2次元噴流出口混合層に及ぼす局所周期攪乱の効果* (乱流遷移過程の空間構造と定量的表示)

一宮 昌司^{*1}, 鎌田 慎也^{*2}, 岡島 昌芳^{*3}, 大崎 貴之^{*4}

Effect of Local Periodic Disturbance on Mixing Layer Downstream of Two-Dimensional Jet (Spatial Structure and Quantitative Representation of Laminar-Turbulent Transition Process)

Masashi ICHIMIYA^{*1}, Shinya KAMADA, Akiyoshi OKAJIMA and Takayuki OSAKI

^{*1} Institute of Technology and Science, The University of Tokushima
2-1 Minami-Josanjima-cho, Tokushima-shi, Tokushima 770-8506, Japan

The laminar-turbulent transition of a mixing layer induced by oscillating flat plates at an exit of a two-dimensional nozzle was experimentally investigated. The mixing layer was formed between the jet, which issued from the nozzle and the surrounding quiescent fluid. The plates oscillated vertically in relation to the mean flow. The oscillation frequency was two orders of magnitude smaller than the fundamental frequency of the velocity fluctuation. Mean and fluctuating velocity components in the streamwise and normal directions were measured by hot-wire anemometers. In the oscillating state, the same phenomenon as in the natural transition process appeared more upstream. In the early stage within the nonlinear region, the growth of fluctuating velocity attenuated and the Reynolds shear stress component decreased. The decrease in their production rate due to the expansion of the mixing layer contributed to the attenuation and decrease. The probability of the streamwise and normal fluctuating velocity components taking the same sign, increased or decreased in accordance with the increase and decrease of the Reynolds shear stress component. The randomness factor, which had been proposed by Sato, appeared to be a reasonable indicator of the present transition process, especially in the process in which the periodic velocity fluctuation became irregular. However, this factor certainly indicated the same value at two streamwise positions.

Key Words: Mixing Layer, Transition, Turbulence, Jet, Shear Flow, Oscillating Plate, Periodic Disturbance, Nonlinear Region, Randomness Factor

1. 結 論

層流から乱流への遷移現象は自然界や工業機器において多数発生する重要なものなので長い研究の歴史がある。工業上の遷移現象の一例として、壁面の拘束のない自由せん断流の乱流遷移は、タービン翼列の後流内でも見られるように⁽¹⁾、工業的にも重要な問題である。自由せん断流の一例である噴流の発達初期段階では、速度一定のポテンシャルコアと速度勾配をもつ混合層が形成される。この混合層の乱流遷移過程は、攪乱が指数関数的に増幅して周期変動（基本波）が出現する線形領域の後に、基本波の高調波や低調波が出現して変動の成長が鈍化する非線形領域が続く、最後に不規則変動が支配する偶然領域となる⁽²⁾。

境界層流の乱流遷移過程の最終段階では、孤立した乱流塊である乱流斑点が発生して、これが成長することから、遷移進行の指標として、乱流の時間比である間欠係数が用いられ、これが下流方向に単調に増加することが知られている。これに対して本研究のような壁面の拘束のない自由せん断流の乱流遷移過程では、速度変動のパワースペクトル分布形状の変化に基づいた指標として、佐藤らは雑然度を提唱したが⁽³⁾⁽⁴⁾、その後にこれが取り上

* 原稿受付 2011 年 4 月 8 日

^{*1} 正員, 徳島大学大学院ソシオテクノサイエンス研究部 (〒770-8506 徳島県徳島市南常三島町 2-1)

^{*2} 学生員, 徳島大学大学院

^{*3} 徳島大学大学院

^{*4} 徳島大学大学院ソシオテクノサイエンス研究部

E-mail: ichimiya@me.tokushima-u.ac.jp

げられた例は無いようである。

混合層や自己保存前の噴流の乱流遷移においては、外部から強制的な攪乱を加えて、これが不安定の増大や乱流遷移の促進に果たす役割を調べた研究が多くなされてきた。代表的な研究は前報で言及した⁽⁵⁾。この強制遷移過程として、自然遷移過程の線形領域に発生する基本変動周波数に等しい周波数の周期変動を流れ場に導入する実験が多く行われてきた。しかし混合層が境界層などと異なって長波長の攪乱に対して不安定であることに對し⁽⁶⁾、この長波長すなわち基本周波数よりもオーダーが小さい低周波数である場合の乱流遷移についてはあまり調べられていなかった。

そこで本研究は2次元ノズル出口直後の噴流と周囲静止流体との混合層の乱流遷移を取り上げ、ノズル出口にフェンス状平板を設置し、基本周波数約500Hzよりも2桁低い5Hzで流れに垂直方向に振動させた。前報では、突き出し自身による新たな攪乱は生じないように小振幅攪乱を局所的に低周波数で励起して、平均及び変動速度分布や混合層の広がり方を調べ、主に線形領域における速度変動の変化と変動エネルギーの生成率、対流率、散逸率の変化の関連を調べた⁽⁵⁾。しかしいまだに非線形領域以後の乱流遷移過程の進行状況や、その垂直方向の広がりなどの空間構造は明らかにされていない。

本報はそれらを明らかにするために、乱流遷移過程の線形領域において主流に垂直な方向への遷移の分布状況をまず調べ、次に非線形領域における変動成長の鈍化の要因を検討する。最後に本実験のような混合層乱流遷移に対する雑然度の有効性と問題点を議論する。

お も な 記 号

f : 速度変動の周波数

f_0 : 速度周期変動の基本周波数

f_e : 振動板の振動周波数 = 5Hz

f_p : 速度周期変動のプリファード周波数

h : ノズル出口高さ = 10mm

$P(f)$: 周波数 f における x 方向変動速度のパワースペクトル密度

$p(u/u', v/v')$: u と v の結合確率密度関数

$p_{u,v;i}$: u, v の値が第 i 象限に入る確率 ($i = 1, 2, 3, 4$)

