重合メッシュ法を用いた疲労き裂進展シミュレーション*

(第 3 報, 三次元表面き裂進展シミュレーション)

菊池 正紀^{*1}, 和田 義孝^{*2}
宇都宮 篤^{*3}, 須山 ひとみ^{*3}

Fatigue Crack Growth Simulation Using S-Version FEM

(3rd Report, Fatigue of 3D. Surface Crack)

Masanori KIKUCHI^{*4}, Yoshitaka WADA,
Atsushi UTSUNOMIYA and Hitomi SUYAMA

^{*4} Department of Mechanical Engineering, Tokyo University of Science,
2641 Yamazaki, Noda-shi, Chiba, 278-8510 Japan

Fatigue crack growth under mixed mode loading conditions is simulated using S-FEM. By using S-FEM technique, only local mesh should be re-meshed and it becomes easy to simulate crack growth. By combining with re-meshing technique, local mesh is re-meshed automatically, and curved crack path is modeled easily. Fully automatic crack growth simulation system in 3-dimensional problem is developed. At first, a basic slant surface crack problem is solved, and it is shown that surface crack grows under pure mode I conditions, which is similar in 2-dimensional problem. It is also shown that this system is available for complicated structure, for example, surface crack at inner surface of pipe. Finally, interaction effect of two surface cracks is evaluated.

Key Words: Fatigue Fracture, Crack Growth, S-Version FEM, VCCM, Auto-Mesh, Mixed Mode

1. 緒 言

機器・部品の健全性を確保することは機械技術の重要な課題のひとつである。特に疲労破壊は機器の破壊・損傷の原因の 80% 以上を占めることから、疲労破壊に対する評価は重要である。疲労破壊は通常、機器の応力集中部を基点として発生し、長期間のうちに徐々に進展してゆく。そのため微小な疲労き裂の検出とその進展予測が重要な技術となっている。こうした問題で疲労き裂の進展を評価するには、有限要素法 (FEM) による応力解析とそれに基づいた応力拡大係数の評価が不可欠となる。しかし時々刻々と形状が変化する疲労き裂に対してこれを行うためにはき裂を含む構造全体の有限要素モデルを毎回更新する必要がある。これはきわめて煩雑な作業であり、現実的な問題には簡単には対処できない。そこでこうした問題を解決するために、メッシュモデル作成を容易にする研究が多数行われてきた。例えばエレメントフリーガラーキン法⁽¹⁾、フリーメッシュ法⁽²⁾、X-FEM⁽³⁾、重合メッシュ法 (S-FEM)⁽⁴⁾などである。

著者らは上記のさまざまな方法のうち重合メッシュ法に着目し、これを自動メッシュ技術と組み合わせることにより、二次元問題に対して複雑な荷重下で、また複雑な形状の中での疲労き裂進展を自動的にシミュレーションすることのできるシステムを構築した⁽⁵⁾⁽⁶⁾。第一報⁽⁵⁾ではこのシステムを二つの平行き裂の相互干渉問題に適用し、日本機械学会の維持規格⁽⁷⁾との比較を行った。第二報⁽⁶⁾では上記の問題をさらに詳細に検討して、二つのき裂の相互干渉効果を判定する新たな基準を提案した。本報告はこの技術を三次元問題に拡張し、いくつかの例題を解析した結果を報告する。問題が三次元になることで、応力拡大係数の混合モード成分として K_I , K_{II} 成分の他に K_{III} を考慮する必要が出てくる。これらを用いてき裂進展方向、き裂進展速度を決定し、新たなき裂形状を三次元的に決定し、それを自動メッシュ技術を用いてモデル化する。これにより、完全に自動的な三次元疲労き裂進展シミュレーションシステムができた。本報告では三次元問題での自動メッシュ技術、き裂進展クライテリアンについて説明した後、簡単な例題を解析してこのシステムの有効性を示す。また二つの表面き裂が相互干渉しながら進展する問題を解析し、日本機械学会規格との比較を行った結果について述べる。

* 原稿受付 2009 年 1 月 28 日。

^{*1} 正員, フェロー, 東京理科大学理工学部機械工学科 (〒278-8510 野田市山崎 2641)。

^{*2} 正員, 諏訪東京理科大学システム工学部機械システムデザイン工学科 (〒391-0292 茅野市豊平 5000-1)。

^{*3} 東京理科大学大学院理工学研究科機械工学専攻。
E-mail: kik@me.noda.tus.ac.jp

2. 三次元場での重合メッシュ法による 疲労き裂進展シミュレーション

重合メッシュ法についてはすでに第一報⁽⁵⁾で説明している所以ここでは説明を省略する。三次元場で疲労き裂進展シミュレーションを行ううえで、二次元問題と異なる点は、き裂進展クライテリオン、複雑形状でのローカルモデルの自動メッシュ生成技術、の二つである。以下ではこれらについて簡単に説明する。

