二次元乱流噴流中に発生する Flapping 現象の統計評価*

寺島 修^{*1}, 酒井 康彦^{*2}, 長田 孝二^{*1}, 庄司 裕一^{*3}

The Statistical Evaluation of the Flapping Motion in a Two-Dimensional Turbulent Jet

Osamu TERASHIMA^{*1}, Yasuhiko SAKAI, Kouji NAGATA and Yuichi SHOJI^{*1} Department of Mechanical Science and Engineering, Nagoya University,
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603, Japan

The flapping motion in a two-dimensional turbulent jet is analyzed statistically. The analysis is done by applying a continuous wavelet transform with Gabor mother wavelet to the experimental result of hot-wire anemometer. The analysis results show that the flapping motion is clearly recognized by the present new method. The flapping motion occurs at random, and the average time interval of flapping motion is about 6.1 times the flapping periods (0.24 sec). The average duration time of the flapping motion is about 1.7 times the flapping period (0.07 sec) and the one that continues over 3.0 times the flapping period is very few. The negative value of the two-point spatial velocity correlation substantially depends on whether the flapping motion arises or not. From these results, it is found that the flapping motion in a two-dimensional turbulent jet has a very important role to the properties of the jet though the flapping motion is a rare phenomenon.

Key Words : Jet, Coherent Vortex Structure, Flapping Motion, Wavelet Transform, Statistical Analysis

1. 緒 言

二次元乱流噴流の自己保存領域におけるコヒーレント構造による現象の一つに、噴流の Flapping 現象と呼ばれる間欠的な現象がある⁽¹⁾⁽²⁾。この現象は噴流中心軸に対して対称な位置に置かれた熱線プローブの流れ方向の変動速度 u の相互相関が負となることを説明するものとして提案されたもので、これまでその実体を捉えた研究例は少なかったが、Sakai ら⁽³⁾による二次元噴流中の多点同時計測結果より、Flapping 現象が起きている時間帯では噴流中心軸を挟んで両側に正の軸方向変動速度を持つ流体塊と負の軸方向変動速度を持つ流体塊が対になって存在することやその変動速度の符号が時間とともに交互に反転して分布することなどが明らかとなった。また、この Flapping 現象は工業的にも非常に有用であり、二次元噴流のノズル内に二次元柱を設置するという比較的簡単なパッシブ制御により二次元噴流中に Flapping 現象を発生させ、噴流による拡散作用を促進させた事例も近年では見られる⁽⁴⁾。

このように、二次元乱流噴流中の自己保存領域において Flapping 現象の存在が明確に確認され、その応用技術に関する研究が進められているものの、未だに Flapping 現象が発生する頻度やその持続時間、発生要因については明らかとなっていない。また、Flapping の発生が噴流による拡散作用を促進させるメカニズムに関しても不明な点が多く、Flapping 現象に関する更なる知見の取得が求められている。そこで本研究では、大田黒ら⁽⁵⁾の連続 Wavelet 変換を用いた解析手法に倣い、間欠的に発生する Flapping 現象の発生頻度、持続時間などの統計量を極力客観的に解析する手法を考案し、熱線流速計による二次元乱流噴流中での計測結果に対して適用して Flapping 現象に関する知見の取得を行った。本研究による知見は Flapping 現象に対する理解を深めるばかりでなく、より効

* 原稿受付 2010 年 8 月 20 日

^{*1} 正員, 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 愛知県名古屋市千種区不老町)^{*2} 正員, フェロー, 名古屋大学大学院工学研究科^{*3} 学生員, 名古屋大学大学院工学研究科

