc} は臨界エネルギー解放率である。 s_{ini} は残留強度パラメータ s の初期値で, 十分に 1 に近い値とする。本解析では $s_{ini} = 0.999$ とした。残留強度パラメータ s は正規化相対変位ベクトル $\tilde{\Delta} = \{\Delta_n/\Delta_{nc}, \Delta_t/\Delta_{tc}, \Delta_b/\Delta_{bc}\}^T$ の関数として次式で定義される。

$$s = \min[s_{ini}, \max[0, 1 - |\tilde{\Delta}|]] \quad (4)$$

以上で定義された結合力要素は, 相対変位が小さく, $s = s_{ini}$ の間はペナルティ要素として働き, 相対変位の拡大に伴ってパラメータ s ならびに結合力が減少する。 $s = 0$ において, 結合力要素は臨界エネルギー解放率と等しいエネルギーを吸収し, き裂面を生成する。

これらを基に, 仮想仕事の原理を次のように行列形式で書くことができる。

$$(\mathbf{K}_M + \mathbf{K}_{coh})\mathbf{U} = \mathbf{f} \quad (5)$$

ここで, $\mathbf{U}$ および $\mathbf{f}$ は, 全ての節点についての変位と外力成分を並べた節点変位ベクトルおよび節点力ベクトルである。 $\mathbf{K}$ は剛性マトリクス, 添字 M および coh はそれぞれ固体要素, 結合力要素の項であることを表す。

変位 $\mathbf{U}$ によって残留強度パラメータ s が減少し, これに伴って $\mathbf{K}_{coh}$ が変化する。つまり式 (5) は非線形方程式である。本研究では, 直接反復法⁽⁶⁾を式 (5) に適用し, その解を求めた。本手法により, 得られた解は十分に線形破壊力学の結果を再現できることは文献⁽⁷⁾にて既に検討済みである。

2.2 疲労損傷進展則

金属材料などの等方性材料における疲労き裂進展特性は, 一般に式 (6) で表される Paris 則で良く近似できることが知られている。

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^m \quad (6)$$

ここで, a はき裂長さ, N は疲労繰返し数, ΔK は応力拡大係数範囲, C と m は材料によって決定されるパラメータである。

本研究では, この式 (6) を用いず, 結合力要素の残留強度パラメータ s の繰返し負荷による低減によって進展特性を再現することを試みた。式の形の決定には損傷力学を参考にした⁽⁸⁾。特に混合モードを考慮するために, 楕円則による次の無次元パラメータ F を導入している。

$$\frac{ds}{dN} = -\alpha \frac{F^\beta}{s^\gamma} \quad (7)$$

$$F = \sqrt{\left(\frac{\tau_n}{\tau_{n\max}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_t}{\tau_{t\max}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_b}{\tau_{b\max}}\right)^2} \quad (8)$$

ここで, α , β , γ は疲労き裂進展特性を決定するパラメータである。

2.3 フローチャート 解析のフローチャートを図 2 に示す。本解析では、疲労き裂が最大応力負荷時の応力状態で進展すると仮定した。疲労サイクルにおける最大応力負荷時の解析を繰り返し行うことで疲労を再現しており、厳密な負荷・除荷過程の解析は行わない。まず、全ての結合力要素における残留強度パラメータ s を s_{ini} に設定する。全体剛性マトリクスを作成し、式 (5) を解き、得られた節点変位から結合力要素の相対変位を計算し、パラメータ s を式 (4) を用いて更新する。これを直接反復法によって変位が収束するまで繰り返す。次にこの結果をもとにステップ ΔN ごとの s の変化を解析する。つまり、前ステップで得られたパラメータ s の分布に式 (7) を適用し、これを低下させる。ただし、パラメータ s の低減が始まっている要素にのみ式 (7) を適用し、健全な要素では疲労による劣化を考えない。以上のように疲労を考慮したパラメータ s 値を次の疲労ステップによる初期値 s_f として使い、次の疲労ステップにおける変位を直接反復法によって求めるといったプロセスを繰り返す。ここで、結合力要素の破壊のプロセスが回復するのを防ぐため、パラメータ s の更新の際に、疲労ステップ解析開始時の値 s_f よりも増加しない ($s \leq s_f$) とした。

3. 結合力要素による疲労損傷進展モデルの検証

本節では、CFRP 積層板の数値シミュレーションに先立って、線形破壊力学とパリズ則との組み合わせにより得られる疲労き裂進展 (円形き裂) と、本論文にて提案した結合力要素に対する疲労損傷進展則 (つまり式 (7) と (8)) を適用した結果とを比較し、本手法の妥当性を検証する。

解析に用いた、円形き裂を有する十分大きな等方性弾性体のモデルを図 3 に示す。固体要素には 4 節点軸

Fig. 2 Flowchart for predicting the fatigue damage progress.

