多凸性ひずみエネルギー関数を用いた 異方性超弾性シェル要素の開発と衣服圧シミュレーションへの応用*

田中 真人^{*1}, 野口 裕久^{*2}, 藤川 正毅^{*3}
佐藤 維美^{*4}, 大井 秀哉^{*4}, 小林 卓哉^{*5}
古市 謙次^{*6}, 石丸 園子^{*6}, 野々村 千里^{*7}

Development of Anisotropic Hyper-Elastic Shells Using Polyconvex Strain Energy Function with Application to Clothing Fitness Analysis

Masato TANAKA^{*8}, Hirohisa NOGUCHI, Masaki FUJIKAWA,
Masami SATO, Shuya OI, Takaya KOBAYASHI,
Kenji FURUICHI, Sonoko ISHIMARU and Chisato NONOMURA

^{*8} Department of System Design Engineering, Keio University,
3-14-1 Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama-shi, Kanagawa, 223-8522 Japan

The present study addresses the constitutive model of cloth using anisotropic hyperelastic materials and its implementation into a nonlinear finite shell element in order to simulate large deformation behavior of cloth. Present work focuses on a macroscopic continuum constitutive model able to capture the appropriate mechanical behavior of cloth, which is characterized by two families of yarns, i.e., warp and weft. Hyperelasticity allows the formulation of large deformation including the anisotropic effect by using a structural tensor which consists of fiber-directional unit vectors. In order to avoid non-physical behavior, the related strain-energy function must be polyconvex. The polyconvexity of a strain-energy function insures the existence of the global minimizers for the total elastic energy. In this paper, interaction effect of each fiber is accounted for using weight factors of the principal material directions in order for the accurate and robust modeling of clothing behavior. The present material model is implemented into a four-node shell element in Abaqus/Standard (S4R Type) via user-subroutine UMAT, and it is used to predict the outcome of uniaxial tensile tests and compute the clothing pressure applied to human body to design a form of cloth which better fits the human body.

Key Words: Anisotropy, Constitutive Equation, Finite Deformation Theory, Finite Element Method

1. 緒 言

衣服を始めとした多くの繊維製品の開発現場において、そのCAE(Computer Aided Engineering)化が課題となっている。これは、繊維製品のモデルの構築を含めて、設計の全プロセスをそのままコンピュータ上でシミュレートするシステムの実現を指し、設計データの一元処理を可能とする。衣服造形分野で要求されつつも、未だ研究途上段階であり、課題も多い。なかでも、衣服の快適性や着心地の良さは定量的に評価する

ことが難しく、衣服圧、温熱、触感など、力学的に測定可能な因子をいくつか抽出し、各因子の測定と予測を行うことが重要な課題となる。その中で、衣服圧とは、人体表面に垂直に与える衣服の接触圧のことであり、その衣服圧の大きさや分布を測定・予測することは衣服の快適性を定量的に評価するひとつの指標となる。著者ら⁽¹⁾は、衣服圧分布を予測・計算する技術を構築するため、等方性 neo-Hookean 超弾性モデルの母材に、rebar 要素を縦糸横糸方向に適用した簡易な編物伸長変形モデルを提案した。rebar モデルは、シェル要素の面内に配置された筋材であり、要素の変形に追従して軸力を負担させることで、材料に異方性をもたせる。さらに、提案したモデルを組み込んだ非線形有限要素解析によって衣服圧を計算し、実験値との対応を検証した。

本研究では、より正確な生地モデリングを実施するため、縦糸と横糸の相互作用を考慮した異方性超弾性シェルを開発する。計算機を用いた3次元シミュ

* 原稿受付 2009年10月14日。

^{*1} 正員、慶應義塾大学理工学部システムデザイン工学科 (〒223-8522 横浜市港北区日吉3-14-1) [現：(株)豊田中央研究所(〒480-1192 愛知県愛知郡長久手町大字長湫字横道41-1)]。

^{*2} 慶應義塾大学理工学部システムデザイン工学科。

^{*3} 正員、(株)メカニカルデザイン(〒182-0024 調布市布田1-40-2 アクシス調布2階) [現：琉球大学工学部機械システム工学科(〒903-0213 沖縄県中頭郡西原町字千原1)]。

