平織 CFRP 積層板の中ひずみ速度域までの力学的特性評価*

小林 訓 史^{*1}, 御園生 大 嗣^{*2}

Mechanical Properties of Plain Woven CFRP Laminates at Intermediate Strain Rate

Satoshi KOBAYASHI^{*3} and Taiji MISONOU^{*3} Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Metropolitan University,
1-1 Minami-Osawa, Hachioji-shi, Tokyo, 192-0397 Japan

In the present study, the effect of strain rate on the mechanical properties of plain woven CFRP laminates with intermediate strain rates was investigated. Two types of CFRP with different matrix (Epikote 828 and YX8034) were used. Electro-hydraulic high speed testing machine were used for the experiments with intermediate strain rates. Elastic modulus and strength increased with the strain rate of $10^1/s$. Tensile moduli increased with increasing strain rate. The increases in moduli of the plain woven composites were due to the increases in the properties of unidirectional CFRP. In order to evaluate the effect of strain rate on the mechanical properties of plain woven CFRP, analyses based on Ishikawa-Chou model were conducted. Analytical results were in good agreement with the experiments, which suggests that the microstructure of the fiber undulation and the mechanical properties of unidirectional composites are the important parameters for the textile composites design.

Key Words: Material Testing, Material Design, Composite Material, Deformation Characteristics

1. 緒 言

炭素繊維強化プラスチック (CFRP) は金属材料と比較して比強度・比剛性が高いだけでなく疲労強度や耐蝕性にも優れているために近年さまざまな分野において広範に使用されている。例えば自動車分野においては従来の自動車用鋼板に対して軽量化が図れることや、それによる燃費改善による環境問題への対応、衝突安全性などの観点から近い将来 CFRP が自動車の材料として普及されることが期待されている。

従来 CFRP は一方向材を多方向に積層した積層板として用いられてきた。しかし、積層板は層間の破壊靱性が低い。そのため、異物が衝突すると層間はく離を起こし、その複合材の圧縮強度が著しく低下するという現象 (CAI) が起こるといった問題点がある。それと比較して繊維を織り込むことにより作られるテキスタイル (織布) 複合材料は CAI の問題が少ない。さらに、テキスタイル複合材料は織り込みの

パターンによって三次元的にも適当な剛性を確保できる自由な設計が可能であることや成形時の変形特性がよいこと、異方性が低減できるなどの利点があり、近年その使用が増加している。

テキスタイル複合材料の力学的特性はその複雑な微視的構造に依存する。Ishikawa and Chou⁽¹⁾は、織物構造を持つ複合材料に対して、繊維の連続性、うねりを考慮したモデル (モザイクモデル、クリンプモデル、ブリッジングモデル) を提唱した。Ishikawa-Chou モデルにより、織物複合材料の熱弾性特性の簡便かつおおまかな見積もりが与えられることが示された。しかしこのモデルには、負荷方向と直角方向に配向した繊維束による拘束が考慮されておらず弾性特性予測が低いものとなる可能性がある。Takeda ら⁽²⁾⁽³⁾は、低温環境下におけるテキスタイル複合材料について調査を行うとともに、負荷方向と直角方向に配向した繊維束の影響も考慮したモデリングを行い、実験値と解析値が一致することを示した。Guagliano ら⁽⁴⁾は、平織複合材料に関して、織物構造の対称性を考慮したユニットセルを特定した。また、モデリングとして広範囲一局的的手法を用いることにより、計算精度を失うことなく計算量を減らした。

* 原稿受付 2009 年 3 月 25 日。

^{*1} 正員, 首都大学東京大学院理工学研究科 (〒192-0397 八王子市南大沢 1-1)。^{*2} 東京都立大学工学部 (〒192-0397 八王子市南大沢 1-1)。
E-mail: koba@tmu.ac.jp

