低レイノルズ数における臨界ノズルの形状に関する研究*

浅野 裕^{*1}, 中尾 晨一^{*2}, 八鍬 武史^{*1}

Optimum Shape of Critical Nozzles on Low Reynolds Numbers

Hiroshi ASANO^{*1}, Shin-ichi NAKAO and Takeshi YAKUWA^{*1} Hirai Co., Ltd. System Division
80-1, Inadaira-2, Musashi-murayama, Tokyo, 208-0023, Japan

For toroidal throat Venturi nozzles with various diffuser lengths and half angles, the behaviors of their critical back pressure ratios were experimentally investigated on the Reynolds number less than 2×10^4 . The results showed that the diffuser shapes provided in JIS Z 8767(2006) are not always adequate for flow measurements under the above Reynolds number range. The toroidal throat Venturi nozzle used for flow measurements under the Reynolds number less than 2×10^4 is desirable to have longer diffuser than 10 times of its throat diameter and its diffuser half angle should be around 3.5 degrees.

Key Words : Critical Back Pressure Ratio, Low Reynolds Number, Flow Measurement, Toroidal Throat Venturi Nozzle

1. はじめに

臨界ノズルは、気体の高精度流量計測用の流量計としてだけでなく、流量計を校正する標準器としても広く利用されている。臨界ノズルを用いて流量計を校正する場合、被校正流量計を臨界ノズルの下流側に直列に接続するのが一般的である。また、異なる複数の流量点で流量計を校正する場合には、校正流量値ごとに臨界ノズルを交換するより臨界ノズルの上流側の圧力を変化させて校正流量値を設定する方が効率的であり、JCSS 認定事業者である(株)平井が実施する校正業務でもこの方法がとられている。このとき、被校正流量計にはそれぞれ固有の上流側運転圧力値があり、校正時にはその値に保つ必要がある。臨界ノズル上流側の圧力に関しては、その上限値は校正装置の能力で決まり、下限値は被校正流量計の運転圧力値と臨界背圧比によって決まる(上流圧力=下流圧力/臨界背圧比)。したがって、臨界背圧比を大きくできれば臨界ノズル上流圧力の下限値を小さくすることができ、使用する臨界ノズルのレンジアビリティを広くすることが可能となる。

(株)平井が使用している臨界ノズルは、JIS Z 8767(2006)⁽¹⁾ で規定されているトロイダルスロートベンチュリノズル(図1 参照)で、ディフューザ部形状は、長さ $3d$ 、開口半角度 3° である。本論文ではこの形状のノズルを S0 と呼ぶことにする。図2は、(株)平井が所有する S0 の臨界背圧比と理論レイノルズ数(Re_{th})の関係を示している。ここで、理論レイノルズ数とはノズルスロート部全域が音速である理想的な場合の質量流量(Q_{mh})に基づくレイノルズ数である。図2 から分かるように S0 の臨界背圧比は、 $Re_{th}=5000$ 付近から減少をはじめ $Re_{th}=10^4$ 近傍で極小値を持つ。すなわち、S0 の臨界背圧比は、 $Re_{th}=5000$ 以上では上流側圧力に対して単調に増加しない。このために S0 を用いて流量計の校正を行う場合、 $Re_{th}=10^4$ 近傍では臨界を維持するために $Re_{th}=5000$ 近傍よりも 1.5 倍程度の大きな上流側圧力が必要となり、レンジアビリティが狭められてしまうだけでなくこの Re_{th} 域を含む校正業務を難しいものになっている。

中尾ら⁽²⁾は、ISO9300(1990)で規定されたトロイダルスロートベンチュリノズルのディフューザ部形状を様々に変えて実

* 原稿受付 2010 年 10 月 14 日

^{*1} 正員, (株)平井 (〒208-0023 東京都武蔵村山市伊奈平 2-80-1)^{*2} 正員, フローコル (神奈川県横浜市磯子区洋光台 4-27-7)

