ボルト締結体の軸方向剛性と曲げ剛性の高精度化*

成瀬 友博^{*1}, 渋谷 陽二^{*2}Higher Accurate Estimation of Axial and Bending Stiffnesses
of Plates Clamped by BoltsTomohiro NARUSE^{*3} and Yoji SHIBUTANI^{*3} Hitachi, Ltd. Mechanical Engineering Research Laboratory,
832-2 Horiguchi, Hitachinaka-shi, Ibaraki, 312-0034 Japan

Equivalent stiffness of clamped plates should be prescribed not only to evaluate the strength of bolted joints by the scheme of "joint diagram" but also to make structural analyses for practical structures with many bolted joints. We estimated the axial stiffness and bending stiffness of clamped plates by using Finite Element (FE) analyses while taking the contact condition on bearing surfaces and between the plates into account. The FE models were constructed for bolted joints tightened with M8, 10, 12 and 16 bolts and plate thicknesses of 3.2, 4.5, 6.0 and 9.0 mm, and the axial and bending compliances were precisely evaluated. These compliances of clamped plates were compared with those from VDI2230 (2003) code, in which the equivalent conical compressive stress field in the plate has been assumed. The code gives larger axial stiffness for 11% and larger bending stiffness for 22%, and it cannot apply to the clamped plates with different thickness. Thus the code shall give lower bolt stress (unsafe estimation). We modified the vertical angle tangent, $\tan \varphi$, of the equivalent conical by adding a term of the logarithm of thickness ratio t_1/t_2 and by fitting to the analysis results. The modified $\tan \varphi$ can estimate the axial compliance with the error from -1.5% to 6.8% and the bending compliance with the error from -6.5% to 10%. Furthermore, the modified $\tan \varphi$ can take the thickness difference into consideration.

Key Words: Bolted Joints, Finite Element Method, Stress Analysis, Axial Stiffness, Bending Stiffness

1. 結 論

ボルト締結体は、ボルトと被締結体両者が一体となって変形することから、外力や外モーメントをボルトと被締結体の剛性比に応じて分担する。例えば偏心外力の加わる締結体は、軸方向外力と外モーメントの重ね合わせとして評価される^④。そのため従来のボルト強度設計^{⑦⑧}においては、外力や外モーメントに対する被締結体の剛性が重要とされる。また、多数のボルトで締結された構造物の変形や振動の評価を目的とした有限要素解析においても、ボルト締結部を等価な剛性をもつ要素でモデル化して、より少ない要素で簡易にモデル化する必要がある^{⑨⑩}。例えば、ボルト締結された板構造体の振動解析では、ボルト締結部の曲げ剛性が構造物の固有値に影響する^⑪。したがって、ボルト締結部のモデル化と強度評価においては、軸方向、曲げ、およびねじりも考慮した被締結体の剛性を正確に把握することが必要である。

筆者らは、座面間と被締結体間の接触と分離を考

慮したボルト締結体の有限要素解析により、被締結体の軸方向剛性と曲げ剛性を評価した^⑫。その結果、軸方向と曲げ方向の被締結体の剛性は、円すい型の等価圧縮体でモデル化しているドイツ技術者協会規格 VDI2230 (2003)^⑬により、ほぼ妥当に評価できた。しかしながら、VDI2230 (2003)は軸方向剛性を最大で 11%程度高めに評価し、特に板厚の異なる二枚の板を締めつけた場合に誤差が大きいことが分かった。被締結体の剛性を高く評価することは、外力に対するボルト荷重分担を小さく見積もるため、ボルトの応力を小さく評価する。したがって、VDI2230 (2003)は危険側の評価を与える可能性があるため、改善が必要と考えられる。

本研究では、有限要素解析により得られた剛性をもとに、VDI2230 (2003)の円すい型モデルを改善し、板厚の異なる二枚の板を締めつけた場合にも対応した高精度な等価圧縮体モデルの提案を目的とする。

2. 被締結体のコンプライアンス

ボルト締結部の模式図を図 1 に示す。締付け力が十分に保持されて 2 つの被締結体間の接触状態が変化しない状態では、ボルト自身と図 1 の灰色で示した被締結体の等価圧縮体で力が伝達される。したがって、被締結体の剛性は等価圧縮体の剛性に等しい。

* 原稿受付 2009 年 12 月 4 日。

^{*1} 正員, (株)日立製作所機械研究所(〒312-0034 ひたちなか市堀口 832-2)。^{*2} 正員, フェロー, 大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻(〒565-0871 吹田市山田丘 2-1)。