^{*4} (株)メカニカルデザイン。

^{*5} 正員、(株)メカニカルデザイン。

^{*6} 東洋紡績(株)総合研究所(〒520-0292 大津市堅田2-1-1)。

^{*7} 正員、東洋紡績(株)総合研究所。

E-mail: tanaka@sd.keio.ac.jp

レーションによって衣服圧の正確な予測を行い、これに必要な物性の測定法と衣服材料モデリングおよび大変形・非線形解析手法について検討することが目的である。衣服圧の測定データは、日本人 20 代女性の平均体型を模したマネキンとエアバック方式の感圧計を用いた衣服圧の計測システムから取得する。本実機による計測では、ピンポイントの計測は可能であるが、人体にかかる衣服圧全体の分布を把握することは難しい。そこで、本実機の計測の欠点を補うため、非線形有限要素法を用いた計算機シミュレーションを実施し、立位状態で着衣時の衣服圧分布を予測する。衣服の材料構成則として異方性超弾性体モデルを用い、布地の力学的特性における応力とひずみの関係からポテンシャルエネルギーを定式化する。本研究では、このような異方性超弾性体モデルのポテンシャルエネルギーとして、多凸性ひずみエネルギー関数を用いることを考える。異方性超弾性体は、有限変形を前提としたモデルであり、材料の異方性を表す新たなテンソル量を導入することによって、ひずみエネルギー関数の形で記述される⁽²⁾。従来までに使用されてきた異方性超弾性体モデルのひずみエネルギー関数^{(2)~(5)}では、物質客観性の原理などいくつかの条件は満足しつつも、その有限変形時の挙動に対してはあまり物理的な考察と検討はされてこなかった。Schröder らは、ある条件下によっては、このようなひずみエネルギー関数が非物理的な現象を引き起こすことを指摘し、またこれを回避する方法として、多凸性ひずみエネルギー関数を用いることを提唱した^{(6)~(8)}。多凸性ひずみエネルギー関数は、従来までに用いられてきた異方性のひずみエネルギー関数に現われる非物理的な挙動を回避することに加え、解の一意性を保証することが証明されている^{(6)~(7)}。等方性体のひずみエネルギー関数においては、多凸性を満たすいくつかのモデルが提唱され、その有用性が確認されているが、異方性体では未だ十分な検討がされていない。

本報では、衣服材を縦糸と横糸の 2 組のファイバーからなる異方性超弾性体と考え、多凸性を満足し、かつ各ファイバー間の相互作用を考慮した衣服の材料モデリングを行う。本材料モデルをユーザサブルーチン UMAT を用いて汎用有限要素法ソフト Abaqus/Standard のシェル要素 (S4R 要素) に組み込み、3 次元シミュレーションによる人体への着衣解析を実施する。これにより、衣服圧の精緻な予測システムの構築を行い、その妥当性・有用性について検討する。

2. 多凸性ひずみエネルギー関数を用いた異方性超弾性モデルの定式化

2.1 ひずみエネルギー関数の多凸性条件

本節では、Schröder^{(6)~(7)}、Itskov⁽⁸⁾らの方法に従って、以下の議論で必要となるひずみエネルギー関数の多凸性条件について、その概要をまとめる。

異方性超弾性体モデルのひずみエネルギー関数 W は、物理的に有意な解を得るために、次の 4 つの条件を満足する必要がある^{(6)~(8)}。

1. 連続条件 (Continuity condition)
2. 応力の自然状態条件 (Stress-free natural state condition)
3. 多凸性条件 (Polyconvexity condition)
4. 成長条件 (Growth condition, coercivity)

1. は、ひずみエネルギー関数 W から応力テンソルや接線剛性を求める際に必要な W の連続性を表す。2. は、無変形時の応力が零となる状態 (自然状態, natural state と呼ぶ) を満足するための条件である。3. は、ひずみエネルギー関数 W が変形勾配テンソル $\mathbf{F}$ と、その余因子 $\text{cof} \mathbf{F}$ 、ヤコビアン $J = \det \mathbf{F}$ 全てに対して凸性を持つ条件を指し、Schröder ら^{(6)~(8)}によると、この条件を満足すれば、非多凸性ひずみエネルギー関数で現われる非物理的な挙動を回避することに加え、4. の成長条件と併せれば、解の一意性を保証されている。また、多凸性条件は、次の楕円条件 (ellipticity condition) と等価であることが数学的に証明されている^{(6)~(7)}。

$$\mathbf{H} : \frac{\partial^2 W}{\partial \mathbf{F} \partial \mathbf{F}} : \mathbf{H} \geq 0, \quad (1)$$

$$\mathbf{H} : \frac{\partial^2 W}{\partial \text{cof} \mathbf{F} \partial \text{cof} \mathbf{F}} : \mathbf{H} \geq 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial J \partial J} \geq 0 \quad (3)$$

ここで、記号 $:$ は二組の添字に対する縮約を表し、 $\mathbf{H}$ は任意の 2 階テンソルである。

以上の条件に留意しながら、異方性超弾性体モデルのひずみエネルギー関数 W を、右 Cauchy-Green 変形テンソル $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ と、異方性を記述するためのテンソル量 $\mathbf{M}_i$ を導入することで、以下のように定義する。

$$W = W(\mathbf{C}, \mathbf{M}_i) \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{M}_i$ は構造テンソル (structural tensor) と呼ばれるテンソル量で、次式のように、異方性の向き (図 1 のファイバーの向き。図では説明を簡単にするため、2 次元としている。) を持つ単位ベクトル $\mathbf{n}_i$ とテンソ

ル積からつくられる.

$$\mathbf{M}_i = \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \quad (5)$$

Fig. 1 Structural tensor.