U, u : x 方向時間平均速度と変動速度

U_0 : $x = 5\text{mm}, y = 0$ における速度

U_m : 局所の、中心線($y = 0$)上速度

V, v : y 方向時間平均速度と変動速度

u', v' : u, v の rms 値

x, y : 座標系 (図1)

z : 雑然度

$\bar{*}$: $*$ の時間平均値

その他の記号については、そのつど定義する。

2. 実験装置及び実験方法

実験装置は前報⁽⁵⁾に示したものと同じで、測定対象は幅310mm、高さ $h = 10\text{mm}$ の2次元ノズル出口 ($x = 0$) の下流に形成される噴流の初期混合層である。読者の便宜のために図1に流れ場および座標系を再掲する。実験も前報と同様に、ノズル出口に上下一枚ずつ設置した振動板がノズル出口断面を狭めないように静止させた場合と、周波数5Hz、上下それぞれの全振幅(ノズル内への最大突き出し高さ)0.25mmで中心線に関して対称に上下振動させた場合の2ケースを行った。いずれも振動板静止時のノズル出口直後の速度 U_0 とノズル出口高さ h に基づくレイノルズ数を5000 ($U_0 \approx 7.5\text{m/s}$)とした。測定には各感受部直径 $5\mu\text{m}$ 、長さ1mmのX型熱線プローブを用い、その出力電圧は、サンプリング周波数5kHzで、約52秒間サンプリングされた。これは板振動時には、

Fig. 1 Schematic diagram of two-dimensional mixing layer and coordinate system.

振動の約 260 周期分に相当する。測定は垂直方向座標 $y \geq 0$ の範囲で行った。測定は、ポテンシャルコアが消滅して混合層の自己保存が成立しても十分下流まで行い、測定断面は静止時は $x/h \leq 25$ 、振動時は $x/h \leq 20$ である。

3. 実験結果及び考察

3・1 線形領域における変動様式の空間分布

本研究では前報において⁽⁵⁾、静止時は $x/h \leq 3$ 、振動時は $x/h \leq 1.5$ の範囲で、流れ方向変動速度の rms 値の各 x/h における y 方向分布内の最大値 u'_{max} が指数関数的に下流方向に増加するので、この範囲が線形領域とみなせること、そしてその下流の非線形領域では u'_{max} の増加率は弱まることを示した。本節ではこの線形領域と次の非線形領域初期において、周期変動や不規則変動の出現や消滅の様相の垂直方向への分布を詳細に観察する。

図 2, 3 は静止時の $x/h = 3$ 及び振動時の $x/h = 1.5$ における流れ方向変動速度 u の、それぞれ波形とパワースペクトル密度である。両断面は各ケースの線形領域の終点である。垂直方向位置 y は、(a) 中心線上 $y/(h/2) = 0$ 、(b) ポテンシャルコア外端位置（静止時は $y/(h/2) = 0.60$ 、振動時は $y/(h/2) = 0.68$ ）、(c) 流れ方向変動速度の rms 値 u' が最大になる位置（静止時は $y/(h/2) = 1.0$ 、振動時は $y/(h/2) = 0.95$ ）の 3 位置について描いた。波形の範囲は 0.2 秒間であり、これは振動時では一周期に対応する。パワースペクトル密度 $P(f)$ は全周波数範囲にわたって積分すると $\overline{u'^2}$ になる。ここではノズル出口直後の中心速度 U_0 の 2 乗で除してある。変動波形とパワースペクトル密度の両方から、静止時は、どの y においても約 500Hz の周期変動である基本波と、約 200Hz と約 300Hz の周期変動である低調波が見られる。(c) ではこれに加えて約 1000Hz の周期変動である高調波も時々見られる。振動時はすべての位置において振動板の振動周波数に対応する 5Hz の変動が観察され、この上に主に約 400Hz の周期変動が重畳している。(b) では基本波変動が目立つが、(a) ではこれに加えて周波数が半分の低調波も見られ、(c) では基本波に加えて周波数が 2 倍の高調波も見られる。このように振動時には板振動周波数が観測される他は、静止時と同様に基本波、低調波及び高調波が観察される。なお静止時の(a),(b)には 1kHz 以上にスペクトルの極大が多数見られるが、この位置では変動速度がかなり小さいので値は小さく、対数尺度のために小さな極大値が大きく誇張されて表示されている。

以上のように垂直方向位置 y によって周期変動の支配周波数がいくぶん異なるので、支配周波数の垂直方向への分布状況を詳しく考察する。図 4 は基本周波数 f_0 、低調波周波数 $f_0/2$ 及び高調波周波数 $2f_0$ における、流れ方向変動速度のパワースペクトル密度のコンターを描いたものである。この場合の基本周波数 f_0 は、パワースペクトル密度が極大になる周波数を全位置において調べた結果より、静止時は全位置で 485Hz、振動時は全位置で 408Hz とみなした。描いた断面はいずれも線形領域が終了して非線形領域に少し入った範囲までである。ノズル出口直後では y が大きい領域は測定されていない。また測定された流れ方向範囲は $0.5 \leq x/h$ であるが、見やすさのために $x/h = 0$ から描いた。図 4 中には平均速度勾配 $-\partial U / \partial y$ が存在する範囲の目安として、中心 ($y/(h/2) = 0$) 近くの $U/U_m = 0.99$ 及び外側 (y が大きい領域) の $U/U_m = 0.05$ となる位置を白線で示した。速度勾配は外側の方がより緩やかであるため、外側の境界値は $U/U_m = 0.01$ とせず 0.05 とした。また図 4(c) の高調波周波数におけるコンターのみ、値が 1 桁小さい。

Fig. 2 Fluctuating velocity signals in the streamwise component: stationary, $x/h = 3$; oscillating, $x/h = 1.5$.

Fig. 3 Power spectrum density of the streamwise fluctuating velocity: stationary, $x/h = 3$; oscillating, $x/h = 1.5$.