2.1 三次元疲労き裂進展クライテリオン 二次元問題では混合モード条件化で考慮すべき応力拡大係数は K_I と K_{II} のみであり、これを用いてき裂進展方向を予測し、また等価応力拡大係数を定義して進展速度を予測する手法はすでに多くの研究が行われており、ほぼ確定しているといえることができる。しかし三次元問題では K_{III} を含めたクライテリオンが必要となる。これに関してはいくつかのクライテリオンが提案されているが、確定したものはまだない。たとえば等価応力拡大係数の定義としては、Sih⁽⁸⁾, Pook⁽⁹⁾, Schollmann⁽¹⁰⁾, Richard⁽¹¹⁾らがそれぞれ提案している。き裂進展方向のクライテリオンについては、最大接線応力クライテリオンの三次元への拡張⁽¹²⁾や、新しいクライテリオンが提案されるなど、やはり複数の提案がされている⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。

本研究では等価応力拡大係数、き裂進展方向ともに Richard⁽¹¹⁾らによって提案された下記のクライテリオンを用いることとした。このクライテリオンは二次元で最もよく使われている MTS クライテリオン⁽¹³⁾の三次元への拡張であるため信頼性が高いと判断した。式中のき裂進展方向 φ_0, ψ_0 の定義を図1に示す。

$$K_{eq} = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{K_I^2 + 4(\alpha_1 K_{II})^2 + 4(\alpha_2 K_{III})^2} \quad (1)$$

ここで $\alpha_1 = 1.155$, $\alpha_2 = 1.0$ である。

$$\varphi_0 = \mp \left[A \frac{|K_{II}|}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|} + B \left(\frac{|K_{II}|}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|} \right)^2 \right] \quad (2)$$

ここで $K_{II} > 0$ に対しては $\varphi_0 < 0^\circ$ とし、 $K_{II} < 0$, $K_I \geq 0$ に対しては $\varphi_0 > 0^\circ$ の値をとるものとする。また $A = 140^\circ$, $B = -70^\circ$ である。

$$\psi_0 = \mp \left[C \frac{|K_{III}|}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|} + D \left(\frac{|K_{III}|}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|} \right)^2 \right] \quad (3)$$

ここで $K_{III} > 0$ に対しては $\psi_0 < 0^\circ$ とし、 $K_{III} < 0$, $K_I \geq 0$ に対しては $\psi_0 > 0^\circ$ の値をとるものとする。また $C = 78^\circ$, $D = -33^\circ$ である。

しかしながら本研究では、式(3)は用いていない。その理由は ψ_0 を考慮した場合、図1のようにき裂面がねじれて不連続になるためメッシュ生成が困難になるためである。このとき、き裂先端は不連続に折れ曲がりながら連結する、いわゆるファクトリーループの形状を形成することになる。それを正確にモデル化するには、今より数倍以上大きな要素・節点数を扱わないと不可能であり、現在のコンピュータの能力を超えている。この問題の詳細な検討は将来の課題である。

なお以下に示す解析では、材料はすべてアルミニウム合金を想定し、パリス則の定数として $C = 3.66 \times 10^{-14}$, $n = 2.37$ を用いた。これは応力比 $R=0.1$ で行われた実験結果に基づいて決定した。ここで、 da/dN の単位は [mm/cycle], ΔK_{eq} の単位は [MPa · m^{1/2}] である。疲労き裂進展評価の際はき裂の開閉口挙動を考慮する必要があるが、これは非線形挙動であるため、その正確な評価のためには弾塑性解析を必要とする。ここでは弾性解析のみで簡便に評価を行うために、き裂閉口を考慮せずにき裂進展解析を実施した。

Fig. 1 Crack growth direction.