また、CFRP の自動車等重航体への適用にあたり、衝突問題を考慮し、中・高ひずみ速度域での特性評価が重要となってくる。横山⁶⁾は、積層複合材に対して、ホプキンソン棒 (SHPB, Split Hopkinson Pressure Bar) 法を用いて材料の力学的特性のひずみ速度依存性を実験的に調査している。しかしながらテキスタイル複合材料の微視構造が力学的特性のひずみ速度依存性へ与える影響についてはほとんど調査されていない。本研究では、油圧式高速引張試験機を用いることにより、低・中ひずみ速度域までの平織 CFRP の力学的特性に及ぼすひずみ速度の影響を解明することを目的とする。実験結果とテキスタイル複合材料の特性に対する最も基本的なモデルである Ishikawa-Chou モデルを用いた弾性特性の比較を行い、微視的な構造が平織 CFRP の特性に及ぼす影響について考察する。

2. 実験方法

2・1 平織 CFRP 試験片 強化材に PAN 系平織炭素繊維 T300-3000 (東レ製) を、マトリクスにエポキシ樹脂をそれぞれ用いた。エポキシ樹脂には Epikote 828 とトリエチレンテトラミンを重量比 100:11 の割合で混ぜ合わせたもの、及び Epikote YX8034 とトリエチレンテトラミンを重量比 100:8 の割合で混ぜ合わせたものの二種類を用いた。なお、YX8034 は耐衝撃性を有する樹脂である。

炭素繊維布を繊維方向をそろえて 4 枚重ね、ハンドレイアップ法で樹脂を含浸させた。約 10 分脱泡させた後ホットプレスを用いて 55℃ に保ち約 0.5MPa を負荷した状態で約 12 時間かけて硬化させた。除荷の後熱処理 (100℃: 80min.) を施した。繊維体積含有率は 828 および YX8034 を用いた CFRP についてともに約 50% である。作製した板から繊維の主軸方向に長さ 160mm、幅 10mm に切り出し、掴み部にアルミニウム製のタブを 4 枚接着し試験片とした。試験片の有効部長さは 100mm であり、有効部中央には長さ方向にひずみゲージ KFG-5 (共和電業製) を接着した。

2・2 一方向材 CFRP 試験片 強化材には炭素繊維 T300B-12000、マトリクスには平織 CFRP と同様のものを用いた。炭素繊維を金属製の枠に一方向に巻きつけ、樹脂を塗布した後にそれを金型にはさみ、Hot-Press を用いて 55℃ を保ち約 0.6MPa を負荷した状態で約 12 時間かけて硬化させた。除荷の後平織 CFRP と同様の熱処理を施した。この板から平織 CFRP と同形状の試験片を作製した。なお本論文では繊維方向を 0° 方向、繊維直角方向を 90° 方向と定義する。繊維体積含有率は 828 および YX8034 を用いた CFRP についてともに約 50% である。

2・3 引張試験 材料の中ひずみ速度域での機械的特性を測定するために、室温、大気圧下において引張試験を行った。高速引張試験には高速引張材料試験機 V-1505 (サギノ

ミヤ製) を用いて引張速度 0.01m/s、0.1m/s、1.0m/s で試験を行った。また、万能試験機 AG-10kNE (島津製作所製) を用いて引張速度 0.5mm/min (約 10⁻⁶m/s) での準静的引張試験も行った。各引張速度とそれに対応するひずみ速度の実測値を表 1 に示す。なお両引張試験中における試験片のひずみはひずみゲージ、荷重はロードセル LUK-A-10kN (共和電業製) を用いて測定した。なお、以降の議論については有意水準 5% で t 検定を行った結果を示している。

Table 1 Test speed and corresponded strain rate.