静止時は線形領域終点付近の $x/h \simeq 3$ において、二本の白線間の $-\partial U / \partial y$ が存在する範囲内で、ややわかりにくい図 4(b) の基本周波数におけるパワースペクトルが比較的大きな値を持つ位置 $y/(h/2) \simeq 0.9$ 及び 1.1 と小さな値の位置 $y/(h/2) \simeq 1.0$ が近くに隣り合っている。そして図 4(a) の低調波周波数におけるスペクトルはこれとは反対に、 $y/(h/2) \simeq 1.0$ で比較的大きく、 $y/(h/2) \simeq 1.1$ で比較的小さい。このようなパワースペクトルの極大位置と極小位置が基本周波数と低調波周波数において正反対であることは、音波で攪乱した Sato においても見られる⁽⁷⁾。この線形領域においては図 4(c) の高調波周波数におけるスペクトルは小さい。なおこのような基本周波数と低調波周波数の垂直方向への分布ではなく、両者の下流方向への分布や相互関係を調べたものとして Hsiao-Huang がある⁽⁸⁾。彼らは基本周波数の渦の合併による低調波の出現から始まる渦の合併過程を説明し、その連続経過の末に最終的にプリファード(preferred)周波数という卓越周波数が残る範囲までを測定した。本研究におけるプリファード周波数については 3・3 節で述べる。

静止時の非線形領域 $3 \leq x/h$ に入ると、 $-\partial U / \partial y$ が存在する範囲が広がりノズル中心に近づく。これに伴って、基本周波数におけるスペクトルは、 $x/h = 4$, $y/(h/2) = 0.5$ において最大となる。非線形領域においては低調波や高調波が発生することが特徴だが⁽²⁾、実際基本周波数のスペクトルが最大となるのは、図 4(b) に示されているように非線形領域に入った $x/h \simeq 4$ においてであるが、低調波周波数のスペクトルが最大となるのは十分非線形領域内の、図 4(a) に描いた範囲では $x/h \simeq 5$ においてである。高調波周波数におけるスペクトルも、非線形領域の $x/h \simeq 4$, $y/(h/2) \simeq 1.3$ において最大となる。しかしこの値は基本波や低調波におけるそれらよりも 1 桁小さい。

振動時は線形領域 $x/h \leq 1.5$ において、図 4(b) の基本周波数のスペクトルが、静止時と同様に $y/(h/2) \simeq 1.0$ において最小となる。また静止時と同様に、その最小となる位置を垂直方向にはさむ両側で極大となる。しかし最大となる流れ方向位置は静止時とは異なって線形領域の終点付近 $x/h \simeq 1.5$ である。スペクトルの極大、極小となる垂直位置が基本周波数と低調波周波数において正反対であることは、静止時と同様である。低調波周波数におけるスペクトルは静止時と同様に非線形領域に入ってから最大になる。高調波周波数におけるスペクトルは静

Fig. 4 Isocontour maps of power spectrum density of fluctuating velocity in the streamwise component at subharmonic, fundamental and harmonic frequencies: (a), subharmonic; (b), fundamental; and (c), harmonic frequencies.

止時と同様に1桁小さく、線形領域が終了して非線形領域が始まってすぐに最大となる。以上のように振動時は各挙動の発生が上流へ移動する。しかし振動攪乱の振幅の小ささと周波数の低さのために、これ以外では基本周波数のスペクトルの最大位置が線形領域終点付近にまでさかのぼるくらいである。

なお図4(b)で基本周波数におけるスペクトルが最小となる垂直位置は $y/(h/2) \approx 1.0$ であることが示されているが、静止時においては、 $y/(h/2) < 1.0$ と $1.0 < y/(h/2)$ では基本周波数変動の位相が反転することを確認している。なおこのような自然遷移過程とは異なる強制遷移過程においては、Satoは音波で強制励起した2次元噴流において、励起周波数におけるスペクトルが最小となる垂直位置において、励起された周期変動の位相が反転することを示した⁹⁾。本研究においては板振動時において、振動周波数変動に関してこれが成立することも確認している。

Fig. 5 Streamwise variation of maximum fluctuating velocities.

Fig. 6 Streamwise variation of maximum Reynolds shear stress component.

3・2 非線形領域における速度変動の様相

非線形領域においては線形領域よりも変動速度の成長が鈍るが⁽²⁾⁽⁵⁾, 本節ではこの非線形領域における変動について述べる. 図5は各 x/h において流れ方向及び垂直方向変動速度の rms 値の y 方向分布における最大値 u'_{max} , v'_{max} を求め, それらの流れ方向への変化を示したものである. 前報ではノズル出口直後の両者の変化を対数尺度で示し, 変動が指数関数的に発達する線形領域の範囲を特定したが⁽⁵⁾, 本図では十分下流までの値を線形尺度で示す. 前報で特定された非線形領域の範囲は, 静止時は $3 \leq x/h \leq 15$, 振動時は $1.5 \leq x/h \leq 10$ であり, これを図5中にも示す. 両ケースとも非線形領域に入ると u'_{max} , v'_{max} とともに増加が鈍り, 後半では減少する. この減少は混合層全体の広がりによって速度がすべての垂直方向位置で上流よりも減少するためである. 実際, 中心線上速度 U_m で無次元化すると, いずれも減少せずに $10 \leq x/h$ でほぼ一定となる. このように振動時の分布は静止時の分布を上流側に移動したものにほぼ等しく, 全体的な分布形状は増大していない. これは前述したような突き出し自身による新たな変動が生じないような 0.25mm という小振幅のためである. なお本実験ではポテンシャルコアは, 静止時, 振動時それぞれ $x/h \approx 6, 4$ で消滅する.

図6にはレイノルズせん断応力成分 $\overline{uv}$ の最大値の変化を示す. 非線形領域に入ると増加が急激に弱まり, いったん減少する. この減少はすぐに止まり, 静止時は $5 \leq x/h \leq 10$ において, 振動時は $4 \leq x/h \leq 8$ において再び増加する. その後は u'_{max} や v'_{max} と同様に非線形領域後半で減少する. 振動時は静止時の分布を上流側に移動したものにほぼ等しいが, 非線形領域に入った直後の最初の極大値は静止時よりも大きい. すなわち振動攪乱はノズル出口直後のレイノルズせん断応力の増加に寄与するが, その影響は長くは続かない.

このような変動速度成分の変化について, 前報では u' や v' については y 方向分布を描き, 線形領域から非線形領域初期に相当する $x/h \leq 6$ における変化を乱れエネルギー生成率や対流率の変化と関連させて考察した⁽⁵⁾. その要点を述べると, u' は静止時は $x/h = 8$, 振動時は $x/h = 6$ においてそれぞれ最大となる. 乱れエネルギー生成率は静止時は $x/h = 3$, 振動時は $x/h = 1.5$ においてそれぞれ最大となる. また乱れエネルギー対流率は静止時は $x/h = 4$, 振動時は $x/h = 2.5$ においてそれぞれ最大となる. このように u' の非線形領域での増加は乱れエネルギー生成や対流以外の要因が寄与する. 次に v' は静止時は $x/h = 5$, 振動時は $x/h = 2.5$ においてそれぞれピーク値が最大となる. 乱れエネルギー生成率は静止時は $x/h = 4$, 振動時は $x/h = 2.5$ においてそれぞれ最大となる. また乱れエネルギー対流率は静止時は $x/h = 3$, 振動時は $x/h = 2$ においてそれぞれ最大となる. このように v' の増加には生成や対流が主に寄与する. 図7, 8に代表として u のエネルギー生成率及び対流率の分布を再掲する. 詳細は前報⁽⁵⁾を参照されたい.

