パイプジョイント部の耐力に関する数値解析的検討*

陳 玳 珩^{*1}, 桑 子 寛^{*2}

Numerical Study on Strength of Pipe Joint

Dai-heng CHEN^{*3} and Hiroshi KUWAKO^{*3} Department of Mechanical Engineering, Tokyo University of Science,
1-3 Kagurazaka, Shinjuku-ku, Tokyo, 162-8601 Japan

In this study, the strength of T-joint and Y-joint is analyzed based on numerical results of FEM. It is found that the joint strengths are proportional to a λ -th power of thickness T of chord tube for various joints with a fixed branch-to-chord diameter ratio d/D . The index λ changes with d/D , and in the range of $d/D=0.1\sim0.91$, it is $\lambda\cong1.93\sim1.55$, with small value corresponding to large d/D . A compressive axial force in chord will reduce the joint strength, and it is also found that the strength-reduction ratios for Y-joint are the almost same as those for T-joint having the same T and d/D . Also, the joint strengths are influenced by span-length of the chord. The joint strengths decrease as span-length increases. However, the influence is small for small d/D .

Key Words: Tubular Truss Joint, T-Joint, Y-Joint, Collapse Behavior, Strength, FEM

1. 緒 言

海洋構造物や大型空間構造物に鋼管トラス構造は多く利用されているため、鋼管トラス構造のジョイント部の耐力に関する研究は、古くから行われている(1)~(5)。しかし、この中には FE の数値解析に基づく研究もある(6)が、既存の研究は実験によるものが大部分を占め、提案されている設計式は限られた実験条件により推定された式である。そこで本研究は、鋼管トラス構造のジョイント部の崩壊挙動について、汎用有限要素法解析ソフトを用いた解析を行い、継手部の耐力と継手部周辺の応力分布に関して検討を行うことで、ジョイント部の崩壊挙動および耐力に関してより広範囲の知見を得ようとするものである。

2. 数 値 解 析 方 法

本研究では、図 1 に示すような T-Joint と Y-Joint 形状の解析モデルを用いて、支管に軸方向圧縮荷重を与えた際のジョイントの変形挙動について汎用ソルバー MSC. Marc による大変形・弾塑性 FEM 解析を行う。境界条件は主管の両端を単純支持とし、支管の上側から移動剛体壁を接触させることにより圧縮荷重を載荷

する。

Fig. 1 Geometry of pipe joint

なお、材料は構造用鋼管とし、加工硬化則として降伏後の応力とひずみの関係は、2 直線硬化則に従うと仮定する。材料定数と幾何条件は、とくに断らない限り、材料の降伏応力 $\sigma_Y = 360\text{MPa}$ 、ヤング率 $E = 205\text{GPa}$ 、ポ

* 原稿受付 2009 年 5 月 7 日。

^{*1} 正員、フェロー、東京理科大学工学部(〒162-8601 東京都新宿区神楽坂 1-3)。^{*2} (株)サニユシビルエンジニアリング(〒111-0053 東京都台東区浅草橋 5-2-3 浅草橋鈴和ビル)。

E-mail: chend@rs.kagu.tus.ac.jp

アソン比 $\nu = 0.3$, 加工硬化係数 $E_h = 0.01E$ とし, またジョイントの幾何寸法についてスパンの長さ $L/D = 5$, 主管の直径 $D = 318.5\text{mm}$, 支管と主管の肉厚を同じものとし, $t = T = 4.5\text{mm}$ としている。

有限要素モデル化に際しては, 変形が滑らかに進むように, 要素寸法を約 $20 \times 20\text{mm}^2$ に設定し, 4 節点四辺形双一次厚肉シェル要素を用いて離散化している。また, 本解析では非線形挙動の定式化として, アップデテッドラグランジュ法を用いて幾何学的非線形性を考慮し, 平衡方程式を満たすための修正計算法としてニュートン・ラブソン法を採用している。