Test Speed	Strain rate (1/s)
0.5mm/min	3×10^{-5}
0.01m/s	6×10^{-2}
0.1m/s	7×10^{-1}
1m/s	1×10^1

3. 実験結果及び考察

3・1 テキスタイル CFRP 図 1 に、準静的引張試験および高速引張試験より得られた、平織 CFRP の典型的な応力-ひずみ線図を示す。マトリクスに 828 を用いた平織 CFRP に関しては、引張速度 0.5mm/min、0.01m/s および 0.1 m/s のいずれも破断まで線形を示しており、その傾きもほぼ一致していることが確認された。また、引張強度もほぼ一致していることが確認された。引張速度 1.0m/s では、0.5mm/min、0.01m/s および 0.1 m/s と比較して傾きが大きくなっており、強度の上昇も確認された。また、破断ひずみは 0.5mm/min、0.01m/s および 0.1 m/s と差はないことが確認された。

マトリクスに YX8034 を用いた平織 CFRP に関しては、引張速度 0.5mm/min、0.01m/s および 0.1 m/s のいずれも破断まで線形を示しており、その傾きもほぼ一致していることが確認された。また、引張強度もほぼ一致していることが確認された。引張速度 1.0m/s では 0.5mm/min、0.01m/s および 0.1 m/s と比較して傾きが大きくなっており、1.0m/s に関して強度の上昇も確認された。828 と比較すると、YX8034 は耐衝撃用として用いられる伸びの大きい樹脂であることから強度がわずかに高いようであるが、傾向としてはほとんど同様であるといえる。

図 2 に各引張試験によって得られた、平織 CFRP の機械的特性とひずみ速度との関係を示す。いずれも高速側ではデータのばらつきが大きいことがわかる。弾性率に関してはひずみ速度 10⁻⁵ から 10⁻¹(/s) 付近まで一定であるが、10⁻¹(/s) 付近において大きな上昇がみられる。このときの準静的な状態に対する上昇率は 828 平

織 CFRP および YX8034 平織 CFRP とともに 1.3 倍程度であった。引張強度に関しては、弾性率と同様に 10^1 (s) 付近において高い値を取っているが、 10^1 (s) 付近での上昇率は約 1.2 倍であり弾性率より低いことがわかった。破断ひずみに関しては、ひずみ速度の増加にともなう変化はみられなかった。なお 828 平織 CFRP と比較して弾性率の低い YX8034 平織 CFRP が強度に関し

て同様の値を取っているのは、耐衝撃性を有する YX8034 樹脂の破断伸び（約 5%）が 828 のもの（約 2.5%）と比較して大きいため、うねり構造を有する平織 CFRP では後述の一方強化 CFRP (0°) の場合と比較して、樹脂部分の影響が大きく、破断ひずみが若干大きくなることが要因であると考えられる。

(a) Epikote 828

(b) Epikote YX8034

Fig. 1 Effect of loading rate on the stress-strain curve of plain woven CFRP laminates.

(a) Tensile Modulus

(c) Fracture Strain

(b) Tensile Strength

○ 828 — 828 (Average)
△ YX8034 - - - YX8034 (Average)

Fig. 2 Effect of strain rate on the mechanical properties of plain woven CFRP laminates.

3・2 一方強化 CFRP (0° 方向) 図 3 に、準静的引張試験および高速引張試験より得られた、 0° 材の典型的な応力-ひずみ線図を示す。引張速度 0.5mm/min, 0.01m/s および 0.1m/s においては、828 を

用いたもの、および YX8034 を用いたものともに平織 CFRP の場合と同様の傾向を示すことが確認された。引張速度 1.0m/s においては、828 を用いたもの、およ

び YX8034 を用いたものともに非線形を示しているがこれは試験時の応力波の影響であると考えられる。

図 4 に、 0° 材のひずみ速度に対する、弾性率、引張強度、破断伸び、ポアソン比のそれぞれの値をプロットしたものを示す。弾性率に関しては、マトリクスに 828, YX8034 を用いたもの両方の材料において、それぞれの平織 CFRP の場合と同様にひずみ速度 10^{-5} (/s) から 10^0 (/s) 程度までほぼ一定の値であるが、 10^1 (/s) 付近で上昇していることが確認された。 10^1 (/s) 付近における準静的の状態と比較した時の上昇率は 828 を用いたもの、および YX8034 を用いたものともに約 1.3~1.4 倍程度であることが確認された。この結果から、弾性率に関して平織 CFRP のひずみ依存性に、縦方向繊維のひずみ速度依存性が大きくかかわっていることが示唆された。

