三層三次元異材接合体角部の特異応力場に対する接着層厚さの影響* (外力が作用する場合)

古口 日出男^{*1}, 中 島 正 人^{*2}

Influence of Adhesive Layer Thickness on Intensity of Stress Singularity at a Vertex in Three-Dimensional Joints with Three Layers (In Case of External Loading)

Hideo KOGUCHI^{*3} and Masato NAKAJIMA

^{*3} Department of Mechanical Engineering, Nagaoka University of Technology,
1603-1 Kamitomioka-machi, Nagaoka-shi, Niigata, 940-2188 Japan

Influence of interlayer thickness on stress fields at a vertex in three-dimensional adhesive joints with three layers is evaluated using eigen analysis and boundary element method (BEM) using fundamental solutions for two-phase materials. A model for analysis is three-layered joints consisting of Si, resin and FR-4.5. A relationship between singular stress fields and the interlayer thickness is precisely investigated. All stress components are expressed in spherical coordinate systems in which origins are located at the vertex of each interface. Expression for stress, $\sigma_{\theta\theta}$, near the vertex on the interface is firstly derived from the result of eigen analysis. The order of singularity for Si-resin interface is larger than that for resin-FR-4.5 interface. A coefficient of the power-law term in the stress expression for the distance from the vertex increases as resin thickness, the interlayer thickness, increases. The coefficient is demonstrated an upper limit when the resin thickness is larger than the width of the model. Value of coefficient in the power-law term of the angular function derived from BEM is a constant near that derived from eigen analysis for angular function on Si-resin interface. Three-dimensional intensity of singularity at the vertex of interface in three-dimensional joints is defined considering the intensities of singularity for radial direction and the angular function. Variation of the three-dimensional intensity of singularity at the vertex with the resin thickness is similar to that of the intensity of singularity for the radial direction.

Key Words: Stress Singularity, Interface, Adhesive Joint, Boundary Element Method, Reliability

1. 緒 言

著者らは、これまで三次元異材接合体の界面端部で生じる特異応力場の特性を解明することを目指して研究を行ってきた⁽¹⁾⁻⁽⁷⁾。異材接合体の界面端部に生じる特異応力場は、図1に示すように界面と自由表面との交線である特異応力線の影響を受けた三次元的な応力場となると考えられる。近年、著者らは、特異応力線の影響を考慮して界面内の応力場の角度依存関数を定義し、これを利用して三次元特異応力場を表す式を提案した⁽⁵⁾。

一方、著者らは高性能かつ小型化が進む電子デバイス強度評価に関する研究を行っている。近年の電子デバイスには CSP (Chip Size Package) 等の高密度パッケー

ジが使用されている。CSP は IC チップが封止樹脂で基板に接着された構造をしており、年々 IC チップ、封止樹脂、基板の厚さが薄くなってきている。そこで本研究では CSP で用いられている材料の組み合わせに対して、特に接着層の厚みが界面角部の特異応力場に与える影響について明らかにする。

ところで、CSP を想定したシリコン (Si) と基板 (FR-4.5) を接着剤 (resin) で接着した三層接合体モデルに対

Fig.1 Three-dimensional joint with three layers

* 原稿受付 2009 年 12 月 22 日.

^{*1} 正員, フェロー, 長岡技術科学大学工学部(〒940-2188 長岡市上富岡町 1603-1).

^{*2} 長岡技術科学大学院工学研究科機械創造工学専攻.

E-mail: koguchi@mech.nagaokaut.ac.jp

する熱残留応力の特異応力場については既に報告した⁽⁶⁾。本報ではその三層接合体の界面に垂直な方向に外力が作用する場合の解析を行う。そして、界面強度に最も関係があると考えられる応力成分 $\sigma_{\theta\theta}$ の界面端近傍の特異応力場の分布を調べ、その特異応力場の強さを求める。特に三層接合体の場合、二つの界面が近づくと界面端の特異性のオーダの異なる特異応力場が互いに干渉することになる。これまでのところ、界面間距離（接着層厚さ）と干渉の大きさの関係はよくわかっていない。そこで、本研究では各接合界面上における三次元的な特異応力場の強さと接着層厚みとの関係および特異応力場の干渉について明らかにすることを目的とする。