対称アイソパラメトリック要素を用い、モデル全体を正方形の要素 (一辺 4 mm) で分割した。等方性弾性体のヤング率を 70 GPa, ポアソン比を 0.3 とした。軸方向中央に半径 8 mm の初期き裂を仮定し、初期き裂の先端から 52 mm ($r \leq 60$) の領域までの固体要素間に、4 節点結合力要素を導入した。モード I 方向の強度 τ_{nmax} は 100 MPa, 臨界エネルギー解放率 G_{Ic} は 1000 J/m² とした。モード I によるき裂進展のみを考慮するため、モード II 方向の強度 $\tau_{I,max}$ および臨界エネルギー解放率 G_{IIc} には十分に大きな値を与えた。き裂面の半径 4 mm の領域に一様圧力 500 MPa を加え、このときの疲労き裂進展挙動を解析した。得られた円形き裂の疲労進展結果を理論解とともに図 4 に示す。解析解の算出には次式を用いた。

Fig. 3 Finite element model for the isotropic solid with a circular crack.

Fig. 4 Comparison of the fatigue crack growth between the theory and the simulation.

$$K_I = \frac{2}{\sqrt{\pi a}} \int_0^a \frac{r\sigma(r)}{\sqrt{a^2 - r^2}} dr \quad (9)$$

また、疲労き裂進展則としては式 (6) を用い、パラメータとしては $C = 2.5 \times 10^{-6}$, $m = 2$ を用いた。 $\alpha = 4 \times 10^{-5}$, $\beta = 1.8$, $\gamma = 1.8$ のとき解析解とほぼ一致する進展特性が得られた。つまり、 α , β , γ を調整することで通常のパリス則と同様の疲労き裂進展を再現できる。従来の応力拡大係数を利用したシミュレーションでは、き裂が複数となると解析がきわめて煩雑となる。一方、本手法を用いれば、結合力要素における結合力と相対変位の間の構成関係を更新するだけで解析が可能であり、容易に複数のき裂や損傷が扱える。

4. 切欠きを有する CFRP クロスプライ積層板中の疲労損傷進展

4.1 解析モデル 本節では、第 2 章にて提案した手法を用い、切欠きを有する CFRP クロスプライ積層板の繰返し負荷中の損傷進展を解析し、Spearing⁽⁹⁾の実験結果と比較する。

解析の対象とする、切欠きを有する CFRP クロスプライ積層板の模式図を図 5(a) に示す。積層構成は $[90/0]_s$ であり、負荷方向に強化繊維を配向した 0° 層と、負荷方向に対して垂直に配向した 90° 層を図のように積層したものである。このような積層板が引張荷重を受けると、切欠き近傍に 0° 層にスプリット、 90° 層にトランスバースクラック、また $0^\circ/90^\circ$ 層間にはく離が生じることが知られている。

解析に用いたモデルを図 5(b) に示す。対称性を仮定し、試験片の 8 分の 1 領域をモデル化した。 $[90/0]_s$ の積層構成を表現するため、レイヤーワイズ有限要素モデル⁽⁴⁾を用い、 0° 層と 90° 層を表す 2 つのレイヤーに分割した。これらのレイヤーを、4 節点 Mindlin 板要素を用いて要素分割した。モデルサイズは、長手方向 20 mm、幅方向 12 mm で、レイヤー厚さはそれぞれ 0.125 mm である。また、切欠きの長さは 4 mm とした。スプリット、トランスバースクラックおよび層間にはく離を表現するために結合力要素を用いた。本解析では、スプリットを表す 4 節点結合力要素を、 0° 層の切欠き先端から x 方向に組み込んだ。トランスバースクラックを表す 4 節点結合力要素は 90° 層に、 x 方向に等間隔で配置した。さらに、全ての $0^\circ/90^\circ$ 層間に、2 つのレイヤーを結びつけると同時に層間にはく離を表す 8 節点結合力要素を挿入した。