ここで, i はファイバーの指標で, 総和規約はとらない. 直交異方性の場合, $\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_j = \delta_{ij}$ が成り立ち (δ_{ij} は Kronecker の delta), $\mathbf{M}_i$ は以下の性質を満たす.

$$\sum_{i=1}^3 \mathbf{M}_i = \mathbf{I} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}_i \mathbf{M}_j = \mathbf{0}, & i \neq j \\ \mathbf{M}_i \mathbf{M}_j = \mathbf{M}_i, & i = j \\ \text{tr} \mathbf{M}_i = 1, & i = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{tr} \mathbf{M}_i = 1, \quad i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

ここで, $\mathbf{I}$ は単位テンソルを表す. いま, 物質客観性の定理より, W は次式を満たさねばならない.

$$W(\mathbf{C}, \mathbf{M}_i) = W(\mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{Q}^T, \mathbf{Q} \mathbf{M}_i \mathbf{Q}^T) \quad (9)$$

ここで, $\mathbf{Q}$ は剛体回転を表す直交テンソルである. 古典的な不変理論 (invariant theory) によれば, 式 (9) の W は, 等方性の主不変量 I_1, I_2, I_3 と, 異方性の擬似不変量 J_i, K_i を用いて次式のように表される.

$$W = W(I_1, I_2, I_3, J_i, K_i) \quad (10)$$

ここで, I_1, I_2, I_3 は, 次式のように計算される.

$$I_1 \equiv \text{tr} \mathbf{C} \quad (11)$$

$$I_2 \equiv \text{tr}(\text{cof} \mathbf{C}) \quad (12)$$

$$I_3 \equiv \det \mathbf{C} \quad (13)$$

$\text{cof}(\mathbf{C})$ は, $\mathbf{C}$ の余因子テンソルであり, 完全非圧縮の場合 ($I_3 = 1$), $\text{cof}(\mathbf{C}) = \mathbf{C}^{-1}$ である. また, 擬似不変量 J_i, K_i は, 異方性体において $\mathbf{C}$ と $\mathbf{M}_i$ からつくられる不変量で, Schröder らによって提唱された次式の定義式を用いる^{(6)~(8)}.

$$J_i \equiv \text{tr}(\mathbf{C} \mathbf{M}_i) = \mathbf{C} : \mathbf{M}_i \quad (14)$$

$$K_i \equiv \text{tr}(\text{cof}(\mathbf{C}) \mathbf{M}_i) = \text{cof}(\mathbf{C}) : \mathbf{M}_i \quad (15)$$

Schröder らによると, 式 (14), (15) の擬似不変量 J_i, K_i は, 変形勾配テンソル $\mathbf{F}$ と, その余因子 $\text{cof} \mathbf{F}$, ヤコビアン $J = \det \mathbf{F}$ に対して凸性があることを示して

いる^{(6)~(8)}. これら $\mathbf{F}, \text{cof} \mathbf{F}, J$ 全てに対し凸性を持つ擬似不変量 J_i, K_i で構成された凸関数を, 多凸性ひずみエネルギー関数と呼び, 解の一意性が保証されている⁽⁹⁾.

本ひずみエネルギー関数を非線形有限要素法の中で実装するためには, 超弾性体の定義に則り, 次式の第 2 Piola-Kirchhoff 応力テンソル $\mathbf{S}$ と, 接線剛性を求める際に必要となる 4 階の弾性テンソル $\mathbf{C}$ の計算が必要となる.

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} \quad (16)$$

$$\mathbf{C} = 4 \frac{\partial^2 W}{\partial \mathbf{C} \partial \mathbf{C}} \quad (17)$$

式 (16), (17) を求める際に必要となるテンソル計算を以下に示す.