3. 解析結果および検討

3.1 T-ジョイントの圧潰挙動

Fig. 2 Relation between compressive load P displacement U for a T-joint

図 2 は, 支管と主管の直径比 $d/D = 0.44$ の T-ジョイントについて求めた支管の圧縮荷重 P と変位 U の関係を示すものである。図より, 圧縮変位 U の増加に伴い, 荷重 P は最初に増加するが, ある変位でピーク値を示す。同図に示した, その荷重ピークの前後における変形様子から分かるように, 圧縮荷重の変化にピークが生じることは, 主管の円筒表面に生じる凹み変形によるものである。また, このピーク荷重が生じるときの, 支管と主管の接合部近傍の Mises の応力分布のコンター図 (色の明るいところは応力が高いことを意味する) を図 3 に示す (図 3 上の模式図は, 各コンター図とジョイントの位置関係を示すものである)。図 3 には, 支管と主管の直径比が他の場合, $d/D = 0.1$ と $d/D = 0.26$ の場合の, ピーク荷重における主管の

Mises の応力分布のコンター図も示している。図よりわかるように, 最も大きい応力は, d/D が小さい場合 (例えば $d/D = 0.1$) 支管の両側 (主管の軸方向からみる場合の支管の両側である。それが主管の側面にあるため, 以下主管の Side 部と称する) に生じ, d/D が大きい場合 (例えば $d/D = 0.44$) 支管の前後 (主管の軸方向からみる場合の支管の前後である。それが主管の最上部にあるため, 以下主管の Top 部と称する) に生じる。

Fig. 3 Mises stress distribution near the branch-chord junction in the chord surface as the peak load arises

また, 図 2 には他の研究による実験値⁽²⁾ も示している。この図からわかるように, 実験値と FEM の数値解析結果は比較的似た傾向を示しており数値シミュレーションによって実験結果が再現できることを確認できた。

以下, この荷重-変位曲線においてピークに対応する崩壊荷重をジョイントの耐力 P_{cr} と定義して検討を進めていく。

図 4 は, いくつかの主管の肉厚 T について, T-ジョイントの耐力 P_{cr} と d/D の関係を示すものである。ここに図の縦軸は, 耐力 P_{cr} と $(\sigma_Y T^2)$ の比, $P_{cr}/\sigma_Y T^2$ である。図よりわかるように, 比 $P_{cr}/\sigma_Y T^2$ は主に d/D の関数で, d/D が大きいほど大きくなるが, 主管の肉厚 T にも関係する。

T-ジョイントの耐力 P_{cr} についてこれまでの研究でいくつかの経験式^{(1),(2),(4)} が提案されている。

$$\text{文献 (4) では, } \frac{P_{cr}}{\sigma_Y T^2} = 6.43 [1 + 4.60(d/D)^2] \quad (1)$$

$$\text{文献 (2) では, } \frac{P_{cr}}{\sigma_Y T^2} = \frac{7.3}{1 - 0.833(d/D)} \quad (2)$$

$$\text{文献 (1) では, } \frac{P_{cr}}{\sigma_Y T^2} = 2.14 \times f_\beta \cdot f_\gamma \cdot f_n \quad (3)$$

式 (3) において,

$$f_\beta = 0.96 + 4.7(d/D)^2, \quad f_\gamma = [D/(2T)]^{0.2} \quad (4)$$

であり, また f_n は主管の軸力 N による影響を表す係数であり,

$$f_n = 1 + 0.3n - 0.3n^2 \quad (5)$$

$$n = N/(A\sigma_Y) \quad (A: \text{主管の断面積})$$

である。図 4 においては軸力 $N = 0$ であるため $f_n = 1$ である。

Fig. 4 Relation between strength P_{cr} and d/D for T-joints

Fig. 5 Relation between strength P_{cr} and thickness T of chord-tube in a logarithm diagram

図 4 にはこれらの経験式による予測値も示している。図中の FEM の解析結果と比較すれば分かるように、これらの経験式による予測値は概ね FEM の解析結果と一致するが、主管肉厚 T によって大きい誤差が生じる場合もある。

式 (1) と式 (2) では、耐力 P_{cr} を $P_{cr} \propto T^2$ とし、式 (3) では、 $P_{cr} \propto T^{1.8}$ としている。そこで、耐力 P_{cr} と主管の肉厚 T の関係を見るために、図 5 には $d/D = 0.1, 0.27, 0.44, 0.60, 0.76, 0.91$ の T-ジョイントについて求めた耐力 P_{cr} と主管の肉厚 T の値を両対数線図で示す。図より分かるように、 d/D が一定のとき、耐力 P_{cr} は次式

$$P_{cr} \propto T^\lambda \quad (6)$$

のように主管の肉厚 T のべき乗に比例するが、その指数 λ は、 d/D によって異なり、 d/D が大きいほど小さい。図 5 では、 $d/D = 0.1$ のとき $\lambda \cong 1.93$ であり、 $d/D = 0.91$ のとき $\lambda \cong 1.55$ である。