E-mail: asano-h@kk-hirai.co.jp

験を行っている。中尾らは、ディフューザ部長さを長くするほど臨界背圧比は大きくなるが $Ret_h=2000\sim7000$ においてはディフューザ部を長くした効果は得られず、図 2 の結果と同程度の臨界背圧比しか得られなかったと報告している。S0 の臨界背圧比が極小値をもつ理由については、ディフューザ内部に発達する境界層と衝撃波の干渉という観点から説明が試みられている。⁽³⁾

これまでの研究から図 2 に見られる臨界背圧比の極小値の発生は、 $Ret_h=2\times 10^4$ 以下の低レイノルズ数領域におけるトロイダルスロートベンチュリノズル特有の現象と考えられる。本論文では、参考文献(3)の結果をふまえて、流量計の校正時の障害になっている臨界背圧比の極小値の発生を S0 臨界ノズルのディフューザ部形状を変えることで防ぐことができないかという考えをもとに実験を行ったのでその結果について報告する。

Fig. 1 A shape of toroidal throat Venturi nozzle shown in JIS Z 8767(2006)⁽⁴⁾.

Fig.2 Relation between critical back pressure ratio and theoretical Reynolds number of S0 nozzle.

2. 実験

2.1 試験した臨界ノズル

実験に使用したトロイダルスロートベンチュリノズルは精密加工された人工サファイア製である。評価したノズルのスロート直径は全て約 0.6mm で、ディフューザ部の開口半角度は $1^\circ \sim 4^\circ$ 、ディフューザ部の長さは $3d \sim 10d$ である。

Table 1 Dimensions and name of nozzles tested.

Name of nozzle	Throat Diameter d	Diffuser Angle θ	Diffuser Length L
S11	0.605mm	3.51°	$10d$
S12	0.597mm	3.60°	$7d$
S13	0.596mm	3.50°	$3d$
S14	0.604mm	1.05°	$10d$
S15	0.599mm	1.46°	$10d$
S16	0.601mm	2.06°	$10d$
S17	0.601mm	2.36°	$10d$
S18	0.601mm	3.99°	$10d$

Fig.3 A picture of the mold of S11 nozzle.

今回の実験ではディフューザ部形状が重要なためにディフューザ部の精密な形状測定を行った。本論文で使用する臨界ノズルは、①スロート径が小さい、②人工サファイア製のため透過性が高い、などの理由でディフューザ部を通常の測定器で正確に測定するのが困難であった。そこで、シリコン系の型取り剤で型を取り、その型を光学顕微鏡で測定するという方法を用いた。使用した型取り材の容積変化率は 0.1%以下である。図3は、S11の実際に型取りした型の写真であ

る. 写真の右がノズルの入り口でスロート部, そこから直線的に延びるディフューザ部とノズル内部の形状が正確に捉えられていることがわかる.

型を抜き取った後, 光学顕微鏡により抜き取った型の角度, 長さを測定した. 角度, 長さは円周方向に異なった三方向からそれぞれ 5 回測定し, その平均値を算出した. その結果が表1にまとめている. 表1のディフューザ長さ L は, ディフューザ部の測定値をスロート直径 d で割り, 小数点以下を四捨五入して整数にしてある. 光学顕微鏡の測定の不確かさは, あらかじめ校正された角度ゲージ, ブロックゲージを測定することで求めた. その測定の拡張不確かさ(包含係数 $k=2$)は 1%以内であった. なお, 作製したノズルのいくつかを半分に切断し表面粗さ測定器で測定した結果, 臨界ノズルスロート内部の幾何表面粗さ Ra は $0.04 \mu\text{m}$ 以内であった.

2.2 装置概要と測定原理

Fig.4 A schematic diagram of nozzle to nozzle calibration apparatus.