引張強度、破断伸び、およびポアソン比に関しては、高速域においては多少ばらつきがあるもののほぼ一定の値を示しており、ひずみ速度依存性は見られなかった。

3・3 一方向強化 CFRP (90° 方向) 図 5 に、準静的引張試験および高速引張試験より得られた 90° 材の典型的な応力-ひずみ線図を示す。マトリクスに 828 を用いたものに関しては、引張速度が高いものほど強度が高い値を示していることが確認できる。これは、引張速度が高くなるにつれて曲線の傾きが大きくなっている、つまり弾性率が上昇しているのに対し、破断伸びには変化がないためであると考えられる。マトリクスに YX8034 を用いたものに関しては、引張速度が

高いものほど曲線の傾きが大きくなり、破断伸びが減少するというような脆性的な挙動を示すようになることが確認された。

図 6 に、 90° 材のひずみ速度に対する、弾性率、引張強度、破断伸びのそれぞれの値をプロットしたものを示す。弾性率に関しては、マトリクスに 828, YX8034 を用いたもの両方の材料において、それぞれの平織 CFRP の場合と同様にひずみ速度 10^{-5} (/s) から 10^0 (/s) 程度までほぼ一定の値であるが、 10^1 (/s) 付近で上昇していることが確認された。 10^1 (/s) 付近における準静的の状態と比較した時の上昇率は、828 を用いたものが約 1.5 倍、YX8034 を用いたものが約 1.6 倍であることが確認された。 90° 材における弾性率の上昇率が、平織 CFRP や 0° 材と比較して大きいのは、マトリクスである樹脂のひずみ速度依存性が顕著に影響をあたえるためであると考えられる。

引張強度に関しては、ひずみ速度 10^{-5} (/s) から 10^1 (/s) 程度まで 828 を用いたものおよび YX8034 を用いたものともに弾性率と同様の傾向を示すことが確認された。なお、 10^1 (/s) 付近における準静的の状態と比較した時の上昇率は、828 を用いたものおよび YX8034 を用いたものともに約 1.3 で差は無い。これは、弾性率ならびに破断伸びのグラフからもわかるように YX8034 を用いたものでは、ひずみ速度が上昇するにつれて脆性的になる傾向があることが要因であると考えられる。828 を用いたものに関しては破断伸びにひずみ速度依存性は確認できなかった。

(a) Epikote 828

(b) Epikote YX8034

Fig. 3 Effect of loading rate on the stress-strain curve of unidirectional (0°) CFRP laminates.

Fig. 4 Effect of strain rate on the mechanical properties of unidirectional (0°) CFRP laminates.

Fig. 5 Effect of loading rate on the stress-strain curve of unidirectional (90°) CFRP laminates.

Fig. 6 Effect of strain rate on the mechanical properties of unidirectional (90°) CFRP laminates.

3・4 Isikawa-Chou 理論を用いた弾性率予測

Ishikawa-Chou 理論を用いて平織 CFRP の弾性率の予測を行う。Ishikawa-Chou 理論の詳細は付録で述べることにする。平織 CFRP の弾性率予測を行うに際して、平織 CFRP を構成していると仮定する $0^\circ \cdot 90^\circ$ 材、樹脂単体の物性値が必要となる。 $0^\circ \cdot 90^\circ$ 材の物性値には、本研究において行った引張試験により得られた図 4 及び 6 の値を用いた。用いた樹脂の弾性特性のひずみ速度依存性については表 2 および 3 に示す。一方向材のせん断弾性率及び面外ポアソン比については、両材料ともひずみ速度によらず 4.5(GPa) 及び 0.49 を用いた。