2.2 複雑形状におけるローカルメッシュの自動作成技術 き裂を含む構造物が複雑な形状をしているとき、表面き裂は表面ではその複雑な形状に沿って進展する。ここで用いている重合メッシュ法では、き裂を含む領域をローカル領域として自動要素分割し、グローバルメッシュに重ねて使用する。構造物表面部では両者の表面形状が一致している必要がある。ローカルメッシュは疲労き裂の進展につれてその形状を変化させてゆくが、表面部分で常にグローバルメッシュと一致しなくてはならない。例として、グローバルメッシュが図2に示すような球形の場合、重ね合わせるローカルメッシュは、構造物表面部分では常に球状表面の一部となっていなければならない。

このようなローカル要素を作成するためには、表面の形状データが必要である。しかし複雑な形状では表面の形状をデータとして与えることが容易でない。そこでグローバルメッシュに注目した。重合メッシュ法では、構造物全体を表現するグローバルメッシュを必ず用意する必要があり、これは形状データを有している。そこでこれを利用して、グローバルメッシュの表面を探しながら、表面を一致させるようにローカルメッシュを作成するような、自動要素分割ソフトを作成した。これによって、どのような複雑な形状でも、グローバルメッシュでその形状が表現できるなら、ローカルメッシュの自動作成については特別の配慮を必要としないシステムが完成した。

Fig. 2 Shape of Local mesh when Global mesh is complex.

3. 斜め表面き裂の疲労進展解析

以上のように作成したシステムを用いて図3に示すような斜め表面き裂の疲労進展解析を行った。表面き裂は図に示すように、応力軸との直角方向に対して30°傾いているものとする。初期き裂寸法は $2c_0 = 3.0[\text{mm}]$ とし、アスペクト比 $a/c = 0.5$ とした。その他の寸法は図中に示している。この表面き裂を含む厚板に $\Delta\sigma = 9[\text{MPa}]$ の応力振幅を与えた。ここで、き裂を図のように $x-y$ 面に投影したときのき裂長さを c' 、き裂深さを d' と定める。またき裂進展開始前の c' を c'_0 と表す。図4にグローバルメッシュと初期き裂のローカルメッシュを示す。グローバルメッシュは全体に均一に要素分割している。重合メッシュ法ではグローバルメッシュとローカルメッシュの間の要素の整合性を考慮する必要がないため、この斜めき裂モデルは図3の $x-y$ 平面に対して平行なき裂データを、 y 軸について30°回転させるだけで作ることができる。

図5にき裂の進展に伴うき裂形状の変化を示す。図中にはき裂の初期状態、 $x-y$ 面に投影したき裂長さが二倍、三倍になったときのき裂面が表されている。き裂面を構成する周方向のエッジは進展の履歴を表す。き裂進展のごく初期から斜めき裂はき裂表面近傍で大きく進展方向を変えている。そして最終的に与えられた応力に対して直角方向にフラットになるという結果

を得た。

き裂進展に伴う K_{II} , K_{III} の変化を K_I で無次元化して図6, 7に示す。図の θ は図3に示すようにき裂を $x-y$ 面に投影し、き裂前縁の離心角をとったものである。進展開始直後 ($c' = 1.1c'_0$) に、表面付近の K_{II}/K_I が大きく減少している。これは、図5からわかるように表面付近でき裂が大きく進展方向を変えたことによる。一方 K_{III}/K_I は進展開始直後には大きな変化が見られないが、その後進展とともに減少してゆく。進展とともに K_{II}/K_I , K_{III}/K_I はゼロに近づいてゆき、き裂はモードIで進展するという結果を得た。これは二次元問題の解析結果⁽⁵⁾と同様である。

このときの応力拡大係数 K_I の変化を図8に示す。 K_I は初期状態ではき裂底部分の値が最大となっている。しかし進展開始直後にき裂の表面部分の K_I の値が上昇し、その後は K_I はき裂前縁でほぼ一様な値をとるように進展した。

Fig. 3 Slant crack problem.

Fig. 4 Slant crack models.

Fig. 5 Crack growth behavior.

Fig. 6 Mode ratio K_{II}/K_I . Fig. 7 Mode ratio K_{III}/K_I . Fig. 8 Stress intensity factor K_I .

4. 複雑形状部での表面き裂進展解析

複雑形状の例として、図9のようなパイプ内壁に存在するき裂の進展解析を示す。初期き裂寸法は $2c_0 = 4.0[\text{mm}]$ とし、アスペクト比 $a/c = 0.5$ とした。その他

の寸法は図中に示している。このパイプに $\Delta\sigma = 9[\text{MPa}]$ の応力振幅を与えた。この場合ローカルメッシュは図10に示すように、グローバルの外形と一致するように表面部分が曲面になったものが生成される。図11にこのときのき裂形状の変化を示す。き裂は進展開始 ($c = c_0$) からき裂底部分がき裂表面部分に比べて大きく進展し、その後き裂前縁でほぼ一定に進展し続けた。図12には応力拡大係数 K_I の変化を示す。図12の横軸には図9に示すようにき裂の表面部分を結んだベクトルを x 軸、それに直角な方向を y 軸としたときのき裂の離心角をとる。き裂は負荷に対して直角方向に存在するので、モードIで進展する。初期状態ではき裂底の K_I が最大である。進展によりき裂表面部分の K_I の値が上昇し、 K_I の値はき裂前縁でほぼ一様になった。これは斜めき裂の解析結果と同様であり、き裂が応力拡大係数 K_I がほぼ一様となるように進展するという結果となった。

Fig. 9 The problem at the inner surface of Pipe.