2. 解析方法

2.1 三次元境界要素法 三次元異材接合体内における任意の点の変位は、次の Somigliana の式より求めることができる。

$$u_i(p_i) = \int_{\Gamma} \{U_{ij}(p_i, Q)t_j(Q) - T_{ij}(p_i, Q)u_j(Q)\} dS(Q) \quad (1)$$

ここで、 p_i は領域の内点、 Q は境界上のソース点、 U_{ij} と T_{ij} は変位と作用力の基本解、 t_j と u_j は作用力ベクトルと変位ベクトルである。内点の応力は、内点のひずみを次式で求め、Hooke 則にひずみを代入することにより求める。

$$u_{i,k}(P) = \int_{\Gamma} \{U_{ij,k}(P, Q)t_j(Q) - T_{ij,k}(P, Q)u_j(Q)\} dS(Q) \quad (2)$$

ここで、 $U_{ij,k}$ と $T_{ij,k}$ は着点 P における変位と表面力の基本解の微分である。本研究では、基本解に Rongved の二相体の解⁽⁸⁾を使用しているため、界面における要素分割を必要としない。そのため、界面上の特異応力場を厳密に求める事が可能である。また、今回の解析モデルは三層体なので、領域解法を用いている。

2.2 固有値解析 特異応力場を特徴付ける特異性オーダを有限要素法の定式化に基づく固有値解析により求める⁽⁹⁾。固有値 p は応力特異性のオーダ λ と $\lambda=1-p$ の関係がある。この固有値 p は次式の固有方程式を解くことによって得られる。

$$\{p^2[A] + p[B] + [C]\}\{u\} = 0 \quad (3)$$

ここで、 $[A]$ 、 $[B]$ 、および $[C]$ は弾性定数からなる行列、 $\{u\}$ は変位ベクトルである。後述するように $\{u\}$ から固有値 p に対する固有変位さらに応力を求めることができる。

3. 解析モデルおよび解析条件

本研究の解析モデルは、図2に示すような厚さ10mmのSiとFR-4.5を接着剤(resin)により接合した三層

Fig.2 Model for BEM analysis

Table 1 Material properties used in analysis

	Young's modulus	Poisson's ratio
	E , GPa	ν
Si	166.0	0.26
Resin	2.74	0.38
FR-4.5	15.34	0.15

性体である。解析は接合体形状の対称性を考慮した4分の1モデルで行った。解析モデルにおける接着剤の厚み t は0.002～100mm, 14種類($t=0.002, 0.004, 0.01, 0.025, 0.1, 0.2, 0.4, 1, 2, 4, 10, 20, 40, 100$ mm)である。Si-resin, resin-FR-4.5の各界面角部における特異場の応力分布を求めるため、解析には各界面角部を原点(O_1, O_2)とする球座標系を用いる。解析に用いた各材料の物性値は、表1に示す通りである。図2の解析モデルに対し、FR-4.5の底面の z 方向変位を固定し、Siの上面に $P=1$ MPaの引張応力を加えて、応力解析を行った。

4. 解析結果および考察

4.1 固有値解析

4.1.1 特異性オーダ 固有値解析に用いた有限要素法モデルの要素分割図を図3に示す。接合体角部の応力特異性および特異応力線上的の特異性を調べるために、要素サイズは $\theta \times \phi = 9^\circ \times 9^\circ$ とした。特異応力線近傍では後述の角度依存関数の分布を詳細に調べるため、要素をさらに5分割し刻み幅を 1.8° とした。表2(a)にSi-resin接合界面の角部における特異性オーダ λ_{vertex} と特異線上における特異性オーダ λ_{line} を、表2(b)にresin-FR-4.5接合界面の λ_{vertex} と λ_{line} をそれぞれ示す。各接合体において、角部と特異応力線上で1つずつ特異性を示すオーダが得られた。この結果より、Si-resin界面角部の方がresin-FR-4.5のそれよりも高い特異性を有し、さらにどちらの接合体も λ_{line} よりも λ_{vertex} の方が大きい

Table 2 List of eigen values and order of stress singularity for vertex and line in joints