本論文では図6に示したレイノルズせん断応力成分の変化をその生成率と関連させて考察する. 式(1)に $\overline{uv}$ の収支の境界層近似式を示す⁽¹⁰⁾.

$$U \frac{\partial \overline{uv}}{\partial x} + V \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} = -\overline{v^2} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{1}{\rho} p \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\overline{uv^2} + \frac{\overline{up}}{\rho} \right) + \nu (\nabla^2 \overline{u} + \overline{u} \nabla^2 \overline{v}) \quad (1)$$

それに示されている生成率 $-\overline{v^2} \partial U / \partial y$ の y 方向分布における最大値の流れ方向への変化を図9に示す. なお平均速度の y 方向勾配に基づくもう一つの生成率 $-\overline{uv} \partial V / \partial y$ や, 平均速度の x 方向勾配に基づく生成率は, 文

Fig. 7 Fluctuating energy production rates in the streamwise component.

Fig. 8 Fluctuating energy convection rates in the streamwise component.

Fig. 9 Streamwise variation of maximum production rates of Reynolds shear stress component.

献(10)で無視されているように本実験でも無視できる程度であった。図6のレイノルズせん断応力成分が非線形領域初期で極大になる静止時 $x/h=4$ 、振動時 $x/h=2.5$ とほぼ同じ断面において図9の生成率も極大になり、レイノルズせん断応力成分の線形領域における増加と非線形領域初期における減少は生成率の変化に対応する。また振動時の方が極大値は大きく、これが図6の $\overline{uv}_{\max}$ の最初の極大値の増加に寄与している。このように振動板の垂直振動がレイノルズせん断応力成分の生成率を増加させることがわかる。

ではこの生成率が非線形領域初期において減少する理由を検討する。これは生成率の二要素である速度勾配 $\partial U/\partial y$ と乱れエネルギー $\overline{v^2}$ が、前報で示したように前者は非線形領域に入るとすぐに減少し、後者はそれよりも少し遅れるが減少するためである⁽⁵⁾。速度勾配の減少は混合層の広がりのためであり、乱れエネルギー $\overline{v^2}$ の減少は、前述したように $\overline{v^2}$ の生成率 $-\overline{v^2}\partial V/\partial y$ と対流率 $(U\partial/\partial x + V\partial/\partial y)(\overline{v^2}/2)$ の減少から説明できる。生成率の減少

Fig. 10 Streamwise variation of maximum fluctuating energy production rates in the (a) streamwise and (b) normal components.

Fig. 11 Isocontour maps of joint probability density function of streamwise and normal fluctuating velocities.

は $\overline{v^2}$ 自身の減少の他にも勾配 $-\partial V / \partial y$ の減少が原因である。対流率の減少は主に $\partial \overline{v^2} / \partial y$ の減少すなわち混合層の広がりのためであるから、結局レイノルズせん断応力成分 $\overline{uv}$ の減少は混合層の広がりのためと言える。

次に、 $\overline{uv_{\max}}$ が減少後に、静止時は $5 \leq x/h \leq 10$ において、振動時は $4 \leq x/h \leq 8$ において再び増加するのは、図5に示されているように、 u' が静止時は $x/h \leq 8$ で、振動時は $x/h \leq 6$ で増加を続けることが寄与していると思われる。

なお u^2 の主要生成率 $-\overline{uv} \partial U / \partial y$ と v^2 の主要生成率 $-\overline{v^2} \partial V / \partial y$ の y 方向分布を前報では $x/h \leq 6$ の範囲で示したが⁽⁵⁾、ここでは各 x/h における y 方向分布における最大値の流れ方向への変化として図10に示す。図10(a)の $\overline{u^2}$ の生成率は、レイノルズせん断応力成分 $\overline{uv}$ 自身の減少と前述の速度勾配 $-\partial U / \partial y$ の減少のために、非線形領域に入ってすぐに減少する。図10(b)の $\overline{v^2}$ の生成率も、 $\overline{v^2}$ 自身や $-\partial V / \partial y$ の減少のために、非線形領域に入って間もなく減少する。なお図10(a)の $\overline{u^2}$ の生成率は振動時は静止時の分布形状をほぼそのまま上流側に移動したものになっている。図10(b)の $\overline{v^2}$ の生成率は振動時は静止時の分布形状を上流側に移動させたのみならず、最大値も増加しており、振動板の垂直方向振動が垂直方向変動のエネルギー生成率を増加させている。

次に、非線形領域内でのレイノルズせん断応力成分 $\overline{uv}$ の減少とその後の再増加を、流れ方向と垂直方向の変動速度両成分の寄与という観点から考察する。このため両変動速度の結合確率密度関数(以下 jpdf) $p(u/u', v/v')$ を求めた。図11にはそのコンターを代表的な6断面において示す。求めた垂直方向位置 y は、各流れ方向断面 x/h において、 $\overline{uv}$ が最大となる位置である。各図中の $p(u/u', v/v')$ の値を面積積分すると1になる。図11からわかるように、振動時の各 x/h におけるコンターは静止時におけるそれらを上流側に移動したものになっている。以下に各段階における静止時と振動時の特徴を検討する。

Fig. 12 Probability that the fluctuating velocity takes values of respective quadrant.

