回転体に駆動される気液二相流の数値計算*

丹 愛彦^{*1,*3}, 青木 尊之^{*2}, 井上 景介^{*3}, 吉谷 清文^{*3}

Numerical Simulation of Two-Phase Flow Driven by Rotating Object

Naruhiko TAN^{*1}, Takayuki AOKI, Keisuke INOUE and Kiyofumi YOSHITANI

^{*1} Interdisciplinary Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology
4259 Nagatsuta-cho, Midori-ku, Yokohama, Kanagawa, 226-8503, Japan

Air-oil two-phase flows driven by a rotor with teeth are studied by a numerical simulation with an interface capturing Conservative Level Set method. The code has been developed on the rotating frame in cylindrical coordinate system. The experiments were also conducted and the snapshots of the oil distribution and the friction moment were compared with the numerical results. The pitch and the height of the tooth were taken as parameters to figure out the effect on gas-liquid interface profile and frictional moment. The behavior of the air-oil interface is in good agreement with the experiment at 100-rpm rotational speed. The detailed contribution of the pressure and the shear stress acting on the tooth surface is also understood. It is found that the numerical simulation is able to describe the two-phase flow very well at 100-rpm rotational speed and higher grid resolution is necessary in order to capture the phenomena at 500-rpm rotational speed.

Key Words : Gas-Liquid Two-Phase Flow, Flow Drag, Computational Fluid Dynamics

1. 緒 言

工業製品では潤滑や冷却等を目的として、気液二相流を積極的に用いるものが数多く見受けられる。中でも歯車に代表されるような回転体に駆動される気液二相流れ場は気相・液相が混在し、気液界面は大きく変形しながら分裂・合体を繰り返す。液相の分布は時々刻々複雑に変化する。このような流動場における潤滑や冷却性能を気液二相流解析によって詳細に予測し、回転体の構造や、オイル物性値、あるいは量を所望の性能を満足するよう設計することは、その現象の複雑さゆえ極めて困難である。一方、環境意識の高まりから潤滑・冷却構造のコンパクト化や軽量化が望まれており、エネルギー効率向上のため、攪拌抵抗を低く抑えつつも十分な冷却性能を確保する必要がある。以上から分かるように、オイルの攪拌状況、攪拌抵抗発生メカニズムやオイル挙動とそれに伴う熱輸送の高精度な予測と現象理解が強く望まれている。

単相流中の回転体の攪拌抵抗については古くから実験的、理論的な研究が行われており、最近では CFD による解析結果も見受けられるようになった。Al-Shibli⁽¹⁾らは歯車の空気中における回転損失を商用 CFD ソフトである FLUENT を用いた 2 次元計算によって計算し、実験との比較を行った。計算領域としては 2 歯分のみをモデル化し、円周方向には周期境界条件を適用して計算時間の削減を図っている。乱流モデルについて数種類の RANS モデルの比較を行った結果、回転損失に注目すると応力方程式モデルが実験値に最も近い値を与えている。3 次元性については 2 次元計算結果に補正を施すことにより対応し、実機での回転損失を推定している。このようにして得られた回転損失を実験結果と比較し、比較的良好な一致を得たとしている。しかし、3 次元性を再現するための補正は一般性に乏しく、形状が大きく変更した場合など妥当な補正が難しい。2 歯分よりも長波長の変動成分が存在する場合もまた、実機の現象を再現できない可能性がある。従って、回転損失予測手法の普遍性を確保

* 原稿受付 2011 年 5 月 7 日

^{*1} 正員, 東京工業大学大学院総合理工学研究科 (〒226-8503 神奈川県横浜市緑区長津田町 4259)

^{*2} 正員, フェロー, 東京工業大学学術国際情報センター (〒152-8550 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

^{*3} 日産自動車(株) (〒243-0123 神奈川県厚木市森の里青山 1-1)

E-mail: ntan@sim.gsie.titech.ac.jp

し、詳細なメカニズムの解析のためには3次元フルモデルでの数値計算が必要となる。その際に問題となる計算時間の増大を解決するためには、高効率な並列化技術が必須となる。

Hill⁽²⁾らは重合格子に対応した非構格子有限体積法ソルバーであるNPHASE-PSUにより、空気中における歯車の回転損失の3次元計算を実施し実験との比較を行った。3次元計算ではあるが、回転軸方向には対称境界条件を適用し歯車半分のみをモデル化することで計算時間の短縮を図っている。回転損失は圧力によるものと粘性によるものとに分類されるが、高レイノルズ数型と低レイノルズ数型の $k-\epsilon$ モデルを実験値と比較した結果、粘性による回転損失の予測という観点ではMenterの低レイノルズ数型Shear Stress Transport(SST)モデル⁽³⁾が実験値をより良く再現できるとしている。歯車の回転損失の内訳は低～中回転域においては圧力によるものが支配的であるため乱流モデルの影響は少ないが、高回転域では粘性による回転損失が全損失の50%以上を占める場合もあるため、乱流の取り扱いが重要であると述べている。加えて、歯面の圧力分布や速度分布に明らかな3次元性が存在することを数値計算により明らかにし、回転体の数値計算における3次元計算の必要性を示した。