(a) Si - resin interface

	Stress singularity point		Stress singularity line	
	p_{vertex}	λ_{vertex}	p_{line}	λ_{line}
1	1.000	0.000	1.000	0.000
2	1.000	0.000	1.000	0.000
3	1.000	0.000	1.000	0.000
4	0.605	0.395	1.000	0.000
5	-	-	1.000	0.000
6	-	-	0.682	0.318

(b) Resin - FR-4.5 interface

	Stress singularity point		Stress singularity line	
	p_{vertex}	λ_{vertex}	p_{line}	λ_{line}
1	1.000	0.000	1.000	0.000
2	1.000	0.000	1.000	0.000
3	1.000	0.000	1.000	0.000
4	0.781	0.219	1.000	0.000
5	-	-	1.000	0.000
6	-	-	0.821	0.179

ことがわかる。また、固有値解析の結果より対数特異性の存在が示唆されているが、特異応力場内の応力分布に大きな影響は無いため、以降の議論では省略し、定数項まで考慮することにする。したがって、接合体角部における特異応力場は、角部からの距離 r に対して次式のように書くことができる。

$$\sigma_{ij}(\bar{r}, \theta, \phi) = \bar{K}_{1ij} f_{1ij}(\theta, \phi) \bar{r}^{-\lambda_{1ij}} + \bar{K}_{2ij} f_{2ij}(\theta, \phi) \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 $\bar{r}=r/t$ 、 $\bar{K}_{kij}$ は特異応力場の強さ、 $f_{kij}(\theta, \phi)$ は固有値に対する応力場の角度依存関数である。

4.1.2 固有変位ベクトルから得られた角度依存関数

図4に接合界面角部の点を中心とする球座標系を示す。 r は原点 O から内点 P までの距離、 r_0 は球の半径を示している。式(3)の固有方程式の定式化において、球内の変位場は無次元距離 $\rho=r/r_0$ で定義されている。表2

Fig.3 A mesh on the developed $\theta \times \phi$ plane

Fig.4 Spherical coordinate system with an origin at the singularity point

に示した特異性オーダーに対応する式(3)の固有ベクトル $\{u\}$ から、球座標系の応力成分に対する $\rho=1$ 上の角度依存関数を求めることができる。ここでは、界面端部に生じるはく離に最も関係する $\sigma_{\theta\theta}$ に対する角度依存関数のうち、式(4)の指数項 $f_{1\theta\theta}(\theta, \phi)$ の界面上の分布について調べる。図5は各接合体の界面端 O_1 および O_2 における界面上の角度依存関数 $f_{1\theta\theta}$ を ϕ に対して示したものである(図2参照)。ここで、 $f_{1\theta\theta}$ は界面上の角部の中心 $\phi=45^\circ$ における値 $f_{1\theta\theta}(\theta=90^\circ, \phi=45^\circ)$ で正規化してある。この分布より、Si-resin 界面の分布の方が resin-FR-4.5 界面の分布より値が大きいことがわかる。これは固有値の大小に対応している。また、 $\phi=0^\circ, 90^\circ$ における側面で特異性を有する分布となっている。このことから、図4に示す球内部の特異応力場は、接合体側面のそれぞれ

Fig.5 Distribution of angular function, $f_{1\theta\theta}$, at the vertex on each interface

Table 3 Coefficients of angular function, L_{100}^{Eigen} and L_{200}^{Eigen}

	Si - resin	resin - FR-4.5
L_{100}^{Eigen}	0.687	0.763
L_{200}^{Eigen}	-0.570	-0.622

の特異応力線からの距離に応じた影響を受けていると推察される。図4中の特異応力線OAの影響を受ける角度依存関数を f_{100}^A とすると、 $f_{100}^A(\theta=90^\circ, \rho_A, \phi)=L_{100}^A \rho_A^{-\lambda_{100}^{\text{line}}}+L_{200}^A$ と書くことができる。ここで、 $\rho_A=\rho \sin \phi$ はAからQ(点Pの界面上への射影点)である。また、特異応力線OBの影響を受ける角度依存関数 f_{100}^B も同様に表すことができる。ここでは、簡単に特異応力場の ϕ 方向の角度依存関数 f_{100} は、二つの特異応力線からの影響を受け、 $f_{100}(\theta=90^\circ, \rho_A, \rho_B, \phi)=L_{100}^A \rho_A^{-\lambda_{100}^{\text{line}}}+L_{100}^B \rho_B^{-\lambda_{100}^{\text{line}}}+L_{200}^A+L_{200}^B$ のように書くことができる。なお、本解析の接合体モデルはそれぞれの側面の形状が同じなので、 $L_{100}^A=L_{100}^B$ であり、さらに定数項はまとめると、界面上の角部における角度依存関数は次式のように書くことができる。

$$f_{100}(\theta=90^\circ, \rho_A, \rho_B, \phi)=L_{100}(\rho_A^{-\lambda_{100}}+\rho_B^{-\lambda_{100}})+L_{200} \quad \text{.....(5)}$$