Email: o-terashima@mech.nagoya-u.ac.jp

率的な二次元乱流噴流の制御法の開発に貢献するものと考えられる．

主な記号

x_1	: 主流方向
x_2	: 鉛直方向
x_3	: スパン方向
U_0	: 二次元噴流の出口速度
U_c	: 噴流中心の主流方向平均速度
U	: 主流方向速度
u	: 主流方向変動速度
v	: 鉛直方向変動速度
b	: 二次元噴流の半値幅
d	: 二次元噴流の出口幅
$D(t)$	: 識別関数
$I_f(t)$	: Flapping 現象に関する間欠関数
f_p	: Flapping 周波数
U_{ens}	: 位相平均した主流方向速度
u_{ens}	: 位相平均した主流方向変動速度
v_{ens}	: 位相平均した鉛直方向変動速度
τ	: Flapping 現象の発生間隔
T	: Flapping 現象の持続時間
T_p	: Flapping 現象の周期 ($T_p = 1/f_p$)

2. 二点空間速度相関による Flapping 現象の抽出

2.1 実験装置および方法

2.1.1 実験装置

実験は図 1 に示す二次元噴流発生装置を用いて行った．本研究で使用した二次元噴流発生装置は Sakai ら⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾による過去の報告で示したものと同一である．したがって，ここでは装置の簡単な説明のみ与える（詳細は文献(6)(7)(8)を参照されたい）．装置にはノズル出口から 1.0mm 離れた場所にスキマーを設置し，これによりノズル出口の均一な部分のみを取り出した．噴流出口（スキマー出口）の高さ d は 12mm で，噴流出口のアスペクト比は 19.7 である．座標系は噴流軸方向を x_1 ，鉛直方向を x_2 ，スパン方向を x_3 とし，噴出レイノルズ数は $Re = \frac{U_0 d}{\nu}$ (U_0 : 噴流出口速度， ν : 動粘性係数) と定義し，実験は $Re=22,000$ で行った．計測データのサンプリング周波数は 10kHz とし，サンプリング点数は 262,144 点とした．計測データは AD ボードを介してパーソナルコンピュータに取り込みハードディスクに保存して各種統計量を求めた．

2.1.2 計測方法

本研究では二本の I 型熱線プローブ（線径：5.0 μm ，受感部長さ：1.0mm）を使用し，図 2 に示すとおり，一方を二次元噴流中心に対して鉛直上方に，もう一方を二次元噴流の中心軸に対して対称な位置に設置して計測を行い，両者の信号から Flapping 現象の抽出に使用する二点空間速度相関係数を求め，次項で示す方法により Flapping 現象が発生している時刻を特定した．二本の I 型熱線プローブの設置位置は $x_1/d=40$ ，および $x_2/b=\pm 0.50$ とした．ここで， b は噴流の半値幅である（本研究の対象とした二次元噴流の半値幅 b の分布や変化については文献(6)(7)を参照されたい）．

2.1.3 Flapping 現象の抽出方法

Sakai ら⁽³⁾は Flapping 周波数の逆数（Flapping 周期に対応する）を設定区間（時間幅）として，噴流中心軸に対して対称に位置する熱線の出力を元に二点空間速度相関係数，すなわち短期相関を求めた．そして，その相関があ

Fig. 1 Schematic view of the apparatus and coordinate system.

Fig. 2 Schematic view of the experimental setup.

る負の閾値以下となる時刻を Flapping 現象が発生している時刻として Flapping 現象が生じる頻度について考察した。その結果、Flapping 現象が発生する時間は全時間中の 17.4% 程度で、KL 展開⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾の第一基底の寄与率とほぼ同程度の確率であることを示した。しかし、これは一周期分の Flapping 現象が生じる確率であり、周期がそれ以上もしくはそれ以下のものに関する考察はできていない上、その発生頻度に関する知見も得られていない。そこで本研究では連続 Wavelet 変換を利用し、Flapping 周波数 f_p に対応する変動速度成分のみを抽出して二点空間速度相関を求め、その結果から Flapping の持続時間、発生頻度を求めることとした。なお、Flapping 周波数 f_p を求める方法はこれまでいくつか提案されているが、本研究では噴流中心に X 型熱線プローブを設置し、これにより計測される噴流鉛直 (x_2) 方向の変動速度のパワースペクトルのピーク周波数を Flapping 周波数とした。