E-mail: tomohiro.naruse.az@hitachi.com

VDI 2230 Blatt1 (2003)⁴⁾では、等価圧縮体を図1の破線で示す等価円すいで表す。通しボルトの場合、等価円すいの角度 φ は、以下の式で表される。

$$\tan \varphi = 0.362 + 0.032 \ln \left(\frac{l_f}{2D_o} \right) + 0.153 \ln \left(\frac{D_c}{D_o} \right) \quad (1)$$

ここで、 D_o は座面径を表し、 l_f は2枚の板厚の和に相当する締付け長さ、 D_c は被締結体の外径を表す。円すいの最大外径 $D_{A,Gr}$ は、以下のように求められる。

$$D_{A,Gr} = D_o + w l_f \tan \varphi \quad (2)$$

ここで、 w は締結体係数と呼ばれ、通しボルトの場合 $w=1$ が用いられる。被締結体が十分広く $D_c > D_{A,Gr}$ であるとき、被締結体の軸方向コンプライアンス δ_c は、次式のように得られる。

$$\delta_c = \frac{2 \ln \left[\frac{(D_o + D_i)(D_o + w l_f \tan \varphi - D_i)}{(D_o - D_i)(D_o + w l_f \tan \varphi + D_i)} \right]}{w E_c \pi D_i \tan \varphi} \quad (3)$$

ここで D_i は穴径、 E_c は被締結体のヤング率を表す。また、曲げ剛性には等価円すいの断面二次モーメントとして次式を用いている。

$$I_{Bers} = \frac{3\pi}{64} \frac{(D_c - D_o) D_o^3 D_c^3}{D_c^3 - D_o^3} - \frac{\pi}{64} D_i^4 \quad (4)$$

締結体が十分広く $D_c > D_{A,Gr}$ であるとき、式(4)は D_c の代わりに $D_{A,Gr}$ を用いる。曲げコンプライアンス β_c は次式のように表される。

$$\beta_c = \frac{l_f}{E_c I_{Bers}} \quad (5)$$

Fig. 1 Equivalent conical compressive stress field of plates clamped by bolted joint

3. 解析方法

3・1 モデル形状 本研究は既報⁴⁾と同様の解析モデルを用いた。被締結体間の接触と分離を考慮した3次元有限要素モデルを用いて、軸方向荷重負荷時、および曲げモーメント負荷時の被締結体の剛性を評価する。解析モデルの形状と材料の機械的特性を図2に、

3次元有限要素モデルを図3に示す。2枚の鋼板を1本の鋼材ボルトで締結した形状を想定し、鋼材の弾性体でモデル化した。ボルト座面と鋼板間、および2枚の鋼板間の接触を考慮し、摩擦係数をそれぞれ0.15とした。板厚 t_1 と t_2 は、3.2, 4.5, 6.0, 9.0 mm (以後板厚3.2mmを $t_{3.2}$ と表記)の厚さの組み合わせとした。板材接触面の位置のボルト断面において、ボルトの軸方向にあたる z 方向を拘束し、ボルトの中心軸上の一点を x 方向に拘束した。曲げモーメントの対称性を考慮して1/2モデルとし、対称面の y 方向を拘束した。被締結体の直径 D_c は、締付け時に生じる応力が十分小さくなるように、 $D_c = 5 D_o$ とした。なお、有限要素解析にはANSYS® ver.11を用いた。

図2に示した各部の寸法と初期締付け力 F_f 、および初期締付け力によるボルト谷径応力 σ_s と座面平均面圧 p_w を表1に示す。強度区分4.8のM8からM16の全ねじボルトを想定し、ボルトモデルの径は谷径とした。穴径はJIS B1001の2級とした。座面径 D_o はJIS B1180の座付き六角ボルトのものを用いた。ナットとボルト頭の高さは実際にはナットの方が高いが、ここではJIS B1180のボルト頭の高さ k で等しくした。初期締付け力はJIS B1084の70%とし、ANSYS®のプリテンション要素を用いてボルトの z 方向拘束面に与えた。そのときの谷径断面における軸方向応力 σ_s は、ねじ径によらずほぼ220MPaとなる。一方、座面の面圧 p_w は、ねじ径に依存し166MPaから238MPaまでの範囲にある。

3・2 荷重条件 図2, 3に示した解析モデルに、既報⁴⁾と同様に軸方向荷重と曲げモーメントを与え、被締結体の剛性を評価した。外力全てがボルトの変形に寄与する理想状態での被締結体の剛性を評価するため、軸方向荷重と曲げモーメントはボルト座面内の被締結体表面に与えるものとした。