線形領域内であり、 $\overline{uv_{max}}$ が増加を続けている静止時 $x/h = 2$ 、振動時 $x/h = 1$ においては、jpdf は第 1 象限すなわち $u \geq 0, v \geq 0$ となる領域と第 3 象限すなわち $u \leq 0, v \leq 0$ となる領域において分布する範囲が広く、 $\overline{uv} > 0$ となることを裏付ける。また直線 $u/u' = v/v'$ に関してほぼ対称である。

線形領域の終点である、静止時 $x/h = 3$ 、振動時 $x/h = 1.5$ においては jpdf は少しゆがみ、第 1 象限内の範囲は狭く、第 3 象限内の範囲は広い。非線形領域に入り、 $\overline{uv_{max}}$ が減少する静止時 $4 \leq x/h \leq 5$ 、振動時 $3 \leq x/h \leq 4$ では、jpdf は次第に第 2 及び第 4 象限にも分布するようになる。この 2 つの象限では両変動速度が $\overline{uv}$ に負の寄与をするから、非線形領域初期に $\overline{uv_{max}}$ が減少することが裏付けられる。

$\overline{uv_{max}}$ が再増加する静止時 $5 \leq x/h \leq 10$ 、振動時 $4 \leq x/h \leq 8$ では、再び直線 $u/u' = v/v'$ に関して対称化する。静止時 $x/h = 10$ 及び振動時 $x/h = 8$ では、再び第 1 及び第 3 象限において広く分布している。

このような各象限における jpdf の分布を定量的に示すために、各象限内で jpdf を面積積分したものすなわち第 i 象限内に両変動速度が位置する確率 $p_{u,v,i}$ を求めた ($i = 1, 2, 3, 4$)。図 12 に各象限内の確率の流れ方向への変化を示す。線形領域で $\overline{uv_{max}}$ が増加している間も $p_{u,v,1}$ と $p_{u,v,3}$ は減少して $p_{u,v,2}$ と $p_{u,v,4}$ は増加する。非線形領域に入つて $\overline{uv_{max}}$ が減少する範囲でもこの傾向は続き、 $\overline{uv_{max}}$ が極小値となる静止時 $x/h = 5$ 及び振動時 $x/h = 4$ において $p_{u,v,1}$ と $p_{u,v,3}$ は最小となつて $p_{u,v,2}$ と $p_{u,v,4}$ は最大となる。下流で $\overline{uv_{max}}$ が再増加する静止時 $5 \leq x/h \leq 10$ 及び振動時 $4 \leq x/h \leq 8$ では、 $p_{u,v,1}$ と $p_{u,v,3}$ は増加して $p_{u,v,2}$ と $p_{u,v,4}$ は減少する。そして静止時の $10 \leq x/h$ 及び振動時 $8 \leq x/h$ では各象限における確率はほぼ一定となり、乱流遷移終了 (3・3 節で後述するように静止時 $x/h \approx 16$ 、振動時 $x/h \approx 10$) 後のそれらと変わらない。その一定値は、 $\overline{uv}$ に正の寄与をする $p_{u,v,1}$ と $p_{u,v,3}$ の和は静止時が約 0.66、振動時が約 0.68 であり、 $\overline{uv}$ に負の寄与をする $p_{u,v,2}$ と $p_{u,v,4}$ の和は静止時が約 0.34、振動時が約 0.32 となつて静止時と振動時の差異はほとんどない。すなわち本攪乱は乱流遷移を早めるが、乱流遷移後の特性には影響を及ぼさない。このように $\overline{uv_{max}}$ の減少や再増加過程においては、 $p_{u,v,i}$ が変化する。以上のように非線形領域内での $p_{u,v,i}$ の変化の傾向は、 $\overline{uv_{max}}$ の減少を反映する範囲、 $\overline{uv_{max}}$ の再増加を反映する範囲、そして $p_{u,v,i}$ が一定範囲の 3 範囲に分けられる。

3・3 乱流遷移進行の定量的表示

本節では、混合層遷移過程が線形領域、非線形領域及び偶然領域のすべてを通して定量的表示ができるかを調べる。まず本実験における全体を通しての遷移進行状況を概観する。

図 13, 14 に、各 x/h において u' が最大となる垂直位置 y における、 u の 0.2 秒間の波形とパワースペクトル密度を 6 断面において示す。図 13 の波形では静止時と振動時の $x/h = 0.5$ のみは他よりも縦軸を拡大して描いてある。以下、変動波形とパワースペクトルの両方から、各断面における特徴を見て行く。

静止時の $x/h = 0.5$ ではほとんど変動がない。パワースペクトル密度は U_0^2 で無次元化しているので小さい。線形領域終点の $x/h = 3$ では、低調波、基本波及び高調波周波数に対応する約 250, 480, 960Hz にパワースペクトルの極大が見られる。すなわち線形領域の終点でも低調波や高調波が認識できる。これは図 4 からわかる。

$x/h = 5$ では周期変動は波形にまだ残り、パワースペクトルでも約 200Hz の鋭い極大の他には約 100Hz に広帯域の卓越が現れる。3・1 節で前述した Hsiao-Huang が説明した渦合併の連続経過とは⁽⁸⁾、1 次低調波 $f_0/2$ が基本波 f_0 の合併によって出現し、 $f_0/2$ が飽和した後は、変調作用 ($f_0/2 + f_0/2$) によって自身の高調波すなわち f_0 を再

Fig. 13 Fluctuating velocity signals in the streamwise component.

Fig. 14 Power spectrum density of the streamwise fluctuating velocity.

び生み出すという一連の過程をたどり、2次低調波 $f_0/4$ 以降も同じ過程がポテンシャルコアの終点まで続くというものである。このような過程は基本波と低調波間の非線形相互作用に基づく側波帯不安定によると彼らは説明した⁽⁸⁾。この渦合併の連続経過の末に最終的に残る卓越周波数がプリファード周波数 f_p であるから、この約100Hzの広帯域はプリファード周波数と考えられる。実際、Hsiao-Huang はポテンシャルコアの終点付近においてプリファード周波数が $f_p = f_0/4$ で得られたと報告しているが、本研究においても前述のように静止時は $x/h \approx 6$ でポテンシャルコアが消滅し、また前述のように基本変動周波数 $f_0 \approx 480\text{Hz}$ であるため、Hsiao-Huang の報告に一致している。

$x/h = 7$ ではプリファード周波数のみが卓越する。Hsiao-Huang はプリファード周波数が残る断面までしか測定していないが、本研究では乱流遷移が完了するまで測定した。以下それを説明する。 $x/h = 10$ ではプリファード周波数も不明瞭になり、特定の卓越周波数のない連続スペクトルにほとんど移行しており、瞬時速度波形を見ても不規則な乱流変動のみである。 $x/h = 14$ ではほぼ完全に乱流に遷移している。