図 3 に Flapping 現象を抽出するために考案した二点空間速度相関の算出プロセスを示す。二つの熱線プローブにより得られた変動速度信号 u_1, u_2 に対し、Flapping 周波数 f_p をスケールパラメータとした Wavelet 変換を行い、得られた変換係数の実部をそれぞれ w_1, w_2 とする。そして、 w_1 と w_2 の積を識別関数 $D(t)$ と定義し、 $D(t)$ がある負の閾値を下回った場合を 1 としそれ以外を 0 とした間欠関数 $I(t)$ を求め、この間欠関数の周期性と w_1 および w_2 の符号 (Flapping 現象が起きている時間帯では変動速度の符号が時間とともに交互に反転する) から Flapping 現象が生じている時刻を特定した。ただし、本研究では二つの熱線プローブにより得られた変動速度信号が強い負の相関を持つ場合でも周期性が無い場合は Flapping 現象とみなさないこととし、また、仮に Flapping 現象が生じていた場合でも 1.0 周期以上持続しないものは Flapping 現象とみなさないこととした。

連続 Wavelet 変換について説明する。連続 Wavelet 変換については多くの研究成果⁽⁵⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾に詳細に記述されているため本論文では最低限の説明にとどめておく。さて、連続 Wavelet 変換は一般的に次式で定義される。

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int \phi\left(\frac{t-b}{a}\right) s(t) dt \quad (1)$$

ここで, $W(a, b)$ はウェーブレット係数, $\phi(t)$ はウェーブレット関数 ($\bar{\phi}$ は複素共役関数を表す), a はウェーブレットの時間軸上での幅を表すスケールパラメータ ($1/a$ は周波数に相当), b は信号の時間軸に沿ってウェーブレットをウェーブレットを移動させるためのパラメータ (時刻に相当), $s(t)$ は解析対象とする時系列信号である. 解析対象とする時系列信号 $s(t)$ は各プローブにより得られた変動速度信号 $u_1(t)$, $u_2(t)$ とし, ウェーブレット関数は次式で定義される Gabor のウェーブレットとした.

$$\phi(t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{t^2}{\sigma^2}\right) \exp(-it) \quad (2)$$

ここで, σ は周波数の解像度と時間解像度を決定するパラメータで, σ を小とすれば時間分解能が高くなるが周波数分解能が低下する. また, σ を大とすれば時間分解能が低く, 周波数分解能が高くなる.

2.1.4 σ の決定

先に述べた通り, Wavelet 変換を用いた解析を行う際には σ を適切に選択する必要がある. σ の選択法については太田黒ら⁽⁵⁾や伊藤ら⁽¹³⁾によりいくつか示されているが, 本研究では図 4 に示す基準信号 (変動周波数 25Hz, 時間分解能 0.0001 秒) を対象に, σ をパラメータとして変化させて Wavelet 変換を行い, その結果を踏まえて σ を決定した. なお, 基準信号の変動周波数は $x_2/b = \pm 0.5$ の位置における Flapping 周波数 (f_p (25Hz), 2.1.3 節に記述の X 型熱線プローブを用いた方法により算出), 時間分解能は計測時のサンプリング周波数 (10kHz) に基づき決定した.

図 5 に図 4 に示した基準信号に対して連続 Wavelet 変換を行った場合の Wavelet 変換係数の実部のうち, スケールパラメータ a が二次元噴流中の Flapping 周波数 f_p に対応するもののみをプロットした結果を示す. σ は 1.0, 6.0, 10.0, 16.0 とした. 図中の横軸は時間 (秒), 縦軸は変換係数を解析時間中における変換係数の最大値で無次元化した値を表している. なお, 図中には図 4 に示した基準信号 (Ref) を合わせて示す. 図 5 より, σ の値が大きくなるにつれて基準信号とのずれが顕著となることが分かる (Ref は $\sigma=1.0$ とほぼ重なっており区別はできないことに注意されたい). これは上述の通り σ の値を大きくすることで解析の時間分解能が低下することによるものと考えられる.