図 4 に今回, 臨界背圧比を測定するために使用した実験装置の概要を示す. 装置は, (株)平井が開発した標準移転用流量計を二台直列に接続し, 上流側には(株)平井が所有する秤量タンクシステムで校正された参照標準臨界ノズルを, 下流側には試験する臨界ノズルを組み込んである. 上流側の臨界ノズルの背圧比は, 上下流の二つの臨界ノズルのスロート部断面積比(A_1/A_2)とほぼ等しいことから, この断面積比が 0.3 以下となるように上下流の二つの臨界ノズルを選定した. これにより上流側の臨界ノズルは, 臨界条件を確保するのに十分な圧力比を確保できる(図2参照). 各標準移転用流量計にはそれぞれ温度計と圧力計が組み込まれていて, 臨界ノズルから得られる流量値や流出係数を求めることができる. 臨界ノズルを通過する流量を変化させるために上流側圧力 Pu_1 を変化させて試験を行った. 値を実験は温度 $23^\circ\text{C} \pm 2^\circ\text{C}$ に管理されている室内で行われ, 試験中の参照標準臨界ノズルのレイノルズ数の変動は 0.1%以下であった. また, 本実験では試験気体として窒素ガスを用いた.

今回の実験において標準移転用流量計から発生する質量流量値の拡張不確かさ(包含係数 $k=2$)は流量によって異なり 0.25~0.33%である. また, 被試験臨界ノズルの流出係数の拡張不確かさ(包含係数 $k=2$)は 0.26~0.34%である.

2.3 流出係数の算出方法

- Q_m : 質量流量[g/min]
- Q_{mh} : 理論質量流量[g/min]
- A : 臨界ノズルのスロート部の断面積[cm^2]
- R : 普遍気体定数[$\text{JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$]
- Cd : 臨界ノズルの流出係数
- Pu : 臨界ノズルの上流よみ部の圧力[kPa]
- Tu : 臨界ノズルの上流よみ部の温度[K]
- κ : 比熱比

図 4 の実験装置で上下流の二つのノズルがともに臨界状態にあるとき, 上流側臨界ノズルを通過する気体の質量流量 Q_{m1} は, 流出係数 Cd_1 が既知なので上流圧力 Pu_1 と上流温度 Tu_1 から(1)式を用いて算出することができる. ここで添え字“1”は上流側ノズルの上流側条件を添え字“2”は下流側ノズルの上流側条件を指す.

$$Q_{m1} = Cd_1 \cdot Q_{mth1} \quad (1)$$

(1)式の Q_{mth1} は, Pu_1, Tu_1 における理論質量流量で次の式で与えられる.

$$Q_{mth1} = A_1 \cdot Pu_1 \cdot \sqrt{\kappa \cdot \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{(\kappa+1)/(\kappa-1)} \cdot \frac{N}{R \cdot Tu_1}} \quad (2)$$

ここで N は試験気体のモル質量である. また, 理論レイノルズ数 R_{eth} は 試験気体の粘度 μ を用いて次のように定義される.

$$R_{eth} = \frac{Q_{mth1} d}{\mu A} \quad (3)$$

質量保存の法則から下流側の臨界ノズルを通過する質量流量は同じ Q_{m1} であるから下流側の臨界ノズル上流温度 Tu_2 , 圧力 Pu_2 を測定することにより下流側の流出係数 Cd_2 を次の式により計算することができる. すなわち,

$$Cd_2 = \frac{Cd_1 \cdot Q_{mth1}}{Q_{mth2}} \quad (4)$$

この式を(2)式をもとに書きなおすと, (5)式を得る. (5)式から下流側臨界ノズルの流出係数 Cd_2 は, 上流側臨界ノズルの流出係数 Cd_1 が既知ならば, 上下流の臨界ノズルの上流側圧力温度を測定することで求めることができる.