Fig. 2 Dimensions and material properties of analysis model [mm]

Fig. 3 3D finite element model of bolted joint

Table 1 Dimensions of analysis model and preload

	M8	M10	M12	M16
d_3 [mm]	6.647	8.376	10.106	13.835
D_i [mm]	9	11	13.5	17.5
D_o [mm]	11.63	14.63	16.63	22
k [mm]	5.3	6.4	7.5	10
F_f [N]	7,670	12,130	17,610	32,620
σ_{zs} [MPa]	221	220	220	217
p_w [MPa]	180	166	238	234

軸方向荷重を与える場合の負荷条件を図4に示す。軸方向荷重を与える場合は、2つの被締結体のボルト座面部分に軸方向荷重 W_a に相当する負圧の面圧を与えた。

曲げモーメントを与える場合の負荷条件を図5に示す。軸対称要素でモデル化される円管などに、非軸対称荷重である曲げモーメントを与える場合、外力を1次フーリエ級数展開して考え、端部に荷重を与えた軸対称解析結果の1次フーリエ級数項として得られる¹⁰⁾。本計算は接触を含む非線形解析であるため、3次元解析モデルに対して、周方向に角度 θ の関数として、 $p = 100 \cos \theta$ [MPa] で表される面圧をボルト座面部分に与えた。この面圧 p は初期締付け力による座面面圧 p_w に対して十分小さく、座面や板材間で口開きは生じない。

4. 解析結果

図2と3に示した解析モデルの初期締付け力を加えたのち、図4に示す軸方向荷重を与えた。そのときの被締結体間の接触面圧を積分し、被締結体の圧縮力を求めた。上下座面はすり鉢状に変形するが、座面の変位は座面外径と内径の平均値で代表することとした。被締結体の圧縮力と上下座面間の変位の差分の関係を求め、その傾きから被締結体の軸方向コンプライアンスを求めた。このようにして求めた軸方向コンプライアンスは、座面変位の測定位置に依存しない¹⁰⁾。一例として、M10 ボルトの締付け長さ $l_1 + l_2$ に対する被締結

Fig. 4 Axial load condition of analysis model

Fig. 5 Bending moment condition of analysis model

体の軸方向コンプライアンス δ_c の解析値を、式(1)から(3)で求められる VDI 2230 (2003) の計算値と比較して図6に示す。

次に、初期締付け力を加えたのちに図5に示すモーメントを与え、被締結体間の接触面圧を積分して求められる被締結体のモーメントと、上下座面間の傾きの差分の関係を求め、その傾きから被締結体の曲げコンプライアンスを求めた¹⁰⁾。一例として、M10 ボルトの締付け長さ $l_1 + l_2$ に対する被締結体の曲げコンプライアンス β_c の解析値を、式(1)、(4)および(5)で求められる VDI 2230 (2003) の計算値と比較して図7に示す。

両コンプライアンスは、VDI 2230 (2003) の値に非常に近いが、軸方向コンプライアンスについては最大 11%、曲げコンプライアンスについては最大 22% 程度解析結果の方が大きい。VDI 2230 (2003) の値は、被締結体の下面を拘束した解析モデルから求められているため、被締結体の剛性を高くすなわちコンプライアンスを低く評価していると考えられる。ボルトの締付け線図において被締結体の剛性を高く評価すると、ボルトの負荷を低めに見積もることから危険側の評価となる。したがって、VDI 2230 (2003) の剛性は若干危険側の評価を与える可能性がある。

また、締付け長さ $l_1 + l_2$ が 9mm と 12mm 付近に解析結果がそれぞれ2点上下にばらついている。これはそれぞれ、 $l_1 = l_2 = 4.5$ と $l_1 = 3.2$, $l_2 = 6.0$, $l_1 = l_2 = 6$ と $l_1 = 3.2$, $l_2 = 9.0$ としたもので、ほぼ同じ板厚で締め付けた場合と板厚が大きく異なる場合となっている。板厚が大きく異なる場合は、解析結果の方がコンプライアンスが高い、す

本研究では、ボルトと板厚の組み合わせとして $l/D_o=0.11\sim1.29$ と、 Lo_i らよりボルト径に対して板厚の薄い構造について、2枚の板の接触も考慮した有限要素解析をおこない、図6のように軸方向コンプライ

Fig. 8 Lori's model of finite element analysis⁽¹²⁾

Fig. 7 Bending compliance of clamped plates with M10

アンスを求めている。この解析結果に、式(3)による計算値が一致するように、準ニュートン法による反復計算を用いて $\tan\phi$ を算出し、Loi らの結果との相違を評価する。