なお、支管の肉厚 t による影響については、支管が非常に薄くて支管の軸圧縮座屈が発生しない限り、耐力 P_{cr} は支管の肉厚 t にはほとんど依存しない。

3.2 Y-ジョイントの圧潰荷重挙動 T-ジョイントでは支管と主管の角度が 90° であるが、Y-ジョイントでは、その角度が 90° ではなく、図 1(b) のように θ で表される。

Fig. 6 The load displacement curve of Y-joint

Y-ジョイントの耐力 $P_{cr|Y}$ は、図 6 に示すように、 d/D および T が同じ T-ジョイントの耐力 P_{cr} より高い。T-ジョイントの耐力から Y-ジョイントの耐力を推

定するために、通常次の近似式が用いられる。

$$\frac{P_{cr|Y}}{P_{cr}} = \frac{1}{\sin \theta} \quad (7)$$

Fig. 7 Strength $P_{cr|Y}$ of Y-joints

Fig. 8 Mises stress distribution in the chord surface as the peak load arises for Y-joint with $d/D = 0.44$

図7は、近似式(7)によるY-ジョイント耐力 $P_{cr|Y}$ の推定値とFEMの解析で求めた値との比較を示すものである。図より、式(7)による推定値は常に安全側にあり、FEMの数値解析の値とほぼ一致する。とくに $\theta = 45^\circ$ のY-ジョイントにおいて式(7)による推定値はFEMの解析結果とよく致する。しかし、 $\theta < 45^\circ$ のY-ジョイントにおいてはFEMの解析結果は d/D によって大きく変化し、式(7)による誤差が大きい。その原因として、荷重 $P_{cr|Y}$ による主管軸方向の分力 $P_{cr|Y} \cos \theta$ の存在が挙げられる⁽⁵⁾。後述の3.3節に述べるように、ジョイントの耐力は、主管の軸力にも関係し、軸力が圧縮の場合降下し引張りの場合上昇する。しかし、Y-ジョイントに存在する主管軸方向の分力 $P_{cr|Y} \cos \theta$ の影響は主管に働く軸力のそれと異なるようであり、このことはすでに他の研究者によって指摘されている⁽⁵⁾。図8に、 $d/D = 0.44$ のY-ジョイントについて、ピーク荷重が生じるときの、主管のMisesの応力分布を示す(図8左の模式図は、コンター図とジョイントの位

置関係を示すものである)。図3と比較すれば分かるように、軸方向の分力 $P_{cr|Y} \cos \theta$ の存在によって、2つのTop部での応力は異なり、1つでは応力が上昇し、もう1つでは応力が降下する。このようなことに加えて、Y-ジョイントの角度 θ によって支管と主管の接合部の幾何形状が異なることも主管の凹み変形、すなわちジョイントの耐力に影響を及ぼす。その結果、Y-ジョイントの耐力を、T-ジョイントの耐力から精度よく予測することは困難である。ただし、 d/D が小さいとき、図3に示したように、主管の凹みは主に主管のSide部での応力に支配されるため、斜め荷重 $P_{cr|Y}$ の主管軸方向の分力 $P_{cr|Y} \cos \theta$ による影響は小さいと考えられる。

3.3 主管の軸力による影響 実際の構造物において主管には軸力が存在する。ジョイントの耐力に対する主管軸力の影響について既に研究が行われ設計式が示されている⁽¹⁾が、条件の困難さからその報告例は少ない。そこで数値シミュレーション解析により、広範囲の条件に対する検討を試みる。

図9と図10は、それぞれT-ジョイントとY-ジョイントについて、主管に軸力がある場合のジョイントの耐力と軸力がゼロのときの耐力の比 $P_{cr}/P_{cr|N=0}$ 、および $P_{cr|Y}/P_{cr|Y,N=0}$ を示すものである。図から分かるように、軸力が圧縮の場合に耐力は減少し、軸力が引張の場合には耐力は上昇する。その減少および上昇の割合はいずれもジョイントの支管と主管の直径比 d/D に関係し、 d/D が大きいほど大きい。また、図9と図10を比較すればわかるように、Y-ジョイントにおける耐力の変化率 $P_{cr|Y}/P_{cr|Y,N=0}$ とT-ジョイントにおける耐力の変化率 $P_{cr}/P_{cr|N=0}$ は、同じ軸力および同じ d/D に対してほとんど同じであり、主管軸力による耐力 P_{cr} への影響は、T-ジョイントとY-ジョイントにおいてほぼ同じ程度だと考えられる。