$$Cd_2 = \frac{Cd_1 \cdot A_1 \cdot Pu_1 \cdot \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\kappa+1/\kappa-1} \cdot \frac{N}{R \cdot Tu_1}}}{A_2 \cdot Pu_2 \cdot \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\kappa+1/\kappa-1} \cdot \frac{N}{R \cdot Tu_2}}} = Cd_1 \times \frac{A_1 \cdot Pu_1}{A_2 \cdot Pu_2} \times \sqrt{\frac{Tu_2}{Tu_1}} \quad (5)$$

臨界背圧比の測定は, 直列に接続された二つのノズルが臨界状態にあることを確認してから行われる. 図 4 に示されている下流側臨界ノズルの下流の流量調節弁を用いて Pd_2 の調整を行い, 下流側臨界ノズルの背圧比(Pd_2/Pu_2)を変化させる. 下流側臨界ノズルが臨界状態を維持しているならば, 流出係数 Cd_2 は変化しないが, (Pd_2/Pu_2)がある値以上になり, 臨界状態が崩れ始めると Pu_2 が増加し(5)式から Cd_2 は減少をはじめる. この時点では, 上流側の参照標準ノズルの臨界状態はまだ維持されているので Q_{m1} は変化しない. 本論文では, Cd_2 の減少量が初期の一定値から 0.1% 小さくなった時の背圧比をこのノズルの臨界背圧比と定義する.

3. 結果

3.1 ディフューザ部の長さによる影響

まずディフューザ部長さの影響を調べるために, $Reth$ を変えて, スロート径, ディフューザ部開口半角度がほぼ同じでディフューザ部長さが $3d$, $7d$, $10d$ と異なる臨界ノズルの臨界背圧比を測定した. その結果を図 5 に示す. $S0$ に近い形状を持つ $S13$ の臨界背圧比は $Reth=4000$ 近傍において約 0.57 の極大値を取りその後単調に減少し, $Reth=15000$ 近傍で 0.45 程度まで低下する. 一方, ディフューザ部長さが長い $S11$, $S12$ では, $S13$ と異なり $Reth=3000$ 近傍で臨界背圧比の低下が見られるが(図の矢印部分), $Reth=4000$ 以上から臨界背圧比は単調に増加し続ける. また, ディフューザ部長さが $10d$ の $S11$ では, JIS B 7556⁽⁴⁾ に記載されているディフューザ部長さ $10d$ の臨界背圧比のデータとほぼ一致している. 図 5 の結果は, $Reth=2 \times 10^4$ 以下の低レイノルズ数においてもディフューザ部長さを $10d$ 以上にすることは臨界背圧比を大きくするために有効であることを示している.

図 6 は, 背圧比を変えた時の $S12$, $S13$, $S17$ の流出係数の変化の様子を示したもので, この図を基にその時の $Reth$ における各ノズルの臨界背圧比が決定される. この図からディフューザ部長さが $3d$ の $S13$ では, 背圧比が 0.45 近傍で流出係数が急激に落ち臨界が崩れていることが分かる. それに対して $S12$ や $S17$ では, 流出係数が大きく減少し, 臨界が崩れたと思われる背圧比はそれぞれ約 0.6, 約 0.75 とかなり大きい. しかし, 詳しく見てみると $S12$ では, 流出係数が背圧比 0.45 付近で減少し(図の実線矢印部分.)再びもとの値に回復していることが分かる. この傾向は $S17$ においてさらに顕著で流出係数の減少量は 0.1% 以上になりその範囲も広い. (図の破線矢印部分.) この場合も, その後 $S17$ の流

出係数は初期の値まで回復している。この現象は未成熟臨界 (premature unchoking) と呼ばれている。⁽⁵⁾ (株) 平井で所有している S0 及びディフューザ長さ $5d$ 以下のノズルにおいては、このような未成熟臨界現象は確認されておらず、ディフューザ部が $7d$ 以上と長くなった場合に発生するものと考えられる。これについては後で詳しく議論する。

Fig.5 Relation between diffuser length and critical back pressure ratio
(diffuser half angle θ is around 3.5°).

Fig. 6 Behaviors of discharge coefficient for back pressure ratio of S12, S13 and S17.