図 6, 図 7 に σ を 1, 6 とした図 4 に示した基準信号に対して連続 Wavelet 変換を行った場合の Wavelet 変換係数の実部のコンター図を示す. 図中の横軸は時間 (秒), 縦軸はスケールパラメータ a を元に算出した周波数 f を Flapping 周波数 f_p で無次元化した値, コンター図の濃淡は Wavelet 変換係数の大きさを表している. 図 6 より, σ を 1 とした連続 Wavelet 変換を行った場合, $\pm 0.630f/f_p \approx \pm 16\text{Hz}$ 程度の不確かさを持つことが分かる. 25Hz で生じている Flapping 現象の抽出に際して $\pm 16\text{Hz}$ 程度の不確かさを持つことは $\pm 50\%$ 以上の抽出誤差を含むことを表しており, 決して精度は高くない. 一方, 図 7 より, σ を 6 とした連続 Wavelet 変換を行った場合, $\pm 0.145f/f_p \approx \pm 3.6\text{Hz}$ 程度の不確かさ, すなわち抽出誤差を $\pm 15\%$ 以下にまで抑えることができていくことが分かる. また, 図には示さないが σ を 10 とした連続 Wavelet 変換を行った場合は抽出誤差を $\pm 10\%$ 以下 ($\pm 2.5\text{Hz}$ 以下) とできる. 過去の研究結果⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾より, この Flapping 周波数 f_p は噴流噴出口からの距離 (噴流出口高さで無次元化) の関数 (近似曲線) として表されることが知られているが, 無論この関数と実際の計測結果は完全に一致するわけではなく $\pm$ 数 Hz 程度の差異 (誤差) が存在している. 本研究では Flapping 現象をこの差異も含めて定義し, 図 5 の結果を考慮して σ を 6.0 とした解析を行うこととした.

2.1.5 閾値の決定

本研究のように閾値を設けて特徴的な構造を抽出して解析を行う場合, 閾値の設定は非常に重要となる. 例えば, 閾値を極端に大きくすると統計的に偏った結果となり, 逆に小さくすると特徴的な構造の抽出はできない. そこで本研究では, Holmes ら⁽⁹⁾の「エネルギーを保有しているスケールの構造は最も明瞭な構造を示し, これをコヒーレント構造と呼ぶ」との説に従い, Flapping 現象は KL 展開の第 1 基底のみに基づくと仮定した. これより, 全時間 (約 26 秒間) のうち Flapping 現象が生じている時間の乱れエネルギーの総和と全時間の乱れエネルギーの総和の比が KL 展開の第 1 基底の寄与率 (約 23%)⁽³⁾ とほぼ等しくなるように閾値を決定した.

2.2 結果と考察

2.2.1 二次元乱流噴流の基本特性

本研究の対象とした二次元噴流の基本特性 (平均速度分布, 変動速度分布) を以下に示す. いずれの計測結果も I 型熱線プローブにより計測したもので, それぞれ過去の研究結果⁽⁸⁾などと比較した.

Fig. 3 Signal processing for the decision of intermittent function $I(t)$. Fig. 4 Reference signal for the determination of σ (25Hz).

図 8 に二次元噴流の主流 (x_1) 方向平均速度 U の各主流方向位置における鉛直 (x_2) 方向分布を示す．図中の横軸は噴流中心からの鉛直方向距離 x_2 を噴流の半値幅 b で無次元化した値，縦軸は主流方向平均速度 U を各断面中心における主流方向平均速度 U_c で無次元化した値である．また，図 8 中の実線は Gaussian 分布を表している．図 9 に主流 (x_1) 方向変動速度の r.m.s 値 u' の鉛直 (x_2) 方向分布を示す．図中の横軸は噴流中心からの鉛直方向距離 x_2 を噴流の半値幅 b で無次元化した値，縦軸は u' を中心軸の値 u'_c で無次元化した値で，図中には過去の計測結果⁽⁸⁾を合わせて示した．図 8，図 9 より，計測結果は過去の計測結果等と良く一致しており，流れ場および計測装置の妥当性が確認できた．

2.2.2 Flapping 現象発生時の流れ場の様子

上述の手法により Flapping 現象が正しく抽出されているかを確認するため，Flapping 現象が発生しているとみなした時刻の流れ場を評価した．評価は図 2 に示した二本の I 型熱線プローブに加えて X 型熱線プローブを設置

Fig. 5 Temporal variation of wavelet coefficient (real part).