Leprince⁽⁴⁾らは実験によってピニオンギヤの1部をオイルに浸漬した状態でのオイル温度やエアレーションが攪拌抵抗に与える影響を明らかにした。エアレーションが発生しない運転領域においては回転数が上昇するにしたがいオイル温度も上昇し、オイルの粘性係数は小さくなるため攪拌抵抗は小さくなる。ところが、エアレーションが発生する運転領域においてはオイル温度が上昇し粘性係数が小さくなっているにも関わらず、エアレーション量の増加に比例して攪拌抵抗が増加することを示し、高回転域の攪拌抵抗の予測に際してエアレーションの効果を考慮する必要があることを示した。Leprinceらの実験によるとオイル中の気泡含有率が10～15%以上で気泡の影響によって攪拌抵抗が上昇しはじめ、オイルの気泡含有率は4000rpm時で9%、6000rpm時で16%であった。したがって、4000rpm以下では気泡の影響は小さく無視することができるが、4000rpm以上での攪拌抵抗の予測のためにはグリッドスケールの気泡は気液界面を正確に追跡することにより直接捕獲しつつ、サブグリッドスケールの気泡に対してはサブグリッドモデルの開発と適用が非常に重要であると言える。

Arisawa⁽⁵⁾らはオイルによって潤滑される航空機エンジンのトランスミッションにおける攪拌損失予測と攪拌損失低減を目的とし、シュラウド形状の検討にVOF法を適用した。攪拌損失の絶対値は実験値とは乖離しているが、シュラウド形状違いによる攪拌損失の低減率は実験と良い一致を得たとしている。しかし、ここで採用されている乱流モデルの $k-\epsilon$ モデルは計算コストがリーズナブルな乱流モデルとして工業応用上、単相流の流れ解析に頻繁に使用されるが、気液二相流を前提として定式化されていないため本モデルを気液二相流に適用した計算結果の解釈には注意が必要である。加えて、対流項の離散化に1次精度風上スキームを用いており数値粘性が過剰に導入されている恐れがある。攪拌損失の低減率については実験を良好に再現できるものの、現象理解や詳細な解析は困難であるためシュラウド形状によって攪拌損失が増減する詳細なメカニズムについては考察されていない。現象の理解とそれに立脚した形状の最適化には高精度スキームの採用と正確な界面追跡法が重要となる。

気液二相流を対象とした回転体による攪拌損失の見積もりと現象の理解は極めて重要であるにも関わらず、詳細な研究が見受けられないのが現状である。本研究では、回転体の1部がオイルに浸漬した状態におけるエアレーション効果を含めた攪拌損失の予測と、潤滑と冷却性能の代用特性としてのオイル飛散状況の予測を最終目的とし、本報告では第一ステップとして基礎形状を対象に回転体による攪拌損失とオイル流動の予測のための気液二相流数値計算コードを構築する。本コードはサブグリッドスケールの気泡モデルを導入せずグリッドスケールの気泡のみ直接計算するため、Leprinceらが実験で明らかにした微小気泡による攪拌抵抗の上昇が現れる閾値よりも十分に低い回転数である、1000rpmまでを対象とする。乱流の取り扱いについては、現状では確立された気液二相流の乱流モデルが存在していないため陽的な乱流モデルは用いない。加えて、実験により攪拌損失の計測とオイル流動の可視化も実施し、数値計算との比較を行うことにより数値計算の妥当性の検証を行い、歯高、歯ピッチ角度を形状パラメータとし攪拌抵抗の発生メカニズムについて詳細な解析を行う。

本論文は以下のように構成される。第2章では回転する円筒座標系上における支配方程式を示す。第3章では支配方程式と界面追跡法の数値計算手法について述べ、第4章では実験装置の概要について述べる。第5章では数値計算結果と実験結果との比較を示し、その考察を行う。最後に第6章で結言を述べる。

2. 支配方程式

支配方程式として、回転する円筒座標系に乗って記述された非圧縮性 Navier-Stokes 方程式を以下に示す。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(u_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(u_z) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)u_r - \frac{1}{r}u_\theta^2 - 2\Omega u_\theta - r\Omega^2 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\nabla^2 u_r - \frac{u_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) - f_r + g_r \\ \frac{\partial u_\theta}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)u_\theta + \frac{1}{r}u_r u_\theta + 2\Omega u_r &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu \left(\nabla^2 u_\theta - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) - f_\theta + g_\theta \\ \frac{\partial u_z}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)u_z &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 u_z - f_z \end{aligned} \quad (2)$$