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_1}{\partial \mathbf{C}} &= \mathbf{I}, & \frac{\partial I_2}{\partial \mathbf{C}} &= I_1 \mathbf{I} - \mathbf{C}, & \frac{\partial I_3}{\partial \mathbf{C}} &= I_3 \mathbf{C}^{-1} \\ \frac{\partial J_i}{\partial \mathbf{C}} &= \mathbf{M}_i, & \frac{\partial K_i}{\partial \mathbf{C}} &= -I_3 \mathbf{C}^{-1} \mathbf{M}_i \mathbf{C}^{-1} + K_i \mathbf{C}^{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

なお, 異方性体の擬似不変量 J_i, K_i を用いて実際にひずみエネルギー関数 W を構築する際は, 式 (19) のように無変形時の応力が零となる自然状態条件を満足するように構築しなければならない.

$$\mathbf{S}|_{\mathbf{C}=\mathbf{I}} = \mathbf{0} \quad (19)$$

2.2 ファイバー間の相互作用を考慮した異方性超弾性モデルの定式化

本研究では, 前節で述べた多凸性型の擬似不変量 J_i, K_i を用いて, ひずみエネルギー関数が満たすべき 4 つの条件を全て満足し, かつファイバー間の相互作用を考慮した異方性超弾性体モデルのエネルギー関数 W として, Itskov らが提案した次式を用いる⁽⁸⁾.

$$W = \frac{1}{4} \sum_r^N \mu_r \left[\frac{1}{\alpha_r} (\tilde{J}_r^{\alpha_r} - 1) + \frac{1}{\beta_r} (\tilde{K}_r^{\beta_r} - 1) \right] \quad (20)$$

ここで, N (正の整数), $\mu_r > 0$, $\alpha_r \geq 1$, $\beta_r \geq 1$ は材料定数, $\tilde{J}_r, \tilde{K}_r$ はそれぞれ次式のように定義される一般化された擬似不変量である.

$$\tilde{J}_r \equiv \text{tr}(\mathbf{C} \tilde{\mathbf{M}}_r), \quad \tilde{K}_r \equiv \text{tr}(\text{cof}(\mathbf{C}) \tilde{\mathbf{M}}_r) \quad (21)$$

ここで, $\tilde{\mathbf{M}}_r$ は, 次式のように定義される一般化された構造テンソルである.

$$\tilde{\mathbf{M}}_r \equiv w_1^{(r)} \mathbf{M}_1 + w_2^{(r)} \mathbf{M}_2 + w_3^{(r)} \mathbf{M}_3 \quad (22)$$

ここで, $w_i^{(r)}$ はファイバー間の相互作用の影響を決定する重み係数であり, 材料によって異なる値を持つ材料パラメータである. 重み係数 $w_i^{(r)}$ は以下のように 0

と1の間の値をとり、値が大きいほどファイバー $\mathbf{n}_i$ が他のファイバーに与える影響が大きいことを示す。これより、方向によって力学的特性が変化する異方性を表現できる。

$$0 \leq w_i^{(r)} \leq 1 \quad (23)$$

2.3 Abaqus/Standard UMAT への実装

本節では、ユーザサブルーチン UMAT を用いて、式(20)の構成則を Abaqus/Standard へ実装する方法を示す。本異方性超弾性体は、変形履歴に依存しないため、基本的には内部変数を必要とせず、Cauchy 応力と接線剛性マトリクスの各成分のみを引き渡せばよい。本構成則は、初期配置を基準にした Total Lagrange 法で記述され、式(16)のように第2Piola-Kirchhoff 応力を使用するのが都合がよい。一方、Abaqus/Standard は、現配置を基準にした Updated Lagrange 法を使用しているため、構成則の適当な変換を行い、実装する必要がある。Cauchy 応力 $\boldsymbol{\sigma}$ は、以下のような変換を行えば容易に導かれる。

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{J} \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T \quad (24)$$

接線剛性マトリクスについては、使用する有限要素、客観応力速度に応じて適当に計算して引き渡さなければならない。Abaqus/Standard では、シェルや膜などの構造要素は、Krichhoff 応力テンソルの Green-Naghdi 速度 $\boldsymbol{\tau}^{\nabla G}$ と変形速度テンソル $\mathbf{D}$ が使われている⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。したがって、次式に示すような、Krichhoff 応力テンソルの Green-Naghdi 速度と変形速度テンソルに関する接線剛性 $\mathbb{C}^{\nabla G}$ を引き渡さなければならない。

$$\boldsymbol{\tau}^{\nabla G} = \mathbb{C}^{\nabla G} : \mathbf{D} \quad (25)$$

すなわち、弾性テンソル $\mathbb{C}$ から $\mathbb{C}^{\nabla G}$ へ適切に変換を行う必要がある。Krichhoff 応力テンソルの Green-Naghdi 速度 $\boldsymbol{\tau}^{\nabla G}$ は次式のように定義される。

$$\boldsymbol{\tau}^{\nabla G} = \dot{\boldsymbol{\tau}} - \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{\Omega} \quad (26)$$