振動時においては、 $x/h = 0.5$ では振動周波数と同じ5Hzの正弦変動の振幅が大きく、その上に約400Hzの周期的な小振幅変動が重畳している。 $x/h = 1.5$ では振動周波数とその低調波周波数が見られ、静止時の $x/h = 3$ で見ら

れたような基本波, 低調波及び高調波も見られ, それらが 5Hz 変動に匹敵する. $x/h = 4$ では波形に不規則性が見られ始め, パワースペクトルもなめらかさが増して, 約 100Hz 付近の広帯域のプリファード周波数が現れる. ポテンシャルコア消滅位置は $x/h \approx 4$ であるため, やはりプリファード周波数が出現する位置にほぼ一致している. また静止時に比べて, より上流でプリファード周波数が出現することがわかる. $x/h = 6$ ではプリファード周波数の周期変動のみとなる. $x/h = 8$ ではプリファード周波数も不明瞭になり, 連続スペクトルにほとんど移行している. すなわちプリファード周波数が消滅する位置も静止時よりも上流である. $x/h = 10$ では乱流特有の不規則に変動する波形となる. 以上より, 静止時では基本周波数の周期変動がまず出現して, 次にその低調波や高調波変動が出現した後, プリファード周波数のみが卓越し, 最後に不規則変動に変化するという自然遷移過程が確認された. 振動時では板振動周波数の大振幅変動によって, 自然遷移過程における各段階での現象がより上流側で出現し, 静止時よりも乱流への遷移が早まることが示された.

さて, 流れの特徴的变化の重要なものには規則性から乱雑性への乱流遷移と, 乱雑場から秩序が現れる逆遷移 (reverse transition)⁽¹¹⁾がある. 乱流遷移にも境界層, 円管流, チャンネル流, 自由せん断流, Couette-Taylor 渦など, 各流れ場によって乱流遷移過程は異なるが, いずれも最終段階は乱流状態に入る, あるいは乱流アトラクターに引き込まれると言える. この過程をどのように表現するかは, 対象事象の複雑さ (complexity), 乱雑さ (randomness) をどのように捉えるかに関わり, 流体問題の範囲を大きく超えた広がりを持っているが^{(12)~(14)}, 物理現象中でも流れ場の変化が代表的な一つであることは広く認められている⁽¹⁵⁾. この複雑さ, 乱雑さの定量化の代表には計算機科学で中心的量として認められている Kolmogorov 複雑さ (通常 $K(x)$ と表記される) があり, その応用なども試みられているが, 物理現象に適した決定的な測度はまだ見出されていないと言ってよいであろう^{(15)~(18)}. 実験的立場から見るとこのような測度の重要な条件は測定が簡単なことである. その意味では佐藤らによって自由せん断流の乱流化に対して提案された雑然度⁽³⁾⁽⁴⁾は, 適用された例が他に見られないものの, 有意義と考えられる.

乱雑さから秩序が出現する逆遷移も工学的には伝熱に関係して重要であり, 著者らは平板乱流境界層が強い順圧力勾配下で層流に戻る過程を実験し, そこでは通常の間欠係数と確率密度関数のダイバージェンスを用いた⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾. 著者らの経験でも間欠係数は平板層流境界層の突起から発達する乱流くさび⁽²¹⁾⁽²²⁾, 円管の壁面突起から発達する乱流くさび⁽²³⁾, 円管壁面から吹き出した噴流によって発生した孤立乱流塊⁽²⁴⁾の広がりや表現には適しているが, そこでは熱線信号を乱流, 非乱流の 2 値化して用いるので, 本研究の混合層に見られるような段階的遷移過程を捉えるには必ずしも適していない.

そこでこの過程の測度としてまず, ここでは佐藤らの雑然度を適用してみる. これは速度変動のパワースペクトル分布において, 特定の周波数の付近で極大となる帯スペクトル部分を除いた連続スペクトル部分が占める割合で定義される. 線形領域や非線形領域では帯スペクトル及び特定の周波数のみにおいて極大となる線スペクトル部分が多く, 連続スペクトル部分は少ないので雑然度は 1 よりも小さな値になり, 乱流遷移が完了すれば線および帯スペクトルは消滅してすべて連続スペクトル部分となるため雑然度は 1 となる. 本研究におけるこの雑然度の求め方は付録で説明する.

図 15 に各 x/h において u' が最大となる y において, u のパワースペクトルから求めた雑然度の下流方向変化を示す. 静止時のノズル出口直後では層流であって, 周期変動が見られないためスペクトルはほぼ連続スペクトルとなって雑然度は 1 にきわめて近いが, 下流に行くに従って次第に周期変動が出現して増幅するために雑然度は減少して, 線形領域の終点である $x/h = 3$ で最小値をとった後, 今度は周期変動が衰えるため帯スペクトル部分が

Fig. 15 Streamwise variation of randomness factor.

減少して雑然度は増加する．雑然度が1近くのほぼ一定値となるのは $x/h \simeq 16$ であり，図13, 14の変動波形とパワースペクトルとも対照すると，この位置で乱流への遷移が完了していると考えられる．

振動時ではノズル出口直後から板振動周波数5Hzの周期変動が存在するので雑然度は静止時よりも小さい．この場合も静止時と同様にいったん減少した後に増加する．すなわち同じ値を，流れの状態が異なる二か所で取ることがある．最小となる断面は静止時よりも上流で，値が1近くのほぼ一定値となるのも，静止時よりも上流の $x/h \simeq 10$ であり，この位置で乱流遷移が完了していると考えられる．

このように帯スペクトルが減少して連続スペクトルに変化する過程に対しては，雑然度は単調に増加するので乱流遷移進行の定量的測度として有効と考えられる．しかし，最初に層流から周期変動が支配的になるまでの過程において雑然度が減少する事実は佐藤らは報告していない⁽³⁾⁽⁴⁾．壁面境界層において用いられる間欠係数は，遷移の進行と共に0から1まで単調に増加するが，雑然度は前述のように1からいったん減少した後に増加に転じて1に達する．このため最初の層流内のわずかな乱れと，遷移後の渦度を持つ乱流が雑然度では区別できない点に問題がある．