$\vec{u}$ は速度ベクトル, p は圧力, ρ は密度, ν は動粘性係数, f は表面張力, g は重力, Ω は回転体の角速度, ψ は計算セルの液相占有 (Volume of Fluid:VOF) 率を表す。密度と粘性係数を液相, 気相で切り替えることにより 1 つの方程式で気液二相を取り扱う。密度と粘性係数は液相と気相を判別するために $0 \leq \psi \leq 1$ で定義される VOF 率の関数として、以下の式で求められる。

$$\begin{aligned} \rho(\psi) &= \rho_g + (\rho_l - \rho_g)\psi \\ \mu(\psi) &= \mu_g + (\mu_l - \mu_g)\psi \end{aligned} \quad (3)$$

添字 g, l はそれぞれ気相, 液相を表す。表面張力 $\vec{f}$ は CSF モデル⁽⁶⁾により体積力として評価し、以下のように求められる。

$$\vec{f} = \frac{1}{\rho} \sigma \kappa \delta(\phi) \nabla \phi \quad (4)$$

σ は表面張力係数, ϕ は Level Set 関数⁽⁷⁾, κ は気液界面曲率, δ は気液界面法線方向に界面幅で積分することで 1 となる近似デルタ関数, $\vec{n}$ は気液界面の単位法線ベクトルを表す。気液界面の単位法線ベクトルと曲率は Level Set 関数から以下のように算出される。

$$\vec{n} = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \quad (5)$$

$$\kappa = \nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \quad (6)$$

また、近似デルタ関数は以下のように表される。

$$\delta(\phi) = \begin{cases} \frac{1}{2\varepsilon} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi\phi}{\varepsilon}\right) \right) & |\phi| \leq \varepsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

本研究では円筒座標系の解析対象を計算格子ごと回転させることにより回転体を表現する。重力は静止座標系から見て常に鉛直方向に作用しなければならないため、回転座標系上では以下のように時間とともに回転することになる。

$$\begin{aligned} g_r &= g \sin(\theta_0 + \omega) \\ g_\theta &= g \cos(\theta_0 + \omega) \end{aligned} \quad (8)$$

θ_0 は各格子点の初期位置, ω は初期位置からの回転角度, g は重力加速度を表す。

$$\omega = t\Omega \quad (9)$$

t は時間を表す。これらに加えて、VOF 率 ψ の保存方程式を解くことにより気液界面の追跡を行う。

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}\psi) = 0 \quad (10)$$

3. 数 値 計 算 手 法

3.1 非圧縮流体計算手法

非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の解法には SMAC 法⁽⁸⁾を用いる。変数配置はスタガード格子を用いセル中心に圧力, VOF 率, 密度, 粘性係数等のスカラーを配置し, セル面に速度, 外力等のベクトルを配置する。対流項の離散化には 3 次精度 WENO スキーム⁽⁹⁾を適用し, その他の項は 2 次精度中心差分により近似し, 3 次精度 TVD Runge-Kutta 法により時間積分を行う。圧力 Poisson 方程式は 2 次精度で離散化し, みずほ情報総研製の行列ソルブライブラリを用いて AMG-BiCGSTAB 法によって解を求める。境界条件は, 速度はノンスリップ, 圧力についてはノイマン境界とし計算格子数は半径方向:80, 周方向:576, 奥行き方向:80 を用いた。本計算コードは MPI ライブラリによって並列化されており, 東工大 Tsubame2.0 Grid cluster 上で 128CPU cores を用いて計算を実行した。

3.2 界面追跡手法

Front Tracking 法⁽¹⁰⁾, Level Set 法⁽⁷⁾, Volume of Fluid 法⁽¹¹⁾等に代表されるように, これらの改良も含めて様々な界面追跡法が提案されている。それらは保存性や界面形状の捕獲といった点においてそれぞれ一長一短を有しており, アプリケーションに応じた適材適所の使い分けが重要となる。

本研究では次の点に注目し界面追跡法の選択を行う。回転体による液相の巻き上げや空気の巻き込みを再現するため, VOF 率の保存が保証される手法が必須である。回転体の攪拌により気液界面が激しく変形することによって数値拡散が生じてしまう可能性があるため, 気液界面の数値拡散も抑制できる手法が望ましい。以上より, VOF 率の保存が保証されるとともに VOF 率の再構築のプロセスを含む Conservative Level Set (CLS) 法⁽¹²⁾⁽¹³⁾を採用する。

3.2.1 VOF 率の移流

VOF 率の正確な輸送のためには高精度なスキームが必要となる。Olsson ら⁽¹²⁾⁽¹³⁾はセル中心に定義された VOF 率の線形補間によりセル面の flux を算出し, 気液界面の数値振動を抑えるために Superbee リミターを組み合わせることで VOF 率の輸送を行った。Desjardins ら⁽¹⁴⁾は高次の補間関数によってセル面の flux を算出することにより, VOF 率の輸送精度を向上させた。高次の補間関数によってセル面の flux を求めているため界面付近において多少の数値振動が起きており, それは計算に悪影響は及ぼさない程度としているが, 本研究での計算対象は回転体により液相と気相が激しく攪拌され空気の巻き込みや液滴の分裂・合体等が繰り返されるため, 計算の安定性の観点からオーバーシュート・アンダーシュートを抑制するスキームが望ましい。数値振動を抑制する高精度スキームとして WENO スキームが良く知られているが, 本研究では Suresh らによって提案され, 5 次精度 WENO スキームよりも数値拡散が少ない高精度の単調性スキームである MP5 (Monotonicity Preserving) スキーム⁽¹⁵⁾を適用する。