Fig.7 Relation between diffuser half angle and critical back pressure ratio
(diffuser length : $10d$).

3・2 ディフューザ部の開口半角度による影響

次に、ディフューザ長さを $10d$ に固定し開口半角度 θ を $1 \sim 4^\circ$ の間で変えて臨界背圧比と $Reth$ との関係調べた。これらノズルの $Reth$ に対する臨界背圧比の変化の様子が図 7 にまとめている。いずれのノズルにおいても $Reth$ が小さくなるにつれて臨界背圧比は減少していくが、ある $Reth$ において急激に減少する領域があることが分かる (図の矢印部分)。そして、その後臨界背圧比は、回復しもとの減少ラインに近い値へ戻るように見える。このように、臨界背圧比の減

少量や低下する Re_{th} 幅に差異はあるものの試験したすべてのノズルにおいて臨界背圧比が急に減少する Re_{th} 域があることがわかる。図8は、ディフューザ部の開口半角度 θ と臨界背圧比が急激に減少する Re_{th} (図7の矢印の値) との関係を示している。図8から、臨界背圧比が急激に低下する Re_{th} の値は、開口半角度が大きくなるにつれて単調に減少していくことが分かる。S0の臨界背圧比と Re_{th} との関係を示す図2の結果と JIS B 7556⁽⁴⁾ のディフューザ部長さ $10d$ の臨界背圧比の結果とは、 $Re_{th} = 2000 \sim 3000$ まではほぼ一致している。このことから、臨界背圧比の急激な減少が起こる Re_{th} の値がこの近傍であれば、臨界ノズルの使用時における臨界背圧比の減少の影響は小さいと考えられる。したがって、図8から急激な臨界背圧比の減少の影響を小さくするには、 θ としては 3.5° 以上が適切であると推測される。

Fig.8 Behaviors of theoretical Reynolds number at the local minimum of critical back pressure ratio for diffuser half angle.

図9は、S11($\theta = 3.51^\circ$)、S18($\theta = 3.99^\circ$)及び、S0($\theta = 3^\circ$)の三つのノズルの臨界背圧比と Re_{th} との関係を示したものである。S11とS18は、 $Re_{th} = 3000$ 近傍で臨界背圧比が急激な減少を示すことを含めてほぼ同程度の臨界背圧比を持つことを示しているが、S18では $Re_{th} = 3000$ 近傍での臨界背圧比は0.5以下でありS0の値よりもはるかに小さい。それに対して、 $Re_{th} = 3000$ 近傍のS11の臨界背圧比は減少後も0.54程度でほぼS0の値と同じである。したがって、同じような臨界背圧比の傾向を持ってもS18よりはS11の方が流量計測にとっては好ましいといえる。図10は、S11とS18の背圧比と流出係数の変動の様相を示したものである。S18とS11のどちらのノズルも背圧比0.5近傍で流出係数が一時的に減少する未成熟臨界現象(図の矢印部分)が発生しているが、流出係数の減少量はS11の方がわずかに小さい。また、S11では未成熟臨界後ほぼもとの値に戻っているが、S18では完全には戻っていない。この時のS11の未成熟臨界時における流出係数の減少は0.03%程度であった。

Fig.10 Behaviors of discharge coefficient for back pressure ratio of S11 and S18 ($Re_{th} = 3500$).

Fig.9 Relation between diffuser half angle and critical back pressure ratio of S0, S11 and S12.