また予測を行うに際して上記のような各材料の物性値の他にうねり部の幾何学パラメータが必要となる。幾何学パラメータは、繰返し長さ a 、うねり部長さ a_u 、繊維層厚さ h 、およびうねり部厚さ h_u である。これらの詳細については付録中に図示してある。これらの幾何学パラメータは、あらかじめ研磨した平織 CFRP の端面を、光学顕微鏡を用いて観察することで決定した。決定した幾何学パラメータを表 4 に示す。本研究で使用了平織複合材料においては $a=a_u$ である。本研究においては平織 CFRP を対象とするので、クリンプモデルを用いて弾性率の予測を行った。クリ

ンプモデルによって算出された値と、実験結果とを比較したものを図 7 に示す。828 および YX8034 を用いた平織 CFRP それぞれの場合において、実験値と計算値はよく一致している。つまり、クリンプモデルによる平織 CFRP の弾性率予測は妥当であると考えられる。また、引張試験において弾性率の昇が確認されたひずみ速度 $10^1(\text{s})$ 以上においても、計算値と実験値はよい一致を示していることから、平織 CFRP の弾性率のひずみ速度依存性は、繊維のうねり等の微視的構造及び一方向材の力学的特性のひずみ速度依存性を考慮することにより解析可能であることが明らかとなった。

また、うねりがひずみ速度依存性に与える効果を考察するために同一の材料を用いたクロスプライ積層板の弾性特性についても積層板理論により計算を行った。平織複合材料、クロスプライ積層板 $[0/90]_s$ および一方向複合材料の $10^1(\text{s})$ での弾性率を $10^{-5}(\text{s})$ での弾性率で正規化した値を表 5 に示す。828 および YX8034 のそれぞれについてクロスプライ積層板の弾性率の方が増加率大きいことが明らかとなった。つまり、繊維のうねりの効果は縦繊維束の弾性率のひずみ速度依存性を緩和する効果があることが示唆された。

Table 2 Elastic modulus of 828 and YX8034 (unit:GPa).

Strain Rate (/s)	10^{-5}	10^{-2}	10^{-1}	10^1
828	3.3	3.3	3.4	5.3
YX8034	2.7	2.9	3.1	4.6

Table 3 Poisson's ratio of 828 and YX8034.

Strain Rate (/s)	10^{-5}	10^{-2}	10^{-1}	10^1
828	0.36	0.36	0.36	0.36
YX8034	0.36	0.36	0.36	0.33

Table 4 Parameters used in the analyses (unit:mm).

	a	a_u	h_l	h
828	2.0	2.0	0.3	0.3002
YX8034	2.0	2.0	0.3	0.3002

(a) T300/828

(b) T300/YX8034

Experimental Results

○ 828 — 828 (Average)
 △ YX8034 - - - YX8034 (Average)

Analysis

● 828
 ▲ YX8034

Fig. 7 Tensile modulus of plain woven CFRP laminates (Experimental and analytical results).

Table 5 Normalized Elastic modulus of 828 and YX8034 composites.

	Plain Woven Composite	Cross-Ply Laminate	Unidirectional (0°) Composite
828	1.33	1.43	1.42
YX8034	1.24	1.31	1.29

4. 結 論

本研究では、高速引張試験ならびに Ishikawa-Chou 理論を用いることにより平織 CFRP の中ひずみ速度域までの力学的特性に関するひずみ速度依存性の評価を行い、以下の結論を得た。

- (1)平織 CFRP に関して、ひずみ速度 10^1 (/s)付近で弾性率および引張強度の上昇が確認された。
- (2)一方向材に関して、弾性率、引張強度ともにひずみ速度の増加にともない平織 CFRP と同様の傾向を示したことから、平織 CFRP のひずみ速度依存性は構成要素である縦繊維束および横繊維束のひずみ速度依存性の影響であることが示唆された。
- (3)クリンプモデルを用いて各ひずみ速度における平織 CFRP の弾性率を予測した結果、実験値とのよい一致を示