Fig. 10 Local mesh at the inner surface of Pipe.

Fig. 11 Crack growth behavior.

Fig. 12 Stress intensity factor K_I .

5. 二つの表面き裂の相互干渉評価

二つの並行段違いき裂について、き裂間の相互干渉効果と合体条件についてクライテリオンが提案されている。図 13 に示された二つの段違いき裂のき裂先端間の水平距離を S 、垂直方向の距離を H であらわす。日本機械学会による原子力維持規格⁽⁷⁾では S と H が式 (4) の関係を満たすとき、二つのき裂を同一平面状にある複数き裂として取り扱い、進展により $S=0$ になった時点で段違いき裂は合体したものと判断するように定められている。合体したき裂は図 14 のように取り扱う。また、き裂が $S>0$ ではそれぞれ単独なき裂として取り扱うこととしている。

$$\begin{aligned} S \leq 5\text{mm} \quad \text{and} \quad H \leq 10\text{mm} \\ S > 5\text{mm} \quad \text{and} \quad H \leq 2S \end{aligned} \quad (4)$$

この規格を参考にして、初期のき裂間距離位置 S_0 と H_0 を表 1 に示すように設定した 2 つのケースについて疲労き裂進展解析を行い、き裂の相互干渉効果について考察する。

Fig. 13 Plural crack problem.

Fig. 14 Coalescence crack.

Table 1 S_0 and H_0 values for each case.

	S_0 [mm]	H_0 [mm]
Case1	3	1
Case2	3	3

図 15 には Case1 のき裂形状の変化を示す。図中の S の値は 2 つの表面き裂間距離であり、き裂進展につれてこの値は小さくなってゆく。 $S < 0$ の場合は両者がオーバーラップしていることを示す。初期状態ではき裂はまっすぐ進展してゆく。その後き裂が接近するにしたがって互いのき裂先端に近い内側表面部の進展方向が変化し、(c) に示すように互いのき裂が接近する。また、図 16 にそのときの応力拡大係数 K_I の変化を表す。図 16 の横軸にはき裂を $x-y$ 面に投影し、その x 座標を取る。

Fig. 15 Plural crack growth behavior (Case1).

Fig. 16 Case1 K_I .

二つのき裂はまず K_I が一定となるように進展する。そしてき裂が接近するにしたがって、互いのき裂先端に近い内側表面部の K_I が増加してゆく。き裂がオーバーラップすると応力緩和の影響で内側表面部の K_I は減少し、代わりに $x = 0$ 近傍の K_I が最大となることが分かる。Case2 の K_I の変化について図 17 に示す。Case2 では Case1 と異なり、二つのき裂が接近しても、内側表面部の K_I の増加が見られなかった。オーバーラップ後も K_I が最大となる箇所は見られず、オーバーラップ部以外はほぼ様な K_I の値をとる。しかしき裂がオーバーラップした際の応力緩和の影響は見られ、 K_I が減少している。

$S \leq 0$ では Case1, Case2 とともに式 (4) を満たすため合体き裂として取り扱うが、その際に H は考慮されていないため二つのケースが考える合体き裂は同じになる。しかし H の違いで K_I の分布へこのような影響が見られることがわかった。

Fig. 17 Case2 K_I .

以下では Case1 に注目して二種類の応力拡大係数を比較する。初期状態から複数き裂を進展解析したものと、その進展の途中過程を原子力維持規格に従って単独き裂 (single crack) または合体き裂 (coalescence crack) とみなして解析したものである。図 18 にき裂が合体と判断される直前の $S = 0.2$, 図 19 に合体した直後の $S = -0.2$ の比較を示す。

合体直前 ($S = 0.2$) では複数き裂は互いの相互作用でき裂の内側表面部の K_I が上昇するため、単独き裂の解析結果よりも大きくなる。一方複数き裂の外側表面部では二つの解析結果はほぼ同じ値をとっている。これは著者らの二次元での結果⁽⁵⁾⁽⁶⁾とも一致している。その意味ではこのケースでは原子力維持規格の評価は保守的なものである。しかし合体き裂と見なされた直後 ($S = -0.2$) では、複数き裂の外側表面部の解析結果が仮想合体き裂表面部の結果より大きな値をとって

る。合体直後でなく、さらにき裂が進展した後に評価をしても、同じき裂表面部分で合体き裂の解析解が小さくなるという結果を得ている。また Case2 や他のケースでも同様の結果となった。これは二次元解析では起こらなかったことである。この理由は複数き裂を規格に従って合体き裂としてモデル化すると、き裂の表面部分で曲率が異なることによるものである。

Fig. 18 Plural crack and single crack ($S = 0.2$).