次に乱流遷移過程において速度変動の垂直方向への分布状況を見るために， u のパワースペクトルから求めた雑然度の x - y 平面上のコンターを図16に示す．図16中には，図4に示した $U/U_m = 0.99$ 及び 0.05 の白線も描いてある．図4と同様に白い領域は測定されていないことを表す．図16からわかるように雑然度は y 方向にも一定ではない．

静止時では，線形領域内の $x/h \leq 3$ においては変動速度が最大となる $0.95 \leq y/(h/2) \leq 1.0$ において雑然度が最小となり，周期変動が変動速度の増加に寄与することがわかる．全領域を通しての雑然度の最小値は非線形領域内の $4 \leq x/h \leq 6$ のノズル中心線 $y/(h/2) = 0$ 付近においてである．これは図4で示されたように，その付近で基本波変動や低調波変動のパワースペクトルが大きな値をとるためである．非線形領域において変動速度が最大となる垂直位置の $y/(h/2) \simeq 1$ において雑然度が最小にならないということは，そこにおける変動の増大には周期変動はもはや寄与しないことを意味する．また図15に示したような変動速度最大位置よりも，中心線上では雑然度が最小になるのが遅い．

振動時では，線形領域 $x/h \leq 1.5$ では静止時と同様に，変動速度が最大となる $y/(h/2) \simeq 0.95$ において雑然度が最小になる．全領域を通しての最小値は $1 \leq x/h \leq 2$ の $y/(h/2) \simeq 1$ であるが，静止時において最小となった非線形領域における $4 \leq x/h \leq 6$ のノズル中心に対応して，この振動時でも非線形領域の $2.5 \leq x/h \leq 4$ では雑然度はノズル中心の方が $y/(h/2) \simeq 1$ よりも小さい．すなわちポテンシャルコアがわずかに残る断面における

Fig. 16 Isocontour maps of randomness factor.

Fig. 17 Distributions of fluctuating velocity, randomness factor and power spectrum density.

そのポテンシャルコアにおいて雑然度は小さい。静止時と比較すると板振動によって乱流遷移は早まることがわかる。

最後に変動速度と雑然度すなわち周期変動との関係を詳しく調べる。線形領域の例として静止時の $x/h = 2.5$ を取り上げ、変動速度、雑然度及び基本周波数 f_0 と低調波周波数 $f_0/2$ におけるパワースペクトルの y 方向分布を図 17(a) に示す。変動速度が最大となる $y/(h/2) \approx 0.95$ では雑然度が最小となり、基本周波数 f_0 と低調波周波数 $f_0/2$ におけるパワースペクトルが大きい。また少し中心側に寄った $y/(h/2) = 0.7$ において変動速度が少し極大になるが、ここでも雑然度が極小になり、また両周波数におけるパワースペクトルがやや大きい。このことから、線形領域では基本波または低調波が支配的となる位置で速度変動が大きく、周期変動が速度変動の最大や極大に寄与していることが裏付けられる。

下流の非線形領域で規則変動が消滅してくると、図 17(b) に描いた代表断面 $x/h = 6$ からわかるように、変動速度の最大位置付近の $y/(h/2) = 1.0$ において雑然度がわずかに極小にはなるものの、中心側の変動速度の極大はなくなる。このように非線形領域では変動の最大値に周期変動は寄与しないことがわかる。雑然度の y 方向分布形状が $x/h = 2.5$ と 6 で異なるのは、図 16 からわかるように、雑然度は線形領域では変動速度の最大位置付近の $y/(h/2) \approx 0.95$ で最小となるのに対し、非線形領域では中心 $y/(h/2) = 0$ 付近で最小となるからである。

振動時は、図 17(c) に掲載した線形領域 $x/h = 1.5$ においては、変動速度が最大となる位置の近くで雑然度は小さくなり、また板振動周波数 f_e 、基本周波数及び低調波周波数におけるパワースペクトルが最大となって、振動時においても周期変動が速度変動の最大に寄与することがわかる。非線形領域の $x/h = 4$ (図 17(d)) においては、静止時 (図 17(b)) と同様に、変動速度が最大となる位置では雑然度は小さくならない。また雑然度は中心で最小となり、中心から離れるに従って単調に増加する。

4. 結 論

2次元噴流出口に形成される混合層の、局所的に低周波数で励起された小振幅攪乱による乱流遷移を実験的に調べて、本レイノルズ数の範囲で以下の結論を得た。

(1) 振動時の速度波形には振動周波数の周期変動がまず出現し、この上に自然遷移過程でも見られた基本周波数、低調波周波数及び高調波周波数での周期変動が重畳し、プリファード周波数のみが卓越した後、不規則変動が支配する乱流へ遷移する。また自然遷移過程でも見られた現象は、より上流から出現し、乱流遷移は早めに完了する。

(2) 非線形領域初期においては、混合層の広がりのために、流れ方向及び垂直方向平均速度の垂直方向勾配 $-\partial U/\partial y$, $-\partial V/\partial y$ が減少することによって、両方向変動速度やレイノルズせん断応力の生成率が減少する。このため両変動速度の成長は鈍化する。レイノルズせん断応力はいったん減少した後に再増加するが、これに伴って、レイノルズせん断応力に寄与する両変動速度が同符号になる確率が減少し、後に増加する。

(3) 振動時はノズル直後のレイノルズせん断応力やその生成率が静止時よりも早く増加し、それらの最大値も静止時より大きい。しかし攪乱の低周波数と小振幅のために、その影響は長くは続かない。

(4) 乱流遷移進行の定量的測度として、佐藤らによって提唱された雑然度を適用した。速度の周期変動が不規則変動に変化する過程では、雑然度は単調に増加して乱流遷移進行の測度として有効と思われるが、それよりも上流の、層流から周期変動が支配的になる過程においては、雑然度は単調に減少する。このように、流れの状態が異なる二か所で同じ値を取る点に雑然度の問題がある。

本実験には当時の徳島大学学生、濱田直樹及び安信友裕両氏のご協力を得た。また本研究の遂行には名古屋大学、中村育雄名誉教授のご指導を賜った。厚くお礼申し上げる。

付録 雑然度の求め方

ここでは本研究における雑然度の求め方を簡潔に述べる。図 18 に示す模式図は両軸とも線形尺度で描いてある。

(1) まず得られた原パワースペクトル (図 18(a)) に対して 5 点移動平均を行う (図 18(b)青線)。

(2) 5 点移動平均されたスペクトルに対して、周波数の増加とともに増加している区間だけ一定値となる擬似的連続スペクトルを求める (図 18(b)緑線)。

(3) 擬似的連続スペクトルの 0.2 倍を敷居値とする (図 18(b)赤線)。この 0.2 という値は、最終的に得られた雑然度の値と原スペクトルを見比べながら試行錯誤で決定した。