3.2.2 VOF 率の再構築

高精度の移流スキームを適用したとしても, VOF 率の移流を繰り返す内に数値拡散によりシャープな界面を保てなくなってしまう。界面が不鮮明になってしまうと気液界面の詳細なプロファイルが再現できなくなってしまうことに加えて, さらに数値拡散が進めば気相・液相の判別も困難になってしまう可能性がある。Conservative Level Set 法では適当な頻度で VOF 率の再構築を行うことにより気液界面幅が一定に保たれる。以下の式を用いることにより VOF 率を保存しつつ再構築を行うことができる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} + \nabla \cdot (\psi(1-\psi)\vec{n}) = \nabla \cdot (\varepsilon \nabla \psi) \quad (11)$$

τ は物理時間とは関係のない仮想時間で, ε は気液界面幅を決定するパラメータである。 ψ の離散化については 2 次精度で評価し, 3 次精度 TVD Runge-Kutta 法により時間積分を行う。

本研究では気液界面形状の情報を得るために VOF 率に加えて Level Set 関数を活用する。気液界面付近の Level Set 関数を VOF から算出した後, 以下の式により Level Set 関数を一定の距離まで作成し界面の単位法線ベクトルと曲率を算出する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial \tau} + S_0 (|\nabla \phi| - 1) &= 0 \\ S_0 &= \frac{\phi_0}{\sqrt{\phi_0^2 + \varepsilon^2}} \end{aligned} \quad (12)$$

3.3 数計算手法の検証

3.3.1 気液界面追跡法の検証

気液界面追跡法のベンチマーク問題である single-vortex 問題⁽¹⁶⁾によって Conservative Level Set 法のテストを行い、Level Set 法との比較を行う。計算領域は $[0, 1] \times [0, 1]$ とし、 $(0.5, 0.75)$ を中心とする半径 0.15 の円を配置した状態を初期状態とする。移流速度は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} u(x, y, t) &= 2 \sin^2(\pi x) \sin(\pi x) \cos(\pi y) \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right) \\ v(x, y, t) &= -2 \sin(\pi x) \cos(\pi x) \sin^2(\pi y) \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

t, T は時刻と周期を表す。 $t = T/2$ で速度場が反転し $t = T$ で初期状態に戻る。ここでは $T = 8$ として格子解像度を $64 \times 64, 128 \times 128, 256 \times 256$ の 3 通りでテストを行い、以下の式によって厳密解との誤差を評価した。

$$\text{Error} = \frac{\sum |\psi_{i,j}^{\text{exact}} - \psi_{i,j}^{\text{numerical}}|}{N_x N_y} \quad (14)$$

N_x, N_y は x, y 方向の計算格子数を表す。Level Set 法と Conservative Level Set 法による誤差と格子解像度に対する収束性を表 1 に示す。誤差の絶対値は Conservative Level Set 法の方が小さいが、格子解像度に対する収束性は Level Set 法が高い結果となった。これは粗い解像度では消失していた体積が解像度を上げることで回復した分も精度向上に含まれているためである。本解析対象においては全ての微小な気液界面スケールを解像できる程の格子解像度を用いることは困難であるため、解像度不足でも体積を保存しつつ界面形状の捕獲精度が高い Conservative Level Set 法を採用する。

3.3.2 気液二相流計算の検証

気液二相流計算のベンチマークとして良く知られているダム崩壊問題により本研究で開発したコードの検証を行う。計算条件は図 1 に示すように Martin らの実験⁽¹⁷⁾ ($a = 2.25 \text{ in.}, n^2 = 2$) に合わせて 初期水柱幅 0.05715m, 初期水柱高さを 0.1143m とした。物性値は $\rho_{\text{water}} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\mu_{\text{water}} = 1.137 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\rho_{\text{air}} = 1.226 \text{ kg/m}^3$, $\mu_{\text{air}} = 1.78 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\sigma = 7.28 \times 10^{-2} \text{ N/m}$ を用い計算格子は 128×128 とした。

重力により崩壊した水柱の先端到達距離と高さの時間推移を計算と実験で比較したグラフを図 2 に示す。無次元化された先端到達距離、高さ、それぞれの時間は、 $Z = \xi/a$, $T_z = nt\sqrt{g/a}$, $H = \eta/(an^2)$, $T_h = t\sqrt{g/a}$ と表される。 ξ, η, g, a はそれぞれ先端到達距離、水柱高さ、重力加速度、初期水柱高さ及び幅である。図より、先端到達距離、水柱高さともに他の計算手法を用いた既報告⁽¹⁸⁾と同程度に実験を非常によく再現しており、本気液二相流コードの計算精度が示された。