Fig. 19 Plural crack and coalescence crack ($S = -0.2$).

この結果では規格に従って合体を判断し、合体き裂によって寿命を判断した場合、き裂表面部分の寿命が正しく求められない可能性がある。そこで、以下では $S \leq 0$ を満たした複数き裂を合体き裂としてモデル化して進展解析し、複数き裂による進展解析と比較することにする。合体の開始は Case1 の $S = -0.2$ として、そこから合体き裂の進展解析を行った。図 20 は合体き裂進展開始から 2.8×10^6 Cycles 進み $S = -1.1$ となったとき、図 21 は 6.2×10^6 Cycles 進み $S = -1.6$ となったときの複数き裂と合体き裂の応力拡大係数を比較している。合体直後は複数き裂の外側表面部分の K_I の値が合体き裂表面部分の K_I の値より大きかったが、

進展してゆくとともに合体き裂表面部分の K_I の値が上昇して最終的には合体き裂表面部分の K_I の値が複数き裂の外側表面部分 K_I の値を上回った。このことから、複数き裂を合体き裂として取り扱い、進展解析をおこなって寿命等を求めた場合、最終的に保守的に評価されるということがわかった。

Fig. 20 Coalescence crack growth($S = -1.1$).

Fig. 21 Coalescence crack growth($S = -1.6$).

結 言

- (1) 重合メッシュ法による完全に自動な三次元疲労き裂進展シミュレーションが可能となった。
- (2) これを用いて斜め表面き裂やパイプ内壁の表面き裂など、複雑形状の表面き裂の疲労き裂進展シミュレーションを行い妥当な結果を得た。
- (3) 二つの平行な表面き裂の進展評価を行い、原子力維持規格と比較した。原子力維持規格が保守的な評価をしていることが確認できた。

文 献

- (1) Belytschko, T., Lu, Y.Y., Gu, L., Element-free Galerkin methods, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.37, (1994), pp.229-256
- (2) Yagawa, G., Yamada, T., Free mesh method: A new meshless finite element method, *Computational Mechanics*, Vol.18, (1996), pp.383-386
- (3) Belytschko, T., Black, T., Elastic Crack Growth in Finite Elements With Minimal Remeshing, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.45, (1999), pp.601-620
- (4) Fish, J., Markolefas, S., Guttal, R., Nayak, P., On adaptive multilevel superposition of finite element meshes, *Applied Numerical Mathematics*, Vol.14, (1994), pp.135-164
- (5) Kikuchi, M., Wada, Y., Takahashi, M., Li, Y., Fatigue Crack Growth Simulation using S-version FEM, *Advanced Materials Research*, Vol.33-37, (2008), pp.133-138
- (6) Kikuchi, M., Takahashi, M., Wada, Y., Li, Y., Fatigue Crack Growth Simulation using S-Version FEM 2nd report (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical engineers, Series A*, Vol.74, (2008), pp.1235-1242
- (7) JSME S Nal-2004, *Codes for Nuclear Power Generation Facilities (in Japanese)*, (2004),
- (8) Sih, G.C., Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems, *International Journal of Fracture*, Vol.10, No.3, (1974), pp.305-321
- (9) Pook, L.P., The significance of mode I branch cracks for combined mode failure, *Fracture and Fatigue: Elasto-Plasticity, Thin Sheet and Micromechanism Problems*, (1980), pp.143-153
- (10) Schollmann, M., Kullmer, G., Fulland, M., Richard, H.A., A New Criterion for 3D Crack Growth under Mixed-mode(I+II+III) Loading, *Proceedings of the 6th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture*, Vol.2, (2001), pp.589-596
- (11) Richard, H.A., Fulland, M., Sander, M., Theoretical crack path prediction, *Fatigue and Fracture of Engineering materials and Structures*, Vol.28, (2005), pp.3-12
- (12) dell'Erba, D.N., Aliabadi, M.H., Three-dimensional thermo-mechanical fatigue crack growth using BEM, *International Journal of Fatigue*, Vol.22, (2000), pp.261-273
- (13) Erdogan and G.C.Sih, On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear, *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, Vol.85(1963), pp.519-527