 Fig. 6 Contour map of the wavelet coefficient ($\sigma=1.0$, real part).

 Fig. 7 Contour map of the wavelet coefficient ($\sigma=6.0$, real part).

し、このプローブを $-2.0 \leq x_2/b \leq 2.0$ の範囲で移動させて計測を行い、その位相平均処理結果を用いて行った。図 10 に Flapping 現象発生時の主流方向の速度の位相平均処理結果を示す。図中の横軸は Flapping 現象発生開始からの時間 t を Flapping 周期 T_p (Flapping 周波数 f_p の逆数) で無次元化した値、縦軸は噴流中心軸からの鉛直方向距離 x_2 を噴流の半値幅 b で無次元化した値である。また、コンター図の濃淡は位相平均した主流方向の速度 U_{ens} を噴流中心の主流方向平均速度 U_c で無次元化した値を表している。図 10 より、Flapping 現象発生時の流れ場は Sakai ら⁽³⁾による多点プローブを用いた計測により確認されていた速度分布(速度の速い領域と遅い領域が噴流中心軸を挟んで並び、それが時間とともに反転する)と同様の傾向を示していることが分かる。

Flapping 現象発生時の主流 (x_1) 方向変動速度 u_{ens} および鉛直 (x_2) 方向変動速度 v_{ens} の位相平均結果を図 11 に示

 Fig. 8 Cross-streamwise profiles of the mean streamwise velocity U .

 Fig. 9 Cross-streamwise profiles of the u' .

 Fig. 10 Ensemble-averaged streamwise velocity U_{ens} .

す．図中の横軸，縦軸は図 10 と同一である．また，コンター図の濃淡は位相平均した主流方向変動速度 u_{ens} および v_{ens} を噴流中心の主流方向変動速度の r.m.s. 値 u'_c , v'_c でそれぞれ無次元化した値を表している．図 11 より，変動速度に関しても Sakai ら⁽³⁾の結果と矛盾は無く，主流方向変動速度に関しては噴流中心軸を挟んで両側に正の主流方向変動速度を持つ流体塊と負の主流方向変動速度を持つ流体塊が対になって存在し，鉛直方向変動速度に関しては正の鉛直方向変動速度を持つ流体塊と負の鉛直方向変動速度を持つ流体塊が時間とともに反転して分布している．以上の結果より，本研究で考案した手法により Flapping 現象が正しく抽出されていることが確認された．

2.2.3 Flapping 現象の特性

図 12 に上述の手法により Flapping 現象を抽出した結果を用いて算出した間欠関数 $I_f(t)$ (Flapping 現象発生時を 1，それ以外の時刻は 0) の時系列変化を示す．図中の横軸は時間 (秒)，縦軸は間欠関数を表しており，図中の黒色

Fig. 11 (a) Ensemble-averaged streamwise velocity fluctuation u_{ens} and (b) ensemble-averaged cross-streamwise velocity fluctuation v_{ens} .

Fig. 12 Intermittency function $I_f(t)$.

の部分で Flapping 現象が発生している時間を表している．図 12 から視覚的に判断すれば，Flapping 現象の持続周期 (1 周期は 40ms に対応する) や発生間隔に明確な傾向は見られず，現象自体はランダムに生じていると考えられる．以下，Flapping 現象について統計的に解析を進める．