4. 実験装置概要

実験装置の概要を図 3 に示す。回転体 (以降、本解析で用いる回転体をロータと呼ぶ) はオイル流動の可視化のため透明なアクリルケースの中に収められ、交流式ダイナモメータによって駆動される。ダイナモメータとロータの間にトルク計測機を設置することにより攪拌抵抗と回転数を計測し、オイル流動の様子は高速度カメラ (Photoron FASTCAM) によって撮影する。攪拌抵抗と回転数は PC へと出力され、PC 上でデータを収録し時間平均される。高速度カメラの解像度は 512×512 ピクセルとしフレームレートは 100, 500, 1000 rpm 時にそれぞれ 1000, 5000, 10000fps とする。高速度カメラで撮影された映像はギガビットイーサネットによって PC へと転送され保存される。また、軸受け等により発生する機械損失は予め実験的に回転数の関数として取得し、全攪拌抵抗が

Table 1 Errors and convergence rates for single-vortex problem for T=8.

No. of grid	Level Set	Order	Conservative Level Set	Order
64×64	7.084E-2	N/A	1.986E-2	N/A
128×128	2.113E-2	1.75	4.818E-3	2.04
256×256	4.910E-3	2.11	1.310E-3	1.88

Fig. 1 Computational condition of the dam-break problem.

Fig. 2 Comparison of the experiments and the numerical results for the dam-break problem.

Fig. 3 Experimental set-up.

ら機械損失を引くことによりオイルによる攪拌抵抗を求める。モータケースと温度調整機が油圧回路によって繋がれており、温度調整されたオイルがモータ内に供給される。実験中はオイルとベアリング温度を監視しながら温度のばらつきがなるべく小さくなるよう実験を実施した。

5. 数値計算結果

一定速度で回転する円筒座標系流体方程式と、第3章で示した界面追跡法とを適用した気液二相流コードによって、ロータの回転により駆動される気液二相流の解析を行なう。計算対象を図4(a)に示す。ロータが円筒形のケースの中央に配置され、その一部が液相に浸漬される。ロータは図4(b)に示すように周期的に凹凸を設けた円筒形状とし、パラメータとして凹凸の深さと幅を表2のように選択する。凹凸深さと幅(以降、歯高さ、歯ピッチ角度と呼ぶ)と回転数をパラメータとし、気液二相流がロータの攪拌抵抗に与える影響について数値計算と実験の詳細な比較を行う。計算に用いた物性値は、 $\rho_l = 829\text{kg/m}^3$, $\mu_l = 4.77 \times 10^{-2}\text{Pa}\cdot\text{s}$, $\rho_g = 1.2\text{kg/m}^3$, $\mu_g = 1.8 \times 10^{-5}\text{Pa}\cdot\text{s}$, $\sigma = 7.2 \times 10^{-2}\text{N/m}$ を用いた。オイルの静的接触角は 85° とし動的接触角は静的接触角と同等とした。

5.1 気液界面プロファイルの比較

数値計算結果のVOF値が0.5の等値面を気液界面とし、以降のレンダリング表示を行っている。図5(a)に実験と数値計算で得られたロータ No.1 の100rpm時の気液界面の瞬時値のプロファイルを示す。オイルが巻き上げられる高さや、ロータ歯先外周に付着し歯先間をつなぐように形成される筋状のオイル、ロータによってかき上げられたオイルが飛散する様子といった特徴的な気液界面形状が実験と数値計算とで非常に良く一致していることが分かる。

図5(b)にロータ No.2 における実験と数値計算の比較を、ロータ下部の拡大図を図6に示す。ロータがオイルに突入する際に溝部に空気を取り込まれ、気泡が生成される現象がロータ No.2 においてのみ実験で確認することができた。溝部に取り込まれた空気は周囲のオイルとの速度差から生じるせん断によって溝部から離脱し、気泡となって油面へと上昇する。図6に示すように気泡の取り込み、離脱を数値計算によっても再現できていることが分かる。

ロータ No.1 の歯先間をつなぐように形成される筋状のオイルは、他のロータタイプの実験においても確認されている。しかし、ロータタイプ No.3 の100rpm時の気液界面プロファイル(図5(c))では一部のオイルがロータから離れ飛散している様子が実験と数値計算の両方で確認できる。歯ピッチ角度が広いため隣接する歯先にオイルが到達する前にオイルが重力によって溝部に落下し、歯面に衝突することによってオイルの飛散が発生したと考えられる。

最も歯高の低いロータ No.4 では図5(d)に示すように他のロータタイプに比べてオイルの乱れが少なく、全体的にロータにオイルが張り付いており歯先間を結ぶ筋状のオイルは実験、数値計算ともに確認されない。

Fig. 4 Configuration of the computational domain.

Table 2 Parameters of the rotor in the numerical simulation.