解析に用いた材料物性値を表 1 に示す。材料は炭素繊維/エポキシ樹脂積層板 (T300/914C)、積層構成はクロスプライ $[90/0]_s$ であり、文献⁽⁹⁾で与えられる物

性値を使用した。

4.2 静的引張 疲労試験の解析を行う前に、報告⁽⁹⁾に従い、まず静的引張試験の数値解析 (つまり繰返し数 $N = 1$) を行った。各変形モードにおける臨界エネルギー解放率および強度の値には、種々にパラメータを変えた解析を行い、実験結果⁽⁹⁾を説明できる値を採用した。それらの値を表 2 に示す。また、それらパラメータは、結合力要素を用いた従来の研究⁽⁴⁾において採用されている値とも同様のオーダーであるため、妥当な値であると判断した。

実験結果との比較を行ううえでは、文献から得られる具体的なデータがスプリット長さに限られているため、スプリット長さに注目した。また、スプリット長さは、層間にはく離長さをも決定する主要なパラメータである⁽³⁾⁽⁹⁾。引張応力と発生したスプリット長さの関係を、Spearing⁽⁹⁾らによる実

Fig. 5 Layer-wise finite-element model with cohesive elements for a notched cross-ply laminate. Eight-node cohesive elements for delamination were inserted into the all $90^\circ/0^\circ$ layer interface.

Table 1 Material properties of the CFRP laminate.

Longitudinal Young's modulus (GPa)	135
Transverse Young's modulus (GPa)	9.6
In-plane shear modulus (GPa)	5.8
Out-of-plane shear modulus (GPa)	3.5
In-plane Poisson's ratio	0.31
Out-of plane Poisson's ratio	0.49
Longitudinal thermal expansion coefficient ($\times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$)	0.9
Transverse thermal expansion coefficient ($\times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$)	36

験結果とともに図 6 に示す。解析結果は実験結果とおおむね一致している。また、著者らは、同様の解析を行い、本モデルを用いることで、静的引張試験における損傷は十分に解析できることを既に文献⁽⁴⁾にて報告している。

4.3 疲労試験 静的引張の数値解析で採用した結合力要素のパラメータを用い、モデルの x 方向端部に一様な引張疲労負荷 300 MPa を与え、疲労損傷進展シミュレーションを行った。なお、本研究では疲労ステップを $\Delta N = 1000$ と設定した。

まず、疲労損傷進展則のパラメータが疲労損傷進展に与える影響について調べた。 β および γ をそれぞれ変動させたときのスプリッティング進展の違いを図 7 および図 8 に示す。 β を増加させると損傷進展速度は繰り返し回数を重ねるごとに減少するようになり、逆に γ を増加させると損傷進展速度も繰り返し回数の増加につれて増加する傾向にある。 α は疲労試験全体の損傷進展速度の値そのものを変化させるが、 β 、 γ と違い、徐々に損傷進展速度を増加させたり減少させたりといった効果はない。

以上を考慮して、Spearing らの実験と本解析のスプリッティング進展を比較し、本解析で用いる [90/0]_s

Table 2 Properties for the cohesive elements.

<i>For splits and transverse cracks</i>	
Tensile strength (Mode I, MPa)	60
Shear strength (Mode II and III, MPa)	100
Critical energy release rate (Mode I, J/m ²)	210
Critical energy release rate (Mode II and III, J/m ²)	360
<i>For delamination</i>	
Tensile strength (Mode I, MPa)	30
Shear strength (Mode II and III, MPa)	68
Critical energy release rate (Mode I, J/m ²)	210
Critical energy release rate (Mode II and III, J/m ²)	600

Fig. 6 Extension of the splits against the applied stress in the static tensile tests.

試験片の疲労損傷進展則パラメータを $\alpha = 1.5 \times 10^{-4}$, $\beta = 7.0$, $\gamma = 1.2$ に決定した。図 9 に、得られたスプリッティング進展を実験結果とともに示す。解析結果は実験結果とおおむね一致している。図 10 に、得られた疲労損傷の形態を、実験結果とともに示す。損傷形態に関して、本解析は次の点で Spearing らによって報告された下記の実験結果をおおむね表現できている。

Fig. 7 Effect of the parameter β on the split extension.