図 13 に Flapping 現象の発生間隔を示す．横軸は Flapping 現象が発生してから次の Flapping 現象が発生するまでの時間 τ を Flapping 周波数 f_p で無次元化した値，縦軸は横軸に記載の数字 (時間) の範囲内で次の Flapping 現象が発生する割合を表している．図 13 より，一回の Flapping 現象が発生してから次の Flapping 現象が発生するまでの時間は，Flapping 周期 ($T_p=1/f_p$) の 1.3 倍から 3.8 倍の間となることが最も多く，次いで Flapping 周期の 3.8 倍から 6.3 倍，1.3 倍以下の順となっている．なお，Flapping 現象の平均発生間隔は Flapping 周期の約 6.1 倍であった．これは Flapping 現象の平均持続周期の 3.5 倍程度であった．

図 14 に Flapping 現象の持続周期 (時間) を示す．横軸は Flapping 現象の持続時間 T を Flapping 周期 $T_p(=1/f_p)$ で無次元化した値，縦軸はその出現回数 (Flapping 現象の総発生回数に占める割合) を表している．図 14 より，サンプリング時間中に発生した Flapping 現象のうち，Flapping 周期に相当する時間 (約 0.04 秒) だけ続くものが最も発生回数が多く，総発生回数に占める割合は約 40% であった．また，この割合は Flapping 現象の持続周期が長くなるにつれて小さくなっていく傾向が見られ，今回の計測においては Flapping 周期の 8 倍以上の時間 (約 0.3 秒) 続く Flapping 現象は観測できなかった．なお，Flapping 現象の平均持続時間は Flapping 周期の約 1.7 倍であった．このように，Flapping 現象自体は比較的頻繁 (今回の解析では全時間中の約 23%) に生じているものの，その大半が Flapping 周期の 1.0 倍ないしは 1.5 倍 (0.04 秒～0.06 秒) 程度しか持続しないため，Flapping 現象を明確に捉えることが困難となっているものと考えられる．

最後に Flapping 現象の発生の有無が二点空間速度相関係数に及ぼす影響について検討する．これまでの研究⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾

Fig. 13 Interval of flapping motion.

Fig. 14 Duration of flapping motion.

により二次元乱流噴流中の自己保存領域では、噴流中心軸に対して対称な位置における二点空間速度相関係数が負の値となることが知られており、Flapping 現象がそれを説明するものの一つであると考えられていた。そこで Flapping 現象発生時および未発生時の二点空間速度相関係数を求め、それらを全時間 (Flapping 現象の発生の有無によらない) で求めた二点空間速度相関係数と比較した結果、Flapping 現象発生時は-0.33、未発生時は-0.09、全時間では-0.15 となった。これより、これまで考えられていた考察は正しく、二点空間速度相関係数の値が負となる要因の一つが Flapping 現象の発生であることが明らかとなった。

3. 結 言

本研究では従来の研究でその存在が確認されていた二次元乱流噴流中の Flapping 現象に関し、熱線流速計を用いた実験と連続 Wavelet 解析を利用して統計的な解析を行い以下の結論を得た。

1. 予め計測した Flapping 周波数とウェーブレット解析を利用して新たな Flapping 現象抽出手法を提案した。
2. Flapping 現象の発生間隔を調べた結果、その間隔に規則性は無く、ランダムに発生している現象である可能性が高いことが明らかとなった。また、平均発生間隔は約 6.1 周期 (0.24 秒) であった。
3. Flapping 現象の平均持続時間は Flapping 周期の約 1.7 倍 (0.07 秒) であった。また、Flapping 現象が Flapping 周期相当の時間持続するものは Flapping 現象全体の 40% 程度となり最も発生頻度が高かった。
4. 噴流中心に対して対称な位置における変動速度の相関値は、Flapping 現象の発生時/未発生時で大きく異なり、発生時は-0.33、未発生時は-0.09 であった。これより、これまでの研究により確認されていた噴流中心に対して対称な位置の変動速度の相関値が負となる現象は Flapping 現象の発生の有無に強く関係していることが明らかとなった。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり，公益信託小野音響学研究助成基金の援助を一部受けました．ここに記して謝意を表します．