し、このモデルの任意のひずみ速度下での弾性率予測における有用性が示された。また、縦繊維束の破断ひずみのひずみ速度依存性が既知であれば、強度のひずみ速度依存性についてもある程度予測可能であるといえる。

付録：Ishikawa-Chou モデル⁽¹⁾

図 A-1 は、うねり部の長さ a_u および $h_1(x)$, $h_2(x)$ をパラメータとしてうねり形状が定義されるクリンプモデルの図である。 $h_1(x)$ は複合材料の断面における横繊維束の上面形状を、 $h_2(x)$ は縦繊維束の断面形状をそれぞれ表している。平織の場合、繰り返し長さを a とするとうねりは $x=0$ から $x=a$ まで連続的に生じている。つまり、 $a=a_u$ となる。また繰り返し長さは繊維束幅とほぼ等しい。板厚 h と縦繊維束と横繊維束の厚さの合計 h_l は異なってもよく、その場合は樹脂のみの層が表面

に出ると仮定する。また、 $h=h_i$ であっても図 A-1 中の円形断面にあるように樹脂のみの層は存在するので、繊維束内での繊維体積含有率とテキスタイル材全体での繊維体積含有率はわずかに異なる。

以上の仮定を満たすうねり形状の関数として、横繊維束について以下の式を仮定する。

$$h_1(x) = \left[1 + \sin \left\{ \left(x - \frac{a}{2} \right) \frac{\pi}{a_u} \right\} \right] \frac{h_i}{4} \quad (1)$$

断面の縦繊維束については以下のように表現できる。

$$h_2(x) = \begin{cases} \left[1 - \sin \left\{ \left(x - \frac{a}{2} \right) \frac{\pi}{a_u} \right\} \right] \frac{h_i}{4} & (0 \leq x \leq \frac{a}{2}) \\ - \left[1 + \sin \left\{ \left(x - \frac{a}{2} \right) \frac{\pi}{a_u} \right\} \right] \frac{h_i}{4} & (\frac{a}{2} \leq x \leq a) \end{cases} \quad (2)$$

Fig. A-1 Fiber crimp model.

積層板理論が x 軸方向に沿った dx の無限小長さをもつ板の部分にも適用できると仮定する。このとき母材、横繊維束および縦繊維束の剛性行列をそれぞれ Q_{ij}^M , Q_{ij}^F および Q_{ij}^W とすると、位置 x ($0 \leq x \leq a/2$) において積層板理論を適用することにより、局所的な面内剛性 A_{ij} は次のように記述される。

$$\begin{aligned} A_{ij}(x) &= \int_{-h/2}^{h_1(x)-h_i/2} Q_{ij}^M dz + \int_{h_1(x)-h_i/2}^{h_1(x)} Q_{ij}^F(\theta) dz \\ &\quad + \int_{h_1(x)}^{h_2(x)} Q_{ij}^W dz + \int_{h_2(x)}^{h/2} Q_{ij}^M dz \\ &= Q_{ij}^M \left(h_1(x) - h_2(x) + h - \frac{h_i}{2} \right) + Q_{ij}^F(\theta) \frac{h_i}{2} \\ &\quad + Q_{ij}^W (h_2(x) - h_1(x)) \end{aligned} \quad (3)$$