図11に、主管に軸力がある場合とない場合のT-ジョイントについてFEMの数値解析で求めた圧縮荷重 P と支管変位 U の関係曲線を示し、支管の圧縮荷重 P におけるピークは、主管の軸力がない場合に比べて、主管の軸力が引張の場合は遅く現れる。また、図12に、 $d/D = 0.44$ のT-ジョイントについてFEMの数値解析で求めた支管の押し込みに伴う、主管のTop部における軸方向の応力 σ_x の変化を示す。主管のTop部に注目した理由は、すでに図3に示したように、この場合高い応力がTop部に生じ、このTop部における応力がジョイントの耐力 P_{cr} を決めているためである。図12よりわかるように、軸力がゼロの場合、荷重 P によって発生したTop部での軸方向応力 σ_x が圧縮応力

であり、それは変形に伴い絶対値が大きくなり、圧縮荷重 P がピークとなるとき（図中の記号 A）に降伏応力に達する。そして、軸力が圧縮の場合は Top 部に生じている圧縮応力に、主管に導入した軸力による圧縮応力が加算されるため、変形の早い段階から高い応力となるので耐力は小さくなる。一方、軸力が引張の場合は、はじめに主管全体が引張応力状態であり支管に荷重がかかると主管の Top 部には圧縮応力が発生するが初期の引張応力により相殺され耐力 P_{cr} のピークを示す変形に達するのにより多くの荷重が必要となるので耐力 P_{cr} は増加すると考えられる。

Fig. 9 Strength P_{cr} of T-joint with an action of axial force on the chord

Fig. 10 Strength $P_{cr|Y}$ of Y-joint with an action of axial force on the chord

Fig. 11 P - U curve for a joint without an action of axial force on the chord

Fig. 12 Change of stress σ_x in the place of Top in the chord surface

文献 (1) には軸力による影響を評価する式として式 (5) が示されているため、図 9, 10 には、式 (5) による評価値も示している。数値解析結果は式 (5) と傾向は同様であるが、つねに危険側にあり、とくに d/D が大きいときその差が大きいことがわかる。例えば、 $d/D = 0.76$ の T ジョイントは軸力 $N/(A\sigma_Y) = -0.6$ のとき、FEM で求めた耐力と軸力がゼロのときの耐力の比 $P_{cr}/P_{cr|N=0}$ は 0.600 となるが、式 (5) ではその比

は 0.712 であり、誤差は危険側の 19% となる。そこで、図 9, 10 には、式 (5) の改良式として次式

$$f_n = 1 + 0.35n - 0.35n^2 \quad (8)$$

$$n = N/(A\sigma_Y) \quad (A: \text{主管の断面積})$$

による算定値も示している。図からわかるように、式 (8) による推定値は、圧縮の軸力に対する $d/D = 0.44$ のジョイントの耐力変化率 $P_{cr}/P_{cr}|_{N=0}$ にほぼ等しい。

3.4 主管のスパン長さによる影響

Fig. 13 Effect of span-length of chord on strength of T-joint

図 13 は、長さ $L_0 = 1592.5\text{mm}$ をスパンの基準長さとして、種々の d/D の T ジョイントに対して求めた、スパンの長さ L が変化するときの耐力 P_{cr} の変化 $P_{cr}/P_{cr}|_{L_0}$ を示すものである。現在の耐力推定式にはスパン長さ L の影響はとくに考慮されていない。しかし、図 13 より分かるように、スパンが長くなるにつれてジョイントの耐力は低下する。また、 d/D が小さいときその影響は小さいが、 d/D が大きいときジョイントの耐力に対するスパン長さ L の影響は無視できないほど大きい。例えば、 $d/D = 0.91$ のジョイントに対して、 $L/L_0 = 2$ のときその耐力は約 73% まで低下する。