図5の分布を式(5)で近似し、最小二乗法により係数を求めた結果を表3に示す。係数を求める際には $\rho=1$ とした。固有値解析による角度依存関数より得た結果ということを示すため、 L_{100}^{Eigen} とする。応力特異線の強さとして指数項の係数を考える。この結果より、 L_{100}^{Eigen} はresin-FR-4.5接合体の方がSi-resin接合体よりも大きい値であることがわかる。

4.2 境界要素法による解析結果

4.2.1 Si-resin および resin-FR-4.5 界面端近傍における応力分布 (r 方向の分布) 外力に対する各接合界面角部近傍の応力分布を、前述の境界要素法により求めた。各接着層厚みにおけるSi-resinおよびresin-FR-4.5界面での $\sigma_{\theta\theta}$ の界面端からの距離 r に対する分布を図6(a),(b)に示す。図6(a)にSi-resin界面、図6(b)にresin-FR-4.5界面での分布を示す。これらの結果より、Si-resin界面の応力の方がresin-FR-4.5界面よりも大きいことがわかる。それぞれの界面で接着層が厚くなるに伴い応力は大きくなる傾向がある。また、それぞれの界面において接着層厚みが20mm以上になると応力が大きくならないことがわかる。

次に、各接着層厚みにおけるSi-resinおよびresin-FR-4.5界面での $\sigma_{\theta\theta}$ の界面端からの距離 r を接着層厚み t で無次元化した r/t に対する分布を図7(a),(b)に示す。横軸を無次元距離 r/t とすることで、各接着層厚みに対する特異応力場の領域が分かり易くなる。これらの図から、各接着層厚みにおいて最小値(原点に最も近い位置での変曲点)を示す値が同じであり、Si-resin界面ではおよそ $r/t=0.6$ 、resin-FR-4.5界面ではおよそ $r/t=0.2$ で

あることがわかる。このことより、特異応力場の範囲は接着層の厚み等の接合体形状によって決まると考えられる。

図7に示す応力分布は式(4)で表されるが、実際の応力分布は図6に示すものである。そこで、新たに接着層厚み t を特異応力場の強さ $\bar{K}_{100}$ に含ませた式で特異応力場の強さを評価することが必要である。したがって、以下に示す式をここで用いる。

$$\sigma_{\theta\theta}(r, \theta, \phi)=K_{100} f_{100}(\theta, \phi) r^{-\lambda_{100}}+K_{200} f_{200}(\theta, \phi) \quad \text{.....(6)}$$

ここで、 $\bar{K}_{100} t^{\lambda_{100}}$ を新たに K_{100} と置いている。式(5)および式(6)の角度依存関数 f_{100} は $\phi=45^\circ$ で1となる様に正規化されている。図6を式(6)を用いて最小二乗法近

(a) Si - resin interface

(b) Resin - FR-4.5 interface

Fig.6 Distribution of stress, $\sigma_{\theta\theta}$, against distance r on each interface

似し、 $\bar{K}_{1\theta\theta}$ を求めた。図8は、それぞれの界面における特異応力場の強さ $K_{1\theta\theta}$ を接着層厚み t に対して示したものである。この図から、両対数グラフ上でそれぞれの界面における特異応力場の強さは $t=20\text{mm}$ のところまでおよそ $t=1\text{mm}$ 付近で変曲点を持つ二直線形の分布で増加していることがわかる。図6に示した応力分布と同様に、resin-FR-4.5界面よりもSi-resin界面の方が大きい値を示しているが、接着層厚みが小さくなると $t=0.2\text{mm}$ の辺りでそれぞれの界面における分布の大小関係が逆転し、resin-FR-4.5界面における分布がSi-resin界面の分布よりも大きくなる。また、それぞれの界面において $t=20\text{mm}$ 以上になると上限値を示している。このこ