同様に $a/2 \leq x \leq a$ についても書くことができる。ここで、未知である横繊維束の局所剛性 $Q_{ij}^F(\theta)$ は以下のように定義される off-axis 角度 $\theta(x)$ によって計算される。

$$\theta(x) = \arctan \left(\frac{dh_1(x)}{dx} \right) \quad (4)$$

平行な繊維によって構成される横繊維束を考える。繊維の配向方向は方向 1、繊維に垂直で横に等方性を持つ平面である方向 2 および 3 が示される。横繊維束のヤング率 ($E_1, E_2=E_3$)、せん断弾性率 ($G_{12}=G_{13}, G_{23}$) およびポアソン比 (ν_{12}) から、図 A-1 における xyz 軸についての弾性定数が定義される。ここで、方向 1 と x 軸との間の角度を θ とする。

$$E_x^F(\theta) = \frac{1}{\frac{l_\theta^4}{E_1} + \left(\frac{1}{G_{13}} - \frac{2\nu_{31}}{E_1} \right) l_\theta^2 m_\theta^2 + \frac{m_\theta^4}{E_3}} \quad (5)$$

$$E_y^F(\theta) = E_2 = E_3$$

$$G_{xy}^F(\theta) = \frac{1}{\frac{l_\theta^2}{G_{12}} + \frac{m_\theta^2}{G_{23}}}$$

$$\nu_{yx}^F(\theta) = \nu_{31} l_\theta^2 + \nu_{23} m_\theta^2$$

ここで、 $l_\theta = \cos \theta$, $m_\theta = \sin \theta$ である。そして、横繊維束の横方向の等方性により、 $\nu_{12} = \nu_{13}$, $E_1/\nu_{12} = E_2/\nu_{21}$, $\nu_{23} = \nu_{32}$ および $G_{23} = E_2/2(1+\nu_{23})$ を仮定できる。このように xyz 座標系を参照する横繊維束のうねり部における局所的な剛性行列は繊維配向方向 θ の関数で与えられる。

$$Q_{ij}^F(\theta) = \begin{bmatrix} E_x^F(\theta)/D_\nu & \nu_{xy}^F(\theta)E_y^F(\theta)/D_\nu & 0 \\ \nu_{yx}^F(\theta)E_x^F(\theta)/D_\nu & E_y^F(\theta)/D_\nu & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy}^F(\theta) \end{bmatrix}$$

$$(i, j = 1, 2, 6)$$

(6)

$$D_\nu = 1 - (\nu_{yx}^F(\theta))^2 \frac{E_x^F(\theta)}{E_y^F(\theta)} \quad (7)$$

式(6)を(3)に代入することによって、局所的な剛性行列が計算できる。局所的なコンプライアンス行列 $a_{ij}^*(x)$ は、剛性行列 $A_{ij}(x)$ を逆の形にすることでそれぞれ得られる。

一定の面内合応力 N_1 が負荷しているクリンプモデルの平均面内コンプライアンス行列は、力の平衡により N_1 がいたるところで一様であるので、以下のように定義できる。

$$\bar{a}_{ij}^{*C} = \frac{1}{a} \int_0^a a_{ij}^*(x) dx \quad (8)$$

ここで上付き文字 C はクリンプモデルを表す。

式(8)の積分は被積分関数が複雑であるため数值的に行われる。最終的にクリンプモデルを適用した際の平織複合材料の弾性率 E_c は次式で与えられる。

$$E_c = \frac{1}{\frac{1}{a_{11}}} \quad (9)$$

文 献

- (1) Chou, T.W. and Ishikawa, T., *Textile Structural Composites (Composite Materials Series Vol. 3)* (1984), pp. 209-264 Elsevier.
- (2) Takeda, T., Shindo, Y. and Narita, F., *Compos. Sci. Technol.*, Vol. 64, (2004), pp. 2353-2362.
- (3) Takeda, T., Takano, S., Shindo, Y. and Narita, *Compos. Sci. Technol.*, Vol. 65, (2005), pp. 1691-1702.
- (4) Guagliano, M. and Riva, E., *J. Strain Analysis*, Vol. 36, No.2 (2001), pp. 153-162.
- (5) Yokoyama, T., *J. Japanese Society for Engineering Mechanics*, Vol. 6, No.2 (2006), pp. 105-114.