Rotor No.	d[mm]	α [deg]	β [deg]	h[mm]
1	200	60	30	10
2	200	30	15	10
3	200	120	60	10
4	210	60	30	5
5	190	60	30	15

(a) Rotor No.1.

(b) Rotor No.2.

(c) Rotor No.3.

(d) Rotor No.4.

(e) Rotor No.5.

Fig. 5 Comparison between experiments and numerical results on the oil-air interfaces for different rotors for 100rpm.

Fig. 6 Zoom-in views of air entrainment by the rotor teeth for the rotor No.2 at 100rpm.

Fig. 7 Comparison between experiments and numerical results on the height of oil lifted up by the rotor.

歯高が最も高いロータ No.5 では図 5(e) に示すようにロータによるオイルの乱れが大きく他のロータタイプと比べて最も高い位置までオイルがかき上げられ、歯先間をつなぐ筋状のオイルも形成されていることが実験と数値計算で確認できる。

ロータにより持ち上げられたオイルがケースと接する高さを実験と数値計算とで比較することにより、気液界面プロファイルの定量的な評価を行なった。オイルが持ち上げられる高さを H_s とし、歯高 h とピッチ角度 α の変化に伴う H_s の変化を図 7 に示す。歯高が最も低い場合は持ち上げられるオイルの高さは低くなり、歯高が 10mm, 15mm の場合は歯高の影響はあまり大きくない。ピッチ角度が最も大きい場合には図 5(c) から分かるようにスプラッシュは上がるものの、ケースに接するオイルの高さは低くなる。以上より、オイルが持ち上げられる高さについて実験と数値計算とで定量的に良く一致することが確認された。

5.2 攪拌抵抗値の比較

本論文で取り扱うロータの実用面での特性は攪拌抵抗で評価される。攪拌抵抗は損失となり機器のエネルギー効率を低下させてしまうため、メカニズムの解明と予測が重要となる。ここでは実験と数値計算で攪拌抵抗の比較を行い、開発した数値計算コードの妥当性の確認を行う。攪拌抵抗はロータ回転軸まわりにかかるトルクであり以下のように表される。

$$T = \sum [\vec{k} \cdot (\vec{r} \times \vec{F})] \quad (15)$$

ここで $\vec{k}$ は回転軸方向の単位ベクトル、 $\vec{r}$ は回転中心と力が作用する点を結ぶベクトル、 $\vec{F}$ は力を表し数値計算では以下の式のようにロータ全表面で積分することにより攪拌抵抗を算出する。

$$T = T_{pressure} + T_{shear} \quad (16)$$

$$T_{pressure} = \sum \left\{ \vec{k} \cdot [\vec{r} \times (P \vec{n}_\theta \Delta S)] \right\} \quad (17)$$

$$T_{shear} = \sum \left\{ \vec{k} \cdot \left[\vec{r} \times \left(\mu \frac{\Delta u_\theta}{\Delta h} \vec{t}_\theta \Delta S \right) \right] \right\} \quad (18)$$

$T_{pressure}$ と T_{shear} はそれぞれロータ表面にかかる圧力とせん断応力に起因する攪拌抵抗を表し、 P は物体表面にかかる圧力、 $\vec{n}_\theta$ はロータ表面の単位法線ベクトルの回転方向成分、 ΔS は物体表面格子の面積、 μ は粘性係数、 Δu_θ は物体表面速度と物体表面から第1層目計算セルの円周方向速度の差、 Δh は物体表面から第1層目計算セルの速度定義点までの距離、 $\vec{t}_\theta$ はロータ表面の単位接線ベクトルの円周方向成分を表す。計算では攪拌抵抗が準定常状態に落ち着いた後の3回転分を時間平均する。

実験ではトルクセンサによって攪拌抵抗を計測する。25°C に温度調節されたオイルを所定値まで満たし所望の回転数に達した時点でデータ収録を開始する。サンプリングレートは100ミリ秒とし、10秒間の時間平均をとる。実験装置の回転開始からデータ収録までに要する時間は数秒程度であり、オイル温度変化や気泡の混入によるデータのばらつきは極力少なくなるようにしている。

5.2.1 ロータ回転数の影響

潤滑油がもたらす攪拌抵抗について表2に示すそれぞれのロータ形状に対して100, 500, 1000rpmの3通りの回転数で数値計算を行った。実験と数値計算とで得られたロータ No.1 の攪拌抵抗を回転数に対してプロットし変動幅をエラーバーで示したものを図8に示す。500rpmでは実験値と多少の乖離は認められるものの、回転数の上昇に伴う攪拌抵抗の上昇傾向を良く再現している。1000rpmの結果については第5章5節にて述べる。

5.2.2 ロータ形状の影響

各回転数における歯高と攪拌抵抗の関係について実験と数値計算を比較したグラフを図9(a)に示す。100rpmでは数値計算と実験は良く一致しているが、回転数が500rpmでは実験より数値計算の方が若干低いことが確認でき

Fig. 8 Frictional moment for the rotor No.1 as a function of rotational speed.