(4) 図 18(b)における 5 点移動平均スペクトル (青線) と擬似的連続スペクトル (緑線) の差を識別関数とする (図 18(c)青線)。図 18(c)には図 18(b)に描いた敷居値も再度赤線で描いてある。

(5) 識別関数を敷居値と比較し、敷居値以上なら帯スペクトル領域とみなす。このように判定された帯スペクトル領域を図 18(a)の原スペクトルから除いた連続スペクトル領域を図 18(d)に描いた。原スペクトルの極大を含む範囲が除去されていることがわかる。

(6) 連続スペクトル領域 (図 18(d)) の図上面積を原スペクトル (図 18(a)) の図上面積で除したものが雑然度 z である。

Fig. 18 Schematic diagrams for estimating randomness factor.

文 献

- (1) Durbin, P. and Wu, X., "Transition Beneath Vortical Disturbances", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol.39 (2007), pp. 107-128.
- (2) 佐藤浩, "自由剪断流の層流乱流遷移", 谷一郎 編, 流体力学の進歩 乱流 (1980), p. 50, 丸善.
- (3) 文献(2)の p. 75.
- (4) Sato, H., and Saito, H., "Fine-Structure of Energy Spectra of Velocity Fluctuations in the Transition Region of a Two-Dimensional Wake", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 67, Part 3 (1975), pp. 539-559.
- (5) 一宮昌司, 加藤敏宏, 森本努, "2次元噴流出口混合層に及ぼす局所周期攪乱の効果", 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 77, No. 774 (2011), pp. 424-436.
- (6) 巽友正, 後藤金英, 流れの安定性理論 (1976), pp. 116, 産業図書.
- (7) Sato, H., "Further Investigation on the Transition of Two-Dimensional Separated Layer at Subsonic Speeds", *Journal of Physical Society of Japan*, Vol. 14, No. 12 (1959), pp. 1797-1810.
- (8) Hsiao, F.-B., and Huang, J.-M., "Near-Field Flow Structures and Sideband Instabilities of an Initially Laminar Plane Jet", *Experiments in Fluids*, Vol. 9, No. 1-2 (1990), pp. 2-12.
- (9) Sato, H., "The Stability and Transition of a Two-Dimensional Jet", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 7 (1960), pp. 53-80.
- (10) Rotta, J.C., "Turbulent Boundary Layers in Incompressible Flow", Ferri, A., Kuchemann, D. and Sterne, L.H.G. ed., *Progress in Aeronautical Sciences*, (1962), pp. 44, Pergamon Press.
- (11) Sagués, F., Sancho, J.M., and Garcia-Ojalvo, J., "Spatiotemporal Order Out of Noise", *Reviews of Modern Physics*, Vol. 79, No.3 (2007), pp. 829-882.
- (12) Li, M., and Vitányi, P., "Kolmogorov Complexity and Its Applications", van Leeuwen, J. ed., "Handbook of Theoretical Computer Sciences, Vol. A", (1990), pp. 187-254, Elsevier and The MIT Press. (日本語訳, 廣瀬健, 野崎昭弘, 小林孝次郎, 監訳, "コンピュータ基礎理論ハンドブック I, アルゴリズムと複雑さ", (1994), pp. 185-262, 産業図書.)
- (13) 武田暁, "複雑性と科学", 科学基礎論研究, Vol. 26, No. 1 (1998), pp. 1-7.
- (14) 難波完爾, "複雑性の科学", 科学基礎論研究, Vol. 26, No. 1 (1998), pp. 9-16.
- (15) Badii, R., and Politi, A., "Complexity", (1997), Cambridge University Press. (日本語訳, 相澤洋二 監訳, 龍野正実, 時田恵一郎, 橋本敬, 秦浩起 訳, "複雑さの数理", (2001), pp. 14-21, 産業図書.)
- (16) Torres, M.E., and Gamero, L.G., "Relative Complexity Changes in Time Series Using Information Measures", *Physica A*, Vol.286, Issues 3-4 (2000), pp. 457-473.
- (17) Kreinovich, V., and Kunin, I.A., "Kolmogorov Complexity and Chaotic Phenomena", *International Journal of Engineering Science*, Vol.41, Issues 3-5 (2003), pp. 483-493.
- (18) Abel, M., Cencini, M., Falcioni, M., Vergni, D., Vulpiani, A., and Biferale, L., "On the Exit-Times Approach for ϵ -Entropy and Turbulent Signals", *Physica A*, Vol.280, Issues 1-2 (2000), pp. 49-59.
- (19) 一宮昌司, 中瀬敬之, 福富純一郎, 藤井新也, "順圧力こう配下の再層流化乱流境界層の特性", 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 61, No. 584 (1995), pp. 1264-1271.
- (20) 一宮昌司, 中瀬敬之, 福富純一郎, 藤井新也, "順圧力こう配下の再層流化乱流境界層の特性 (VITA 法によるバースト構造の解析)", 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 62, No. 594 (1996), pp. 483-490.
- (21) 一宮昌司, 中瀬敬之, 福富純一郎, 山名克巳, 福永雅昭, "平板上の突起より発達する乱流くさびの構造の研究", 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 59, No. 557 (1993), pp. 129-136.
- (22) 一宮昌司, 中瀬敬之, 福富純一郎, 近藤誠一郎, 筒井功, "平板層流境界層内の単一突起から発達する乱流くさびの特性", 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 67, No. 660 (2001), pp. 1983-1989.
- (23) 一宮昌司, 安倍智宏, 福富純一郎, 近藤正春, "円管助走部境界層の単一突起による遷移 (定常乱流領域の発達過程)", 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 73, No. 725 (2007), pp. 154-161.
- (24) 一宮昌司, 藤村勇斗, 玉谷純二, "周期的吹き出しによる円管助走部境界層の乱流遷移 (孤立乱流塊の発生条件)", 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 77, No. 774 (2011), pp. 214-226.