ジョイントの耐力に対するスパン長さの影響は、支管の荷重 P による主管の曲げ応力から検討できる。まず、 d/D が小さいときと大きいときの主管平面凹みに対する支配領域が図 3 に示したようにそれぞれ Side 部と Top 部であること、および主管の曲げ応力が Top 部で最大となることから、 d/D が小さいときスパンに

よる影響が小さいことは定性的に理解されるだろう。次に、スパン長さの影響を、荷重 P による主管の曲げ応力より定量的に検討してみる。

ここで、主管の Top 部での軸方向応力 σ_x がある限界応力 σ_{cr} に達するとき、ジョイントが耐力に達すると仮定する。そして軸方向応力 σ_x を、支管の押し込みによるローカルの応力 σ_{loc} と荷重 P による主管 Top 部での曲げ応力 σ_{glo} との和であると考える。

$$\sigma_{cr} = \sigma_{loc} + \sigma_{glo} \quad (9)$$

応力 σ_{loc} はスパンの長さに関係で、耐力 P_{cr} に比例するから、それを式

$$\sigma_{loc} = \frac{k_1}{DT} P_{cr} \quad (10)$$

で評価できる。一方、応力 σ_{glo} は荷重 P による曲げ応力であるため、スパン長さ L に比例し、それを式

$$\sigma_{glo} = \frac{k_2}{D^2 T} P_{cr} L \quad (11)$$

で評価できる。式 (10) と (11) の中の k_1 と k_2 は未知の係数である。

式 (9)~(11) を用いれば、2 つの異なるスパンに対応する耐力の値から任意のスパンに対応する耐力を推定することが可能である。例えば、スパン長さがそれぞれ L_a と L_b のジョイントに対応する耐力をそれぞれ $P_{cr|a}$ と $P_{cr|b}$ として、任意のスパン長さ L のジョイントに対応する耐力 P_{cr} を以下のように推定することができる。すなわち、式 (9)~(11) より、スパン長さがそれぞれ L_a , L_b と L のジョイントに対して次式が成り立つ。

$$\begin{cases} \sigma_{cr} = \frac{k_1}{DT} P_{cr|a} + \frac{k_2}{D^2 T} P_{cr|a} L_a \\ \sigma_{cr} = \frac{k_1}{DT} P_{cr|b} + \frac{k_2}{D^2 T} P_{cr|b} L_b \\ \sigma_{cr} = \frac{k_1}{DT} P_{cr} + \frac{k_2}{D^2 T} P_{cr} L \end{cases} \quad (12)$$

式 (12) より、 $P_{cr|a}$ と $P_{cr|b}$ に基づく、長さ L のジョイントの耐力 P_{cr} を推定する式

$$P_{cr} = \frac{P_{cr|a} P_{cr|b} (L_b - L_a)}{P_{cr|a} (L - L_a) + P_{cr|b} (L_b - L)} \quad (13)$$

が得られる。

図 14 に、 $L_a = 5D$, $L_b = 10D$ として、長さ $L = 3.75D \sim 12.5D$ のジョイントの耐力 P_{cr} に対して式 (13) により推定した値と FEM の数値解析の結果との比較を示す。図より長いスパン、例えば $L/D > 4$ であれば両者がほぼ一致していることが分かる。

Fig. 14 Prediction results by using eq.(13)

また、スパンによる耐力への影響を、軸力による影響として検討することも可能である。すなわち、式(11)の曲げ応力 σ_{glo} による耐力の影響を、主管の軸力による影響と類似的なものとみなし、式(8)に用いた軸力比 n を

$$n = -\frac{k_0(\sigma_{glo} - \sigma_{glo|0})}{\sigma_Y} \quad (14)$$

で評価できるものとする。ここに、 $\sigma_{glo|0}$ は、基準とするスパンの長さ L_0 における曲げ応力である。

式(11)を式(14)に代入すれば、式

$$n = -\frac{k_0 k_2}{D^2 T} \frac{(P_{cr} L - P_{cr|0} L_0)}{\sigma_Y} \quad (15)$$

が得られる。ここに、 $P_{cr|0}$ は基準スパン長さ L_0 に対応するジョイントの耐力である。また、係数 $k_0 k_2$ については、種々のスパンの長さに対する検討の結果により、近似的に $k_0 k_2 \cong 1/1.5$ とする。