(a) Si - resin interface

(b) Resin - FR-4.5 interface

Fig.7 Distribution of stress, $\sigma_{\theta\theta}$, against dimensionless distance r/t on each interface

とから、接着層の厚み t がモデルの横幅($W=20\text{mm}$)以上であると接着層の厚みは特異応力場に影響を及ぼさず、接着層が薄くなりそれぞれの界面が近付くと互いの界面で生じている特異応力場同士が干渉することで特異応力場の強さが減少していると考えられる。そこで、これらを示すために図9に示す三層二相体(以下で二相体と呼ぶ)の解析を行い、図2に示す三層体の解析結果と比較した。ここで、二相体に示す接着層厚みは、 $t/2=0.002, 0.004, 0.01, 0.025, 0.1, 0.2, 0.4, 1, 2, 4, 10, 20, 40, 100\text{mm}$ ($t=0.004, 0.008, 0.02, 0.05, 0.2, 0.4, 0.8, 2, 4, 8, 20, 40, 80, 200\text{mm}$)としている。

二相体における特異応力場の強さを求め、接着層厚みに対して三層体と比較したものを図10に示す。両分布とも $t=20\text{mm}$ 以上ではほぼ同じ上限値を示している。したがって、接着層の厚みがモデルの横幅($W=20\text{mm}$)以上になると、接着層の厚みは特異応力場に影響を及ぼさなくなると言える。しかし、二相体における $K_{1\theta\theta}$ の値も接着層厚みが薄くなるに伴い低下している。そのため、特異応力場の強さの低下は、接着層の厚み、つまり特異

Fig.8 A relationship between $K_{1\theta\theta}$ and t of each interface

Fig.9 Three-layered two-phase model for BEM analysis

応力場の領域が狭くなることで値が低下したものであると考えられる。ただし、接着層が薄くなるに伴い二相体では両対数グラフ上で直線的に低下しているが、三層体では $t=1\text{mm}$ 付近で変曲点を持つ二直線形で低下している。この直線部分を次式で近似して傾きを調べた。

Fig.10 A relationship between K_{100} which for three-layered model and for three-layered two-phase model and t of each interface

Fig.11 A relationship between K_{100} for two-phase model and t of each joint

Table 4 Coefficients in Eq.(7)

joint	range	a	b	c	λ_{vertex}
Si-resin	~0.8mm	0.33882	0	0.395	0.395
	0.8~8mm	0.50917	-0.17676	0.395	0.395
Resin-FR-4.5	~0.8mm	0.45571	0	0.219	0.219
	0.8~8mm	0.78247	-0.32757	0.219	0.219

$$K_{100} = at^c + b \quad (7)$$

既報⁽⁷⁾で示されたように二相体における三次元角部の特異応力場の強さは接着層厚みに対する比較的簡単な関数で表すことができた。そこで特異応力場の強さの接着層厚みに対する関係を式(7)で表すと、近似の結果、指数 c の値が表2で示した界面端角部における特異性のオーダ λ_{vertex} に一致することがわかった。図10に示した二相体における特異応力場の強さについて、指数 c を特異性オーダ λ_{vertex} として式(7)で近似した結果を実線と破線で図11に示す。変曲点に近い $t=0.8\text{mm}$ までの値と、それ以降の $t=0.8\sim 8\text{mm}$ に対して得られた係数は表4に示す通りである。次に図10に示した三層体と二相体の特異応力場の強さ K_{100} の比 $K_{100\text{3-layer}}/K_{100\text{2-phase}}$ と接着層厚みの関係を図12に示す。この図は、三層体において各界面端における特異性のオーダが異なる特異応力場が近付いた時の干渉の程度を表していると考えられる。すなわち、接着層を同じ材料で挟んだ二相体の特異応力場の強さが、強さの異なる特異応力場から受ける影響を示している。この図から、 $t=20\text{mm}$ 以上ではそれぞれの界面の干渉は生じておらず、20mmより接着層が薄くなると干渉が生じて、Si-resin界面では特異応力場の強さを大きくし、resin-FR-4.5界面では特異応力場の強さを小さくし、 $t<1\text{mm}$ になるとそれぞれの界面において特異応力場の強さを大きくする様な影響を及ぼしていることがわかる。