(a) Frictional moment as a function of teeth height.

(b) Frictional moment as a function of teeth angle.

Fig. 9 Dependencies of the teeth height and the angle on frictional moment.

る。また、概して実験、数値計算ともに歯高の影響は少ないことが分かる。歯高と同じように歯ピッチ角度の攪拌抵抗への影響もあまり大きくないが、歯ピッチ角度が大きくなると変動幅も大きくなることが図 9(b) から確認できる。

5.3 攪拌抵抗の発生メカニズム

ロータがオイルを攪拌する際の抵抗は、歯面にかかる圧力とロータとオイルの速度差によるせん断応力によるものと 2 つがある。数値計算から得られた 100rpm 時の攪拌抵抗は実験値を良く再現しているため、ロータにかかる圧力とせん断応力分布を詳細に調べ攪拌抵抗の発生メカニズムを明らかにする。

それぞれのロータタイプについてロータ表面の圧力とせん断応力分布の瞬時値を図 10 に示す。図中の赤く塗りつぶされた部位はロータ回転軸方向の中心断面でのオイルの占めている領域を表している。式 (17),(18) を用いて圧力とせん断応力をロータ表面で積分することにより攪拌抵抗を算出し、回転角度に対してプロットしたものを図 11 に示す。図 10 ではせん断応力よりも圧力の値が卓越しているが、圧力が攪拌抵抗に寄与するのは主に歯面のみである一方、せん断応力は歯面を含む広い範囲で作用するため、図 11 に示すように、圧力起因の攪拌抵抗とせん断応力起因の攪拌抵抗とはほぼ同等となる。図 10 の Time A~D は、図 11 の A~D と時刻が対応しており、図 10 と図 11 とを対比することによりロータの攪拌抵抗の変化について詳細を述べる。

ロータ No.1 の 100rpm 時におけるロータ表面の圧力とせん断応力分布の図 10(a) を見ると、歯面がオイルに進入しオイルを捕獲して動かし始める時に大きな圧力が発生していることが分かる。これは図 11(a) の時刻 B で圧力による攪拌抵抗が極大を示しているところに対応しており、この現象は絶対値は異なるものの全てのロータ形状で確認されている。せん断応力は歯の外周面とロータ側面に分布しており、圧力で確認されるような空間的な強弱は小さい。

次に歯ピッチ角度と歯高を変化させたロータ No.2~No.5 について、ロータ No.1 を基準として攪拌抵抗の詳細を調べる。

ロータ No.2 は歯間のピッチが狭いために歯間に捕獲されるオイルが少なく、歯面の急激な圧力上昇は確認できない(図 10(b))。結果として図 11(b) に示すように、圧力起因の攪拌抵抗の変動と寄与が小さくなることが分かる。せん断応力による攪拌抵抗はロータ No.1 と殆ど変らないため、せん断応力による攪拌抵抗が支配的となっている。

ロータ No.3 は歯ピッチが広い歯間に保持されるオイル量が多く、歯面がオイルに進入する時刻 B では歯面にかかる圧力が大きくなりその後小さくなることが図 10(c) から分かる。歯面にかかる圧力の変化は攪拌抵抗にも反映されており、時刻 B で圧力起因の攪拌抵抗が極大を迎えた後に減少し、次の歯面がオイルに進入する直前では攪拌抵抗への寄与がほぼなくなることが図 11(c) でも確認できる。溝部でもせん断応力が発生している点特徴的である。

ロータ No.4 は歯高が低いため歯面に対して大きな圧力はかからない(図 10(d))。また、せん断応力は主にロータ側面と歯先で発生しているが溝部のロータ側面に近い部位でも発生しており、歯によってかき分けられたオイルが溝部のロータ側面付近に接触した結果と考えられる。せん断応力による攪拌抵抗が 5 種類のロータの中で最も大きくなっていることが図 11(d) から分かる。

ロータ No.5 は歯高が高く歯面で捕獲するオイルが多いために、歯面にかかる圧力が大きくなる(図 10(e))。歯面にかかる圧力の値はロータ No.3 の方が大きいですが、歯面の面積がロータ No.5 の方が大きいため図 11(e) に示すように圧力起因の攪拌抵抗はロータ No.5 が最も大きくなっていることが分かる。せん断応力による寄与はロータ No.1 とほぼ同程度であり変動も小さく、5 種類のロータタイプの中で唯一、圧力起因の攪拌抵抗がせん断応力起因の攪拌抵抗を上回っている。

5.4 攪拌抵抗値に関する考察

前々節では回転数の上昇に伴う攪拌抵抗の上昇傾向が数値計算によって良く再現できたが、ロータ形状の変化に伴う攪拌抵抗の変化は特に高回転において実験との乖離があることが分かった。前節では形状によってロータ表面の圧力とせん断応力分布は大きく異なり、従ってそれぞれに起因する攪拌抵抗の大きさも異なることが示された。本節では実験と数値計算の差異と、ロータ表面の圧力とせん断応力分布が攪拌抵抗に及ぼす影響について考察を行う。

図 8 に示すように回転数の上昇に伴う攪拌抵抗の上昇傾向は数値計算によって良く再現できることが示されたが、本数値計算コードでは陽的な渦粘性の形の乱流モデルを導入していないため、500rpm では高波数の変動成分を捉えるには格子解像度が不足していると考えられる。攪拌抵抗の上昇傾向を概ね再現できているのは移流項の

(a) Rotor No.1.