よって、式(8)によれば、 P_{cr} に関する方程式

$$\frac{P_{cr}}{P_{cr|0}} = 1 - 0.35 \left(\frac{(P_{cr} L - P_{cr|0} L_0)}{1.5 D^2 T \sigma_Y} \right) - 0.35 \left(\frac{(P_{cr} L - P_{cr|0} L_0)}{1.5 D^2 T \sigma_Y} \right)^2 \quad (16)$$

が得られる。この2次方程式を解けば、ある基準長さ L_0 に対応する耐力 $P_{cr|0}$ からスパン長さ L のジョイントの耐力 P_{cr} を推定することができる。

図15に、 $L_0 = 5D$ として、長さ $L = 3.75D \sim 12.5D$ のジョイントの耐力 P_{cr} に対して方程式(16)から得た耐力の推定値とFEMの数値解析結果との比較を示す。図より長いスパン、例えば $L/D > 4$ であれば両者はほぼ一致することがわかる。

Fig. 15 Prediction results by using eq.(16)

なお、以上のようにスパン長さが耐力に影響することは明らかであるが、実際の構造物の設計においてスパンの基準長さをどのように定義して設計式に適用するかという課題は残る。このことについては、今後の検討項目と考える。

4. 結 言

鋼管ジョイント部の耐力は座屈や塑性降伏だけではなく、溶接部の脆性破壊やパンチングシアなどにも起因するが、本研究では、座屈と塑性降伏に起因する耐力のみに注目し、支管と主管の直径比 $d/D = 0.1 \sim 0.91$ 、スパンの長さ $L/D = 2.5 \sim 12.5$ の範囲に対して、T型とY型の鋼管ジョイント部の耐力について、汎用有限要素法解析ソフトによる解析に基づき検討を行った。その結果、以下の点が明らかになった。

- (1) 支管と主管の直径比 d/D が一定のとき、耐力 P_{cr} は、 $P_{cr} \propto T^\lambda$ のように主管の肉厚 T のべき乗に比例するが、その指数 λ は、 d/B によって異なり、 d/D が大きいほど小さい。 $d/D = 0.1 \sim 0.91$ の範囲では $\lambda \cong 1.93 \sim 1.55$ である。
- (2) スパンが長くなるにつれてジョイントの耐力は低下する。また、 d/D が小さいときその影響は小さいが、 d/D が大きいときジョイントの耐力に対するスパン長さ L の影響は大きい。また、ジョイント耐力に対するスパン長さの影響は、荷重 P による主管の曲げ応力により検討することができる。
- (3) 主管の軸圧縮力によってジョイントの耐力は低下するが、その影響はT-ジョイントとY-ジョイントにおいてほぼ同じ程度である。このような軸

力による影響は、主管の凹みが主に荷重 P によって発生した軸方向応力 σ_x により支配されること、およびこの軸方向応力 σ_x が圧縮応力であることから理解される。

- (4) Y-ジョイントの耐力 $P_{cr|Y}$ と、同じ d/D をもつ T-ジョイントの耐力 P_{cr} との間に、常に $P_{cr|Y} < P_{cr}/\sin\theta$ の関係があるが、近似的に $P_{cr|Y} \cong P_{cr}/\sin\theta$ が成り立つ。とくに、 $\theta = 45^\circ$ 、または d/D が小さいとき、その誤差は小さい。

文 献

- (1) Architectural Institute of Japan, Recommendations for the design and fabrication of tubular truss structures in steel(2002), chapter 4.
- (2) N. Akiyama, M. Yajima, H. Akiyama and F. Ohtake, Experimental study on strength of joints in steel tubular structures, (in Japaneses), *Journal of Society of Steel Construction*, **10(102)**, (1974), 37-68.
- (3) H. Kanatani, Experimental study of welded tubular connection (Part 1), (in Japaneses), *Transactions of Architectural Institute of Japan*, **108**, (1965), 31-39.
- (4) Y. Makino, Y. Kurobane and Y. Mitsui, Ultimate strength of tubular joints for local failures due to compression braces, *Transactions of Architectural Institute of Japan*, **251**, (1977), 45-55.
- (5) K. Washio, T. Togo and Y. Mitsui, Experimental research on local failure of chord in tubular truss joints, *Transactions of Architectural Institute of Japan*, **140**, (1967), 55-62.
- (6) E. M. Dexter and M.M. Lee, Static strength of axially loaded tubular K-joints. I: Behavior, *Journal of Structural Engineering*, **125**, (1999), 194-201.