二相体における近似式、および三層体における干渉効果を組み合わせることで、次式のように三層体の接着層厚みに対する特異応力場の強さを表すことができる。

$$K_{100\text{3-layer}} = K_{100}^{\text{ratio}} (at^{\lambda_{\text{vertex}}} + b) \quad (8)$$

Fig.12 Ratio of K_{100} for three-layered model to K_{100} for two-phase model

ここで、 $K_{1003\text{-layer}}/K_{1002\text{-phase}}$ を K_{100}^{ratio} と置いている。式(8)を用いて、三層体の特異応力場の強さを推定したものを図13に示す。ここで式(8)の係数には、接着層厚みの範囲を $t=0.8\text{mm}$ までと、それ以降の $t=0.8\sim 8\text{mm}$ とに分けて表4に示す値を使用している。また $t=20\text{mm}$ 以上では一定値としている。接着層が厚くなると少しずつが生じているが、三層体の特異応力場の強さは、接着層厚みに対しておおそ式(8)で表すことができる。

4.2.2 Si-resin および resin-FR-4.5 界面端近傍における応力分布 (ϕ 方向の分布) 次に、界面上の特異応力場における $\sigma_{\theta\theta}$ の角度 ϕ に対する分布を調べる。 ϕ に対する応力分布は、固有ベクトル解析より得られた角度依存関数 $f_{\theta\theta}$ と同じである考えられる。しかしなが

Fig.13 K_{100} for three-layered model estimated by Eq.(8)

(a) Si - resin interface

(b) Resin - FR-4.5 interface

Fig.14 Distribution of stress, $\sigma_{\theta\theta}$, against angle ϕ at $r=0.0001\text{mm}$ on each interface

ら、接着層厚みの影響や、各界面間の距離が変化することによる各界面での特異応力場同士の干渉、さらには特異応力線が角部での特異応力場へ与える影響等により、特異応力場は複雑なものになっていると考えられる。図14(a),(b)は、各界面上の $r=0.0001\text{mm}$ の位置における ϕ に対する $\sigma_{\theta\theta}$ の分布を示している。それぞれの界面において接着層が厚くなるに伴い応力は大きくなり、 $t=20\text{mm}$ 以上になると変わらなくなる。

この分布を $\phi=45^\circ$ で1となる様に正規化し、式(5)の角度依存関数と同じ式を用いれば、固有ベクトル解析によって得られた角度依存関数 $f_{\theta\theta}$ と同様に特異応力線

Fig.15 Distribution of normalized stress, $\sigma_{\theta\theta}$, against angle ϕ at $r=0.0001\text{mm}$ on each interface

て係数 L_{100} を求め、固有ベクトル解析と境界要素法による応力解析で得られた値の比較を行う。ただ、固有値解析によって得られた ϕ に対する特異応力場の強さ L_{100}^{Eigen} は接着層厚み t による影響を含まないため、最終的な特異応力場の評価には次式で示すように境界要素法による結果を角度依存関数として用いることにする。

$$g_{100}(\theta=90^\circ, \rho_A, \rho_B, \phi) = L_{100}^{\text{BEM}} \left(\rho_A^{-\lambda_{100}} + \rho_B^{-\lambda_{100}} \right) + L_{200}^{\text{BEM}} \dots (9)$$

ここで、固有ベクトル解析による角度依存関数と区別するため、境界要素法による ϕ に対する応力分布の表記を g_{100} とした。境界要素法による ϕ に対する特異応力場の強さ L_{100}^{BEM} は L_{100}^{Eigen} と違い、界面同士の干渉効果を受けて接着層厚み t によって変化する。図 15 に示した関係を式 (9) で近似して得られた指数項の係数 L_{100}^{BEM} を図 16 に示す。固有値解析との比較のため、 L_{100}^{Eigen} も併せて示している。