Fig. 8 Effect of the parameter γ on the split extension.

Fig. 9 Extension of the splits for fatigue tests.

Fig. 10 Comparison of the fatigue damage in the cross-ply laminate between the experiment and the simulation. Reprinted from *Composites Science and Technology*, 44, S. M. Spearing and P. W. R. Beaumont, *Fatigue damage mechanics of composite materials. I: Experimental measurement of damage and post-fatigue properties*, pp. 159-168, (1992), with permission from Elsevier.

- 切欠き先端からスプリッティングが発生し、繰り返し数が増加するとともに進展した。
- トランスバースクラックは切欠き先端に近い領域から発生し、繰り返し数の増加とともに切欠きから遠い領域へと拡大した。
- 層間にはく離は、スプリッティングおよびトランスバースクラックの出ている領域内におおよそ三角形形状に発生し、スプリッティング進展とともに拡大した。

以上より、提案したシミュレーション手法によって複合材積層板の疲労損傷進展を表現できることを確認した。

本論文において示した結果は、あくまで1種類の実験に対して、パラメータを調節することで表現したにすぎない。おそらく、より広範に本数値シミュレーションを用いるためには、今回のように得られたパラメータが、どの程度ことなる積層構成においても使えるか、材料そのものの特性とどのように関係するか、あるいは個別にパラメータの調節が行えるのか等の検

討が必要であろう。また、各損傷に対するモード比の影響も重要な検討課題である。それらの点は今後の検討課題としたい。

5. 結 言

本研究では、複合材積層板における新たな疲労損傷進展シミュレーションを提案した。積層板を層ごとにモデル化し、結合力要素を用いて複雑な損傷を表現している。本シミュレーションでは、それぞれの結合力要素に、繰り返し負荷による残留強度低下則を適用することで、疲労損傷進展を表現した。

提案したシミュレーションを用い、切欠きを有するCFRPクロスプライ積層板の疲労損傷進展の解析を行った。得られた損傷形態およびスプリッティング進展は、報告されている実験結果を概ね表現できており、提案した手法の妥当性を確認した。

謝 辞

本研究は、山口拓真氏（東北大学）に多大なるご協力を頂いた。ここに、謝意を表する。

文 献

- (1) Hull, D. and Clyne, T. W., *An introduction to composite materials*, (1996), pp. 1-8, Cambridge University Press.
- (2) Boeing Company "About the 787 Family". Boeing Company Web site (online), available from <<http://www.boeing.com/commercial/787family/background.html>>, (accessed 2008-7-30).
- (3) Kortschot, M. T. and Beaumont, P. W. R., Damage mechanics of composite materials: I. Measurements of damage and strength, *Composites Science and Technology*, Vol. 39, No. 4 (1990), pp. 289-301.
- (4) Yashiro, S., Takeda, N., Okabe, T. and Sekine, H., A new approach to predicting multiple damage states in composite laminates with embedded FBG sensors, *Composites Science and Technology*, Vol. 65, No. 3-4 (2005), pp. 659-667.
- (5) Geubelle, P. H. and Baylor, J. S., Impact-induced delamination of composites: a 2D simulation, *Composites Part B*, Vol. 29, No. 5 (1998), pp. 589-602.
- (6) Owen, D. R. J. and Hinton, E., *Finite elements in plasticity*, (1980), pp. 13-15, Pineridge Press.
- (7) Yoshimura, A., Yashiro, S., Okabe, T. and Takeda, N., Characterization of tensile damage progress in stitched CFRP laminates, *Advanced Composite Materials*, Vol. 16, No. 3 (2007), pp. 223-244.
- (8) Skrzypek, J. and Ganczarski, A., *Modeling of material damage and failure of structures*, (1999), pp. 32-33, Springer-Verlag.
- (9) Spearing, S. M. and Beaumont, P. W. R., *Fatigue damage mechanics of composite materials. I: Experimental measurement of damage and post-fatigue properties*, *Composites Science and Technology*, Vol. 44, No. 2 (1992), pp. 159-168.