ここで、 $\boldsymbol{\Omega} = \dot{\mathbf{R}} \mathbf{R}^T$ は角速度テンソル、 $\mathbf{R}$ は回転テンソルである。また、以下のように、Krichhoff 応力テンソルの Jaumann 速度 $\boldsymbol{\tau}^{\nabla J}$ 、 $\boldsymbol{\tau}^{\nabla J}$ と $\mathbf{D}$ に関する接線剛性 $\mathbb{C}^{\nabla J}$ を導入する。

$$\boldsymbol{\tau}^{\nabla J} = \dot{\boldsymbol{\tau}} - \mathbf{W} \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau} \mathbf{W} = \mathbb{C}^{\nabla J} : \mathbf{D} \quad (27)$$

ここで、 $\mathbf{W}$ は連続体スピンである。いま、Krichhoff 応力 $\boldsymbol{\tau} = J \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T$ の物質時間微分をとると、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \boldsymbol{\tau} &= \dot{\mathbf{F}} \mathbf{S} \mathbf{F}^T + \mathbf{F} \dot{\mathbf{S}} \mathbf{F}^T + \mathbf{F} \mathbf{S} \dot{\mathbf{F}}^T \\ &= (\mathbf{D} + \mathbf{W}) \boldsymbol{\tau} + \mathbf{F} \dot{\mathbf{S}} \mathbf{F}^T + \boldsymbol{\tau} (\mathbf{D} - \mathbf{W}) \end{aligned} \quad (28)$$

$\mathbf{W}$ の項を左辺へ移項し、Jaumann 応力速度をつくる。

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\tau}} - \mathbf{W} \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau} \mathbf{W} &= \mathbf{F} (\mathbb{C} : \dot{\mathbf{E}}) \mathbf{F}^T + \mathbf{D} \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau} \mathbf{D}, \\ \boldsymbol{\tau}^{\nabla J} &= \mathbf{F} (\mathbb{C} : (\mathbf{F}^T \mathbf{D} \mathbf{F})) \mathbf{F}^T + \mathbf{D} \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau} \mathbf{D} \end{aligned} \quad (29)$$

ここで、 $\mathbf{E}$ は Green-Lagrange ひずみである。 $\mathbb{C}^{\nabla J}$ 、 $\check{\mathbb{C}}$ を用いて式を整理すると

$$\mathbb{C}^{\nabla J} : \mathbf{D} = \check{\mathbb{C}} : \mathbf{D} + \mathbf{D} \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau} \mathbf{D} \quad (30)$$

上式を成分表示すると

$$(\mathbb{C}^{\nabla J})_{ijkl} = (\check{\mathbb{C}})_{ijkl} + \tau_{ik} \delta_{jl} + \delta_{ik} \tau_{jl} \quad (31)$$

ここで、 $\check{\mathbb{C}}$ は、次式で表されるように、接線剛性 $\mathbb{C}$ の空間表示である。

$$(\check{\mathbb{C}})_{ijkl} = F_{il} F_{jJ} F_{kK} F_{lL} (\mathbb{C})_{IJKL} \quad (32)$$

なお、指標 I, J, K, L は総和規約をとっている。また、Jaumann 応力速度と Green-Naghdi 応力速度の次の関係式より、接線剛性 $\mathbb{C}^{\nabla G}$ を求める。

$$\boldsymbol{\tau}^{\nabla G} = \boldsymbol{\tau}^{\nabla J} + (\mathbf{W} - \boldsymbol{\Omega}) \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau} (\mathbf{W} - \boldsymbol{\Omega}) \quad (33)$$

いま、 $\mathbf{W}$ と $\boldsymbol{\Omega}$ の間に次式が成り立つことに着目する。

$$\mathbf{W} - \boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Lambda} : \mathbf{D} \quad (34)$$

ここで、 $\boldsymbol{\Lambda}$ は4階のテンソルで、成分表示すると次式のように与えられる⁽¹²⁾。

$$\begin{aligned} \Lambda_{ijkl} &= \frac{1}{I_V II_V - III_V} \{ I_V^2 (V_{ik} \delta_{jl} - \delta_{ik} V_{jl}) \\ &\quad - I_V (B_{ik} \delta_{jl} - \delta_{ik} B_{jl}) + B_{ik} V_{jl} - V_{ik} B_{jl} \} \end{aligned} \quad (35)$$

ここで、 B_{ij} 、 V_{ij} はそれぞれ左 Cauchy-Green 変形テンソル、左ストレッチテンソルを表し、 I_V, II_V, III_V は V_{ij} の主不変量である。最終的に、 $\mathbb{C}^{\nabla G}$ への変換は次式のように行う。

$$(\mathbb{C}^{\nabla G})_{ijkl} = (\mathbb{C}^{\nabla J})_{ijkl} + \Lambda_{iakl} \tau_{aj} - \tau_{ia} \Lambda_{ajkl} \quad (36)$$