この図から、接着層厚みに対して L_{100}^{BEM} はほとんど変化しないことがわかる。また、Si-resin 界面における結果は固有値解析による同界面の結果と近いが、resin-FR-4.5 界面における結果は固有値解析による同界面の結果よりも小さい。これは、Si が FR-4.5 よりも硬く変形しにくいいため、resin-FR-4.5 界面側の方が変形して応力が低下し、固有値解析による結果より小さい値となったものと考えられる。 K_{100} のように Si-resin 界面からの干渉効果を受けて特異応力場の強さが変化しているのではない。

4.2.3 三次元特異応力場の強さ 界面上の特異応力場は式 (6) で表されるが、角度依存関数には接着層厚みの影響を含んだ式 (9) の g_{100} を用いることにする。その結果、特異応力場は次式のように表される。

$$\sigma_{\theta\theta}(r, \theta, \phi) = K_{100} g_{100}(\theta, \phi) r^{-\lambda_{100}} + K_{200} g_{200}(\theta, \phi) \dots (10)$$

Fig.16 A relationship between L_{100} and t of each interface

上式に式 (9) を代入し、 L_{100}^{BEM} をくくり出せば、 r, ϕ 方向の特異性の強さを考慮した次式が得られる。

$$\sigma_{\theta\theta}(r, \theta, \phi) = K_{100} L_{100}^{\text{BEM}} \left(\rho_A^{-\lambda_{100}} + \rho_B^{-\lambda_{100}} + \frac{L_{200}^{\text{BEM}}}{L_{100}^{\text{BEM}}} \right) r^{-\lambda_{100}} + K_{200} g_{200}(\theta, \phi) \dots (11)$$

ここで、式 (11) における指数項の係数を三次元特異応力場の強さ $K_{100}^{\text{3D}} = K_{100} L_{100}^{\text{BEM}}$ と定義する。図 17 は、本研究で調べた接合体のそれぞれの界面における三次元特異応力場の強さ K_{100}^{3D} と接着層厚み t との関係を示したものである。 L_{100}^{BEM} の影響によりわずかに値が変化しているが、傾向は K_{100} とよく似ている。三次元特異応力場の強さ K_{100}^{3D} も K_{100} と同様に接着層厚み t の増加に伴い $t=1\text{mm}$ 付近で変曲点を持つ二直線形で大きくなる。接着層厚みがモデルの横幅以上になると接着層厚みは三次元特異応力場に影響を及ぼさなくなる。このように、三次元異材接合体の角部における外力に対する特異応力場の強さの接着層厚みに対する関係は、 ϕ 方向に対する特異応力場の強さの影響より、 r 方向に対する特異応力場の強さが支配的となっている。

本研究では電子デバイスの CSP の信頼性を評価するために CSP の構成材料からなる最も簡単な積層構造の接合体を想定し、解析を行った。実際の CSP では基板である FR-4.5 の上に寸法が基板とは異なる Si チップが接着剤で接合されている。実際の CSP 寸法の接合体に対する境界条件の違いあるいは接着剤の特性の違いによる本研究で得られた特異応力場に関する結果への影響は、今後の研究で明らかにしていく予定である。

5. 結 言

シリコン (Si)、接着剤 (resin)、FR-4.5 からなる三元三層接合体の接着層厚みを種々に変えて、界面端にお

Fig.17 A relationship between K_{100}^{3D} and t of each interface

ける固有値解析および界面に垂直方向に外力が作用する場合の応力解析を行った。そして、界面角部で生じる特異応力場の強さについて詳細に調べた結果、以下のことがわかった。

- (1) 界面角部と特異応力線上における特異性オーダーは、resin-FR-4.5 接合体よりも Si-resin 接合体の方が大きい。
- (2) 境界要素法で得られた応力 $\sigma_{\theta\theta}$ の界面角部からの距離に対する関係式の指数項の係数 $K_{1\theta\theta}$ は、接着層が厚くなるに伴い、両対数グラフ上で接着層厚み t が 1mm 付近で変曲点を持つ二直線形で大きくなった。接着層厚み t がモデルの横幅 20mm 以上になると $K_{1\theta\theta}$ は上限の一定値に達した。
- (3) 三層体における $K_{1\theta\theta}$ と接着層厚みの間には簡単な関係があることを示した。
- (4) 界面上の角度依存関数の角度 ϕ に対する分布の指数項の係数 $L_{1\theta\theta}^{\text{BEM}}$ は、resin-FR-4.5 界面の方が大きかった。各界面における $L_{1\theta\theta}^{\text{BEM}}$ は接着層厚みによってほとんど変化しなかった。また、Si-resin 界面における $L_{1\theta\theta}^{\text{BEM}}$ は固有値解析による $L_{1\theta\theta}^{\text{Eigen}}$ とほとんど一致したが、resin-FR-4.5 界面のそれは異なった。
- (5) 三次元接合体界面角部の特異応力場の強さ $K_{1\theta\theta}^{3D}$ は接着層厚さに対して、 $K_{1\theta\theta}$ と同様の傾向を示し、厚いほど大きくなり、モデルの横幅と同じ $t=20\text{mm}$ 以上になると上限の一定値に達した。