板厚比 t_1/t_2 (ただし, $t_1 < t_2$) に対する軸方向コンプライアンスの解析結果から求めた $\tan\phi$ の変化を図 9 に示す。板厚比 t_1/t_2 とともに $\tan\phi$ が増加している。式(1)の VDI 2230 (2003) の $\tan\phi$ との相違を明確にするため、軸方向コンプライアンスの解析結果から求めた $\tan\phi$ から式(1)の $\tan\phi$ を除算した値を、板厚比 t_1/t_2 を横軸にとりて図 10 に示す。M8 と M16, および、M10 と M12 の 2 組に大きく分かれているが、全体としては板厚比 t_1/t_2 とともに $\tan\phi$ が増加し、板厚比 t_1/t_2 が 1 に近づくほど VDI 2230 (2003) との差が小さくなる傾向がある。

図中に、板厚比 t_1/t_2 を引数とした対数近似曲線とその近似式を M8 から M16 の4つに対して示した。各ボルトの板厚比と $\tan\phi$ の関係を対数近似にて表現できることが分かる。近似曲線の $\ln(t_1/t_2)$ に対する係数は、0.0625 から 0.0764 の範囲にあり、平均すると 0.0717 でボルト径による差が小さい。また、各近似式の定数項は、 $t_1=t_2$ のときの VDI2230(2003)からの差で、負に大きくなるほど剛性が小さいことを表す。M8 と M16 では定数項が正となっているが、M10 と M12 では定数項が -0.039 の負の値となり、VDI 2230(2003)より剛性が低いことが分かる。

上記の軸方向コンプライアンスの解析結果から求めた $\tan \phi$ に対する考察から式(1)を式(6)のように改良した.

$$\tan \varphi = 0.323 + 0.032 \ln \left(\frac{l_f}{2D_o} \right) + 0.153 \ln \left(\frac{D_c}{D_o} \right) + 0.717 \ln \left(\frac{t_1}{t_2} \right) \quad (\text{ただし } t_1 \leq t_2) \quad (6)$$

Fig. 9 Relation between thickness ratio and analysis result of $\tan\phi$

まず、板厚比 t_1/t_2 に対して、対数近似の係数の平均値 0.0717 を用いて、 $0.0717 \ln(t_1/t_2)$ の対数関数を式(1)に加えることとした。 $t_1=t_2$ のときは $\ln(t_1/t_2)=0$ となり、板厚の比に依存しない従来の VDI2230 (2003) の式と一致する。

また、VDI2230 (2003) は特に M10 と M12 に対して剛性を高めに評価して、ボルト負荷に対して危険側の評価を与えることから、M10 と M12 を近似曲線の定数項 -0.039 で式(1)を修正することとした。すなわち、式(1)の定数項 0.362 から 0.039 を引いて 0.323 とした。

修正した $\tan\phi$ の式(6)を用いて式(3)から軸方向コンプライアンスを求め、VDI2230 (2003) の式(1)および解析結果と比較したものを図 11 から 14 に示す。VDI2230 (2003) の式(1)では剛性を高めに評価していた M10 と M12 については、修正した $\tan\phi$ の式(6)を用いることで解析結果とほぼ一致している。M8 と M16 については、式(6)の方がコンプライアンスを大きめに、すなわち、剛性を低めに評価している。修正した $\tan\phi$ の式(6)は、板厚比の項を追加したことで、従来の VDI2230 (2003) では表せなかった板厚の違いによるコンプライアンスの変化を、精度よく評価できている。VDI2230 (2003) では、解析結果に対して最低 -11% 低めに軸方向コンプライアンスを見積もっていたのに対して、修正した $\tan\phi$ の式(6)では、 -1.5% から 6.8% の範囲で予測できている。

式(6)の $\tan\phi$ を用いて式(4)と(5)から曲げコンプライアンスを求め、VDI2230 (2003) および解析結果と比較したものを図 15 から 18 に示す。M8 と M16 については、式(6)の方がコンプライアンスを高めに、M10 と M12 については、式(6)の方がコンプライアンスを低めに評価する傾向があるが、VDI2230 (2003) の式(1)よりも解析結果を良く近似している。また、従来の VDI2230

Fig. 10 Relation between thickness ratio and difference of $\tan\phi$

(2003) では表せなかった板厚の違いによるコンプライアンスの変化を精度よく評価できている。VDI2230 (2003) では、解析結果に対して最低 -22% 低めに曲げコンプライアンスを見積もっていたのに対して、修正した $\tan\phi$ の式(6)では、 -6.5% から 10% の範囲で予測できている。