シェル要素へ実装する際には、さらに構成則に平面応力条件を付加し、シェルの板厚の適切な更新を実施しなければならない。本モデルでは、計算の簡略化のため非圧縮超弾性を仮定し、シェルの板厚は変形に応じて更新される。初期板厚は1mmとする。変形勾配テンソルの板厚方向成分 F_{33} は、次式のように非圧縮条件より面内成分で置き換える。

$$F_{33} = \frac{1}{F_{11} F_{22} - F_{12} F_{21}} \quad (37)$$

また、非圧縮性変形より、応力には次式のように不定静水圧 p の寄与が生じる。

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} + p \mathbf{C}^{-1} \quad (38)$$

ただし、 p は平面応力条件 $S_{33} = 0$ より次式のように消去できる。

$$p = -2 \frac{\partial W}{\partial C_{33}} \quad (39)$$

式 (39) を式 (38) に代入すると、平面応力条件を付加した応力テンソルが得られる。この応力テンソルに対応した弾性テンソル $\mathbf{C}$ は、式 (17) の計算より得られる。なお、式 (20) のモデルにおいて、板厚方向にはファイバーはないとし、 $w_3 = 0$ とおく。また、シェル要素 S4R を UMAT で使用するときは、初期面外せん断剛性 K_{11}^{ts} , K_{22}^{ts} , K_{12}^{ts} を与えなければならない。板厚を t とするとき、 K_{11}^{ts} , K_{22}^{ts} , K_{12}^{ts} はそれぞれ次式ようになる⁽¹⁰⁾。

$$K_{11}^{ts} = \frac{5}{6} G_{13} t, \quad K_{22}^{ts} = \frac{5}{6} G_{23} t, \quad K_{12}^{ts} = 0 \quad (40)$$

ここで、 G_{13} , G_{23} は面外せん断弾性係数で、それぞれ次式から求められる。

$$G_{13} = \frac{1}{2} \sum_i^N \mu_i w_1^{(i)}, \quad G_{23} = \frac{1}{2} \sum_i^N \mu_i w_2^{(i)} \quad (41)$$

3. 衣服圧シミュレーションへの応用

3.1 ひずみエネルギー関数の同定

ここでは、式 (20) のひずみエネルギー関数を用いて、衣服の材料モデリングへと適用し、その妥当性・有用性を検証する。本来編物である衣服材を巨視的にみて、図 2 のように織物の縦糸・横糸と同様な方向性をもつものと仮定し、2 つのファイバーからなる直交異方性体としてモデル化する。

Fig. 2 Schematic model of knitted fabric.

式 (20) の材料パラメータ μ_r , α_r , β_r , $w_1^{(r)}$, $w_2^{(r)}$ を決定するため、図 3 に示すような 3 つの一軸引張解析を行う。図 3 のように、経方向、緯方向、バイアス方

向にそれぞれ引っ張った際の布地の引張荷重と伸張の関係を測定し、これにフィッティングさせるように材料パラメータを同定する。なお、本報では $N = 3$ とおいた。

Fig. 3 Analysis model for simple tension of knitted strips of cloth.

引張方向の公称応力値を t 、伸張比を λ とおくと、本材料定数同定は、次式の目的関数 S を最小化することに相当する。

$$\begin{aligned} \min S \\ \text{s.t. } \mu_r \geq 0, \quad \alpha_r \geq 1, \quad \beta_r \geq 1, \\ 0 \leq w_1^{(r)}, w_2^{(r)} \leq 1, \quad w_1^{(r)} + w_2^{(r)} = 1 \end{aligned} \quad (42)$$

$$S = \sum_{i=1}^l [\bar{t}_i - t(\bar{\lambda}_i)]^2 + \sum_{i=1}^m [\bar{t}_i - t(\bar{\lambda}_i)]^2 + \sum_{i=1}^n [\bar{t}_i - t(\bar{\lambda}_i)]^2 \quad (43)$$

ここで、 l , m , n はそれぞれ経方向、緯方向、バイアス方向のサンプリング数、 $\bar{\square}$ は計測値を表し、 i はサンプリングナンバーを示す。なお、 $t(\bar{\lambda}_i)$ は FEM によって計算された公称応力値を示す。式 (42) の最適化には、実数値 GA⁽¹³⁾ を用いた。

いま、スパッツの布地の材料定数同定を考える。上記の同定方法によって、スパッツの材料パラメータは、次式のように決定された。

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 1.2755 \times 10^{-2} [\text{MPa}], \quad \mu_2 = 2.0569 \times 10^{-3} [\text{MPa}], \\ \mu_3 &= 4.5867 \times 10^{-2} [\text{MPa}], \\ \alpha_1 &= 4.727, \quad \alpha_2 = 1.475, \quad \alpha_3 = 1.736, \\ \beta_1 &= 1.003, \quad \beta_2 = 1.616 \times 10, \quad \beta_3 = 1.063 \\ w_1^{(1)} &= 0.771, \quad w_2^{(1)} = 0.229, \\ w_1^{(2)} &= 0.585, \quad w_2^{(2)} = 0.415, \\ w_1^{(3)} &= 0.652, \quad w_2^{(3)} = 0.348 \end{aligned} \quad (44)$$

Fig. 4 Load-displacement curves of spats in the warp, weft and bias directions including deformation configurations.