文 献

- (1) Goldschmidt, V.W., Bradshaw, P., “ Flapping of a plane jet ”, *Physics of Fluids*, Vol.16, No.3 (1973) pp.354-355.
- (2) Antonia, R.A., Browne, W.B., Rajagopalan, S., Chambers, A.J., “ On the organized motion of a turbulent plane jet ”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.134 (1983) pp.49-66.
- (3) Sakai, Y., Tanaka, N., Yamamoto, M., Kushida, T., “ On the Development of Coherent Structures in a Plane Jet (Part3, Multi-Point Simultaneous Measurement of Main Streamwise Velocity and the Reconstruction of Velocity Field by the KL Expansion) ”, *JSME International Journal, Series B*, Vol.49, No.3 (2006) pp.722-730.
- (4) 宮越勝美, 羽二生博之, “ ノズル内の二次元物体によって励起された二次元噴流の過渡特性 (非調和な励起条件における低周波数速度変動) ”, 日本機械学会論文集 *B 編*, Vol.66, No.649 (2000) pp.2298-2304 .
- (5) 大田黒俊夫, 下出新一, “ 円柱はく離せん断層に発達する不安定波の Wavelet 解析 ”, 日本機械学会論文集 *B 編*, Vol.64, No.623 (1998) pp.2027-2035 .
- (6) Yasuhiko SAKAI, Nobuhiko TANAKA, Takehiro KUSHIDA, “ On the Development of Coherent Structure in a Plane Jet (Part1, Characteristics of Two-Point Velocity Correlation and Analysis of Eigenmodes by the KL Expansion) ”, *JSME International Journal, Series B*, Vol.49, No.1, (2006), pp.115-124.
- (7) Yasuhiko SAKAI, Nobuhiko TANAKA, Takehiro KUSHIDA, “ On the Development of Coherent Structure in a Plane Jet (Part2, Investigation of Spatio-Temporal Velocity Structure by the KL Expansion) ”, *JSME International Journal, Series B*, Vol.49, No.3, (2006), pp.714-721.
- (8) Yasuhiko SAKAI, Yuu MORIGUCHI, Nobuhiko TANAKA, Mutsumi YAMAMOTO, Takashi KUBO, Kouji NAGATA, “ On Characteristics of Velocity and Pressure Field in Two-Dimensional Turbulent Jet ”, *Journal of Fluid Science and Technology*, Vol.2, No.3, (2007), pp.611-622.
- (9) Holmes, P., Lumley, J.H., Berkooz, G., *Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry*, (1998), pp.86-128, Cambridge Univ. Press.
- (10) Gordeyev, S., Thomas, F.O., “ Coherent structure in the turbulent planar jet. Part 1. Extraction of proper orthogonal decomposition eigenmodes and their self-similarity ”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.414, (2000), pp.145-194.
- (11) Gordeyev, S., Thomas, F.O., “ Coherent structure in the turbulent planar jet. Part 2. Structural topology via POD eigenmode projection ”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.460, (2002), pp.349-380.
- (12) 石川仁, 木谷勝, 望月修, “ ウェーブレット変換による乱流後流の解析 ”, 日本機械学会論文集 *B 編*, Vol.61, No.587 (1995) pp.2409-2417 .
- (13) 伊藤隆英, 藤谷誠, 酒井康彦, “ スクロール圧縮機の脈動騒音予測と発生メカニズムに関する研究 ”, 日本機械学会論文集 *B 編*, Vol.68, No.672 (2002) pp.2277-2284 .
- (14) 酒井康彦, 長田孝二, 森口優, 久保貴, “ 二成分瞬間速度と瞬間圧力の同時測定による二次元乱流噴流の構造に関する研究 (速度変動と圧力変動の相互相関係数およびエネルギー収支の実験的評価) ”, 日本機械学会論文集 *B 編*, Vol.75, No.758, (2009), pp.141-147 .
- (15) 田中伸彦, “ 二次元噴流のコヒーレント構造発展に関する実験的研究 ”, 名古屋大学博士学位論文, (2005) .
- (16) Thomas, F.O., Brehob, E.G., “ An investigation of large scale structure in the similarity region of a two dimensional turbulent jet ”, *Physics of Fluids*, Vol.29, No.6 (1986), pp.1788-1795.