6. 結 論

接触を考慮したボルト締結体モデルにおいて、被締結体の軸方向コンプライアンスと曲げコンプライアンスを評価し、従来から用いられている VDI 2230 (2003) の被締結体の等価圧縮体モデルを改善した。

- (1) VDI 2230 (2003) は、軸方向剛性を最大で 11% 程度、曲げ剛性を最大で 22% 程度高めに評価し、ボルト荷重を若干危険側に評価する。さらに、板厚の異なる被締結体の場合、対称な被締結体を前提とする VDI 2230 (2003) から離れる傾向にある。
- (2) 解析結果から、VDI 2230 (2003) の等価円すい体モデルの頂角を表す $\tan\phi$ を求めた。その結果から $\tan\phi$ の式に、2つの板の板厚比 t_1/t_2 を考慮した対数項 $\ln(t_1/t_2)$ を加え、定数項を修正した $\tan\phi$ の式を提案した。
- (3) $l_f/D_o=0.11\sim1.29$ のボルト締結体に、修正した $\tan\phi$ の式を用いることで、軸方向コンプライアンスを -1.5% から 6.8% の範囲で、曲げコンプライアンスを -6.5% から 10% の範囲で予測することができた。

参 考 文 献

- (1) Yamamoto A., *Theory and Design of Bolt Joints* (in Japanese), (1977), pp.30, Yokendo
- (2) Yoshimoto, I., *Points for Design of Bolt Joints* (in Japanese), (1992), pp.177, Japanese Standards Association

Fig. 11 Comparison of axial compliance of clamped plates with M8

Fig. 13 Comparison of axial compliance of clamped plates with M12

Fig. 12 Comparison of axial compliance of clamped plates with M10

Fig. 14 Comparison of axial compliance of clamped plates with M16

- (3) Editorial board of handbook of joint technique, *Handbook of Joint Technique* (in Japanese), (1994), pp.615, Industrial service center
- (4) Richtlinien VDI 2230, B1., *Systematic calculation of high duty bolted joints - Joints with one cylindrical bolt*, (2003), VDI-Verlag [Translated into Japanese by Gasei, S. and Kawai, K., (2006), The Japan Research Institute for Screw Threads and Fasteners].
- (5) Kim, J. G., Park, S. S., Choi, S. H. and Kim, B. K., Finite Element Modelling and Experimental Verification of the Structures with Bolted Joints, *Transactions of the Korea Society of Mechanical Engineers*, 20-6(1996), pp.1854-1861.
- (6) Hurrell, P. R., Good Practice in Modelling of Pressure Vessel Bolted Joints for Stress and Fatigue Analysis, *ASME PVP*, 405(2000), pp.123-134.
- (7) Montgomery, J., Methods for Modeling Bolts in the Bolted Joint, *ANSYS 2002 Conference*, 2002 April.
- (8) Rutman, A. and Kogan, J. B., Software takes the load off joint modeling, *Machine Design*, 70-6(1998), pp.79-82.
- (9) Naruse, T., Kawasaki, T. and Hattori, T., Simple Modelling and Strength Evaluation Methods for Bolt Joints Using Shell Elements and Beam Elements (1st Report, Modelling Method), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, 73-728(2005), pp.522-528.
- (10) Naruse, T., Kawasaki, T. and Hattori, T., Simple Modelling and Strength Evaluation Methods for Bolt Joints Using Shell Elements and Beam Elements (2nd Report, Strength Evaluation Method), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, 73-728(2005), pp. 529-536.
- (11) Naruse T. and Shibutani, Y., Equivalent Stiffness Evaluations of Clamped Plates in Bolted Joints under Loading,

Fig. 15 Comparison of bending compliance of clamped plates with M8

Fig. 17 Comparison of bending compliance of clamped plates with M12

Fig. 16 Comparison of bending compliance of clamped plates with M10

Fig. 18 Comparison of bending compliance of clamped plates with M16

Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, **75**-757(2009), pp. 1230-1238

- (12) Lori, W., und Glaser, H., Berechnung der Plattennachgiebigkeit bei Schraubenverbindungen, *Konstruktion*, **42**(1990), pp.271-277 [Translated into Japanese by Gasei, S, *Journal of Japan Research Institute for Screw Threads and Fasteners*, **22**-12 (1991), pp.393-401].
- (13) ANSYS v.11.0 Documentation, 2.13 Axisymmetric Elements with Nonaxisymmetric Loads, ANSYS