式 (44) の材料定数を用いて計算された荷重変位曲線と縦糸・横糸・バイアス方向の変形図は、図 4 のようになった。なお、比較のため、それぞれの図には実験データに加え、先行研究である著者ら⁽¹⁾の rebar モデルの結果も併記した。(図中では、Rebar and Hyperelastic と表記。) 図 4 より、本モデルによる荷重変位曲線が計測値とほぼ一致したことに加え、変形図に関しても良好な一致が見られ、その妥当性・有用性が確認できたといえる。rebar モデルでは、高ひずみ領域において経緯の変形モードとバイアス方向の荷重変位曲線が再現できていない問題点があったが、本構成則により衣服材料モデリングの精度の向上がみられた。

3.2 衣服圧シミュレーション

さらに、本構成則を Abaqus/Standard の材料構成則サブルーチン UMAT を通して 4 節点シェル要素 S4R に組み込み、3 次元シミュレーションによる人体への着衣解析を実施し、衣服圧の測定データとの比較を行う。なお、本解析では T シャツの布地を用いた。前節と同様な材料定数同定を行い、T シャツの材料パラメータを次式のように決定した。

$$\begin{aligned}
 \mu_1 &= 6.8837 \times 10^{-3} [\text{MPa}], & \mu_2 &= 8.6240 \times 10^{-2} [\text{MPa}], \\
 \mu_3 &= 1.2354 \times 10^{-1} [\text{MPa}], \\
 \alpha_1 &= 3.52, & \alpha_2 &= 1.28, & \alpha_3 &= 1.00, \\
 \beta_1 &= 1.004, & \beta_2 &= 1.349 \times 10, & \beta_3 &= 1.002 \\
 w_1^{(1)} &= 0.321, & w_2^{(1)} &= 0.679, \\
 w_1^{(2)} &= 0.565, & w_2^{(2)} &= 0.435, \\
 w_1^{(3)} &= 0.781, & w_2^{(3)} &= 0.219
 \end{aligned} \tag{45}$$

式 (45) の材料定数を用いて計算された荷重変位曲線は、図 5 のようになる。

Fig. 5 Load-displacement curves of T-shirts in the warp, weft and bias directions.

衣服圧の実験方法、解析方法ともに、著者らの先行研究⁽¹⁾の方法に従う。以下に概要を示す。

衣服圧の測定データは、図6に示すような日本人20代女性の平均体型を模したマネキンを用いた衣服圧の計測システムから取得する。本システムではエアバック方式の感圧計を用いて計測を行う。本実機による計測では、ピンポイントの計測は可能であるが、人体にかかる衣服圧全体の分布を把握することは難しい。そこで、本実機の計測の欠点を補うため、非線形有限要素法を用いた計算機シミュレーションを実施し、立位状態での着衣時の衣服圧分布を予測する。なお、本報告では、人体は剛体でモデル化されている。また、本実験で用いるマネキンの表面は十分滑らかであること、着衣の過程で過度な引きつりやしわが発生しないように身体に十分なじませながら着付けを行うこと、などの実験条件から、本研究では衣服と人体の間の摩擦は考慮しない。

Fig. 6 Experiment system for clothing pressure analysis.

図7に、本着衣解析の工程を示す。図のように、型紙状の衣服を人体に被せ、その後縫い合わせる。その際に人体にかかる接触圧をコンター表示したのが図8である。本計算データと、図6のシステムから計測された衣服圧のデータを図9に示す経路上で比較したのが、図10である。図10中の①、②、…は、図9で示した観測点を表す。図10より、本構成則を用いた計算結果と、計測値との間に良好な一致がみられたことがわかる。また、rebarモデルの結果と比較すると、脇の下付近の衣服圧(観測点④、⑤)が、より実測値に近づき、解析精度の改善がみられた。衣服圧シミュレーションのような実用的な解析においても、本構成則の妥当性・有用性が確認できたといえる。

Fig. 7 Procedure for simulation of clothing pressure.

Fig. 8 Contact pressure contour.

Fig. 9 Measuring position of clothing pressure.

Fig. 10 Comparison of clothing pressure between analysis results and experimental results.