(b) Rotor No.2.

(c) Rotor No.3.

(d) Rotor No.4.

(e) Rotor No.5.

Fig. 10 Snapshots of the pressure and the shear stress distribution for 100rpm.

Fig. 11 Frictional moment due to the pressure and the shear stress.

計算に用いた WENO スキームの上流化と単調化が高波数の変動成分を減衰させるフィルタの役割を担い、乱流モデルの渦粘性に類似した働きをしているためと考えられる。よって本解析体系における 100rpm については、陽的な乱流モデルを用いることなく空間的に積分された量である攪拌抵抗の定性的傾向を算出可能であると言える。しかしながら、500rpm を超える攪拌抵抗の定量的な予測や、流れ場の詳細な構造や時間変動を予測するためには適切な乱流モデルが必要になると予想される。

歯高と歯ピッチ角度をパラメータとしてロータ形状が攪拌抵抗に与える影響について調べた結果、図 9 にあるように 100rpm では実験と良く一致するが、500rpm 以上で特に歯高が低い時には実験との乖離が大いことが明らかになった。これは計算格子数を固定しているため歯高が小さくなると溝部を表現する計算格子数が少なくなり、オイルの捕獲を再現しにくくなるためと考えられる。または、歯高が低くなることで攪拌抵抗に対するせん断応力の寄与がより支配的となり、境界層の解像度が十分でないことが顕在化してしまったとも考えられる。このことから、さらなる高解像度計算の必要性が示されている。

実験を良く再現している 100rpm において、ロータ表面の圧力とせん断応力分布の瞬時値について詳細に調べた結果、図 10 に示すようにそれらはロータ形状に大きく依存することが分かった。基準とするロータ No.1 に対して歯高が高く、歯ピッチ角度が大きい程、歯間に捕獲されるオイル量が多く歯面にかかる圧力の値も高くなっていると考えられる。一方で歯高が低く、歯ピッチ角度が小さい程、歯間に保持されるオイル量が少なく歯面にかかる圧力は小さくなったと思われる。圧力をロータ表面で積分した結果、図 11 に示されるように歯高が高い程、圧力に起因する攪拌抵抗の極大値が大きくなることにも反映されている。ところが、ロータ No.1 と歯間ピッチ角度が大きいロータ No.3 の圧力起因の攪拌抵抗の極大値はほぼ同程度であることが分かった。歯面にかかる圧力はロータ No.3 の方が大きいですが、圧力起因の攪拌抵抗に寄与する歯面の数がロータ No.1 の方が多いため、積分した結果同等の値となったと考えられる。せん断応力に起因する攪拌抵抗は比較的変動が少なくロータ間での差も小さいが、ロータ No.3 と No.4 はせん断応力が発生する面積が大きいため攪拌抵抗への寄与が多少大きくなっている。

5.5 格子解像度の影響

格子解像度が不足していると予想される 500rpm において半径方向：160、円周方向：1152、奥行き方向：160 の格子を用いた高解像度計算を実施し格子解像度の影響を調べた。実験と $80 \times 576 \times 80$ と $160 \times 1152 \times 160$ の格子解像度を用いた数値計算で気液界面形状を比較したものを図 12 に示す。100rpm とは大きく異なり細かな気液界面プロファイルが発生しており、 $80 \times 576 \times 80$ ではそれらを解像できていないことが分かる。 $160 \times 1152 \times 160$ の解像度ではより細かな液滴や気液界面形状が捉えられており、解像度を上げることでより良く実験を再現できることが確認できる。

図 13 に格子解像度を変化させた時の、圧力とせん断応力起因の攪拌抵抗を合わせた攪拌抵抗を示す。 $160 \times 1152 \times 160$ の計算格子を用いた気液二相流の高解像度計算を攪拌抵抗の評価が可能となる準定常状態まで計算することは、今回は計算機リソース確保という観点から困難であったため、0.65 秒までの計算結果によって比較を行う。オイルの流動状況が回転数によって大きく異なるのと同様に、図 9, 11, 13 から、回転数によって攪拌抵抗の変動幅が大きく異なることが確認できる。また、500rpm において微小な気泡の発生が確認できるが、Leprince らが実験

Fig. 12 Comparison of the oil-air interfaces with different grid resolutions for the rotor No.1 at 500rpm.

Fig. 13 Comparison of the total frictional moment(due to the pressure and the shear stress) with different grid resolutions for the rotor No.1