文 献

- (1) Koguchi, H., Fujimagari, M., Analysis for The Order of Stress Singularity, Displacement and Stress Fields at A Vertex of Three-Dimensional Joints in Electric Devices, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Ser. A*, Vol.67, No.656(2001), pp.595-602.
- (2) Koguchi, H., Yamaguchi, M., Minaki, K. and Prukvilailert, M., Analysis of Stress Singularity Fields in Three-Dimensional Joints by Three-Dimensional Boundary Element Method Using Fundamental Solution for Two-Phase Transversely Isotropic Materials, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Ser. A*, Vol.69, No.679(2003), pp.585-593.
- (3) Koguchi, H., Sakai, H. and Prukvilailert, M., Analysis of Stress Singularity Field in Three-Dimensional Joints Using Three-Dimensional Boundary Element Method, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Ser. A*, Vol.71, No.703(2005), pp.402-410.
- (4) Monchai, P., and Koguchi, H., Boundary Element Analysis of The Stress Field at The Singularity Lines in Three-Dimensional Bonded Joints under Thermal Loading, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol.2, No.1(2007), pp.149-166.
- (5) Koguchi, H. and Taniguchi, T., Characteristics of Stress Singularity Field of Residual Thermal Stresses at Vertex in Three-Dimensional Bonded Joints, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Ser. A*, Vol.74, No.742(2008), pp.864-872.
- (6) Koguchi, H., and Konno, N., Intensity of Residual Thermal Stresses at the Vertex in Three-Dimensional Joints with Three Layers(Influence of Thickness of Interlayer), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Ser. A*, Vol.75, No.757(2009), pp.1148-1155.
- (7) Koguchi, H., Intensity of Stress Singularity Fields at A Vertex in Three-Dimensional Bonded Joints with An Interlayer (1st Report, In Case of A Large Difference of Young's Moduli in Interlayer and Adherend), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Ser. A*, Vol.72, No.724(2006), pp.2058-2065.
- (8) Rongved, 1945, Force Interior to One of Two Jointed Semi-Infinite Solid, L., *Proceedings Second Midwestern Conference on Solid Mechanics*, pp.1-13.
- (9) Pageau, S.S. and Bigger, Jr S.B., Finite Element Evaluation of Free-Edge Singular Stress Fields in Anisotropic Material, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 38, (1995), pp.2225-2239.
- (1) Koguchi, H., Fujimagari, M., Analysis for The Order of Stress Singularity, Displacement and Stress Fields at A Vertex of Three-Dimensional Joints in Electric Devices, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Ser. A*, Vol.67, No.656(2001), pp.595-602.
- (2) Koguchi, H., Yamaguchi, M., Minaki, K. and Prukvilailert, M., Analysis of Stress Singularity Fields in Three-Dimensional Joints by Three-Dimensional Boundary Element Method Using Fundamental Solution for Two-Phase Transversely Isotropic Materials, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Ser. A*, Vol.69, No.679(2003), pp.585-593.
- (3) Koguchi, H., Sakai, H. and Prukvilailert, M., Analysis of Stress Singularity Field in Three-Dimensional Joints Using Three-Dimensional Boundary Element Method, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Ser. A*, Vol.71, No.703(2005), pp.402-410.
- (4) Monchai, P., and Koguchi, H., Boundary Element Analysis of The Stress Field at The Singularity Lines in Three-Dimensional Bonded Joints under Thermal Loading, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol.2, No.1(2007), pp.149-166.
- (5) Koguchi, H. and Taniguchi, T., Characteristics of Stress