4. 結 言

本研究では、ひずみエネルギー関数が満たすべき4つの条件、連続条件、自然状態条件、多凸性条件、成長条件を全て満足し、かつファイバー間の相互作用の影響を考慮した、直交異方性超弾性体モデルのポテンシャルエネルギーを提示した。本定式化により、ひとつのファイバーの伸長が他のファイバーの伸長に影響を与える異方性材料をモデル化することができる。また、本モデルの応用として、縦糸と横糸からなる衣服の材料モデリングへと適用し、以下の知見を得た。

- 異方性が顕著に現れるスパッツの素材を用いた単軸引張試験において、本構成則は、高ひずみ領域の変形モード、経糸・横糸・バイアスの各方向の荷重変位応答を精度良くシミュレートできた。
- Tシャツの素材を用いた衣服圧シミュレーションにおいて、本構成則は、従来の手法に比べ、特に

脇下付近で精度の高い解を与えた。Tシャツの素材は、スパッツと比べて、単軸引張状態における異方性は顕著にはみられなかったが、変形の2軸状態が現れやすい脇下付近では、縦糸・横糸の相互作用の影響を考慮した本構成則が優位に働いたと考えられる。

以上より、提示した材料モデルの妥当性・有用性の両方が確認できた。今後の課題は、本構成則の優位性や他のウェアへの展開性をより明確に示すため、2軸引張試験の実施、スパッツの素材を用いた衣服圧シミュレーション、などが挙げられる。

謝 辞

本研究において、材料定数の同定に使用した実数値GAのコーディングについては山梨大学吉田純司准教授の指導によったものである。ここに記し、心から感謝の意を表す。本研究の一部は、経済産業省のエネルギー使用合理化技術開発費補助金（エネルギー使用合理化繊維関連次世代技術開発（心理生理快適性素材の開発））の成果である。共著者である慶應義塾大学・野口裕久教授は、本研究の完成をみて2008年8月22日に永眠した。ここに記して冥福を祈る。

文 献

- (1) Sonoko Ishimaru, Yumiko Isogai, Mariko Matsui, Kiyoshi Negishi, Chisato Nonomura and Atsushi Yokoyama, "Prediction of clothing pressure distribution by using finite element method -1 -Prediction of clothing pressure for pants", *Journal of Textile Engineering (JTE)*, Vol.55, No.6, pp.179-186, 2009.
- (2) Gerhard Holzapfel, *Nonlinear Solid Mechanics A Continuum Approach for Engineering*. Wiley, 2000.
- (3) Stefanie Reese, Tilmann Raible, and Peter Wriggers, "Finite element modelling of orthotropic material behaviour in pneumatic membranes," *Int. J. Solids Struct.*, Vol.38, pp.9525-9544, 2001.
- (4) Boumediene Nedjar, "An anisotropic viscoelastic fibre-matrix model at finite strains: Continuum formulation and computational aspects," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.196, pp.1745-1756, 2007.
- (5) Rene ten Thije, Remko Akkerman, and Han Huétink, "Large deformation simulation of anisotropic material using an updated lagrangian

- finite element method,” *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.196, pp.3141–3150, 2007.
- (6) Jörg Schröder and Patrizio Neff, “Invariant formulation of hyperelastic transverse isotropy based on polyconvex free energy functions,” *Int. J. Solids Struct.*, Vol.40, pp.401–445, 2003.
 - (7) Jörg Schröder, Patrizio Neff, and Daniel Balzani, “A variational approach for materially stable anisotropic hyperelasticity,” *Int. J. Solids Struct.*, Vol.42, pp.4352–4371, 2005.
 - (8) Mikhail Itskov and Nuri Aksel, “A class of orthotropic and transversely isotropic hyperelastic constitutive models based on a polyconvex strain-energy function,” *Int. J. Solids Struct.*, Vol.41, pp.3833–3848, 2004.
 - (9) John Ball, “Convexity conditions and existence theorems in non-linear elasticity,” *Arch. Rat. Mech. Anal.*, Vol.63, pp.337–403, 1977.
 - (10) Abaqus Users Manual, Version 6.8, Dassault Systems Simulia Corp., USA, 2008.
 - (11) Victorien Prot, Bjorn Skallerud, and Gerhard Holzapfel, “Transversely isotropic membrane shells with application to mitral valve mechanics. constitutive modelling and finite element implementation,” *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.71, pp.987–1008, 2007.
 - (12) Juan Simo and Thomas Hughes, *Computational Inelasticity*. Springer, 1998.
 - (13) Jun Sakuma and Shigenobu Kobayashi, “Real-Coded GA for High-dimensional k-tablet Structures”, *Transactions of the Japanese Society for Artificial Intelligence*, Vol.19, No.1, pp.28–37, 2004.