4. 未成熟臨界現象(Premature unchoking)

図6で見られた未成熟臨界現象の発生は、図7で見られる Re_{th} の変化にともなう臨界背圧比の急激な減少と同様に臨

界ノズルを用いた流量計測の結果の信頼性という観点からきわめて重要な問題で、発生を防ぐ、もしくは発生してもその影響をできるだけ小さくすることが望ましいことは間違いない。

今回の実験結果では、未成熟臨界現象は、 $L=7d$ 以上の臨界ノズルにおいて必ず発生した。また、 $L=10d$ のディフューザ部を持つノズルでは、データにばらつきはあるものの全体的な傾向としては、ディフューザ部開口半角度が小さくなるほどその減少量も大きくなる傾向を示した。データのばらつきの要因は、製作上のわずかな形状の違いによるものと思われる。一方、未成熟臨界現象はCharles L.Brittonら⁽⁵⁾によっても報告されており、未成熟臨界における流出係数の減少量は0.3~6%で、開口半角度が大きいほど減少量は大きくなると述べている。Brittonの結果と今回の実験結果とは逆になっているが、ディフューザ部長さ、 $Reth$ など他の要因も含めて議論する必要があると思われる。しかしながら、未成熟臨界現象の発生とその大きさにとって、ディフューザ部長さと開口半角度が重要なパラメータであることは間違いない。

5. まとめ

$Reth=2 \times 10^4$ 以下の低レイノルズ数域においてトロイダルスロートベンチュリノズルのディフューザ部形状を変えて臨界背圧比と理論レイノルズ数との関係、未成熟臨界現象などについて詳細な測定を行った。その結果、

- (1) ディフューザ長さ $10d$ 、開口半角 3.5° のノズル(S11)では、 $Reth=4 \times 10^3$ 以上において、現在、主に使用されているS0と比較して臨界背圧比を0.1~0.3大きくすることができた。また、S11においても $Reth=3000$ 近傍で臨界背圧比の低下が認められたが、それでもその値は同じ $Reth$ におけるS0の値と同程度であった。
- (2) ディフューザ部を $7d$ 以上と長くすると臨界背圧比以下の背圧比で流出係数が減少する未成熟臨界現象が発生することが確認された。ディフューザ部の開口半角度を 3.5° 近傍にすることで未成熟臨界時の流出係数の減少量0.03%程度と小さくすることができた。しかし、その発生を完全に防ぐことはできなかった。
- (3) ディフューザ部開口半角度の大きさは、未成熟臨界発生時の流出係数の減少量には影響するが、未成熟臨界の発生自体には影響しない。
- (4) $Reth=2 \times 10^4$ 以下でトロイダルスロートベンチュリノズルを流量計測や流量計の校正に使用する場合、信頼ある流量計測を行なうためには、JIS Z 8767(2006)で規定されたディフューザ部形状よりもっと限定されるべきである。すなわち、①ディフューザ部長さは少なくとも $10d$ あることが望ましい。また、今回の実験では、開口半角度に関してはさらに厳しく、②この $Reth$ 域では 3.5° 近傍が最も適切である、という結果を得た。

今回の実験により、臨界ノズルのディフューザ部形状を変えることで、 $Reth=2 \times 10^4$ 以下の低レイノルズ数域において臨界ノズルを使用した流量計の校正や流量計測を行う場合のいくつかの問題点を改善できることが示された。今回の結果をもとに、さらに広い流量範囲や異なるスロート径のノズルに対してのディフューザ形状の効果を確認するとともに、臨界ノズルのディフューザ部形状を限定して作製することで、目的とする流量計測に適したより使いやすい臨界ノズルを提案できると考えている。

参考文献

- (1) JIS Z 8767:2006, 臨界ベンチュリノズル (CFVN) による気体流量の測定方法
- (2) 中尾 雄一, 音速ノズルの臨界特性と流出係数に関する実験的研究, 関東学院大学大学院博士論文, 1997年2月
- (3) S.Nakao, et.al., "Choking phenomena of sonic nozzles at low Reynolds numbers", *Flow Meas. And Instr.*, vol.11, pp.285-291, 2000.
- (4) JIS B 7556:2008, 気体用流量計の校正方法及び試験方法
- (5) Charles L.Britton, Richard W.Caron, "Unchoking Pressure Ratio for Critical Flow Venturies", *ASME FEDSM97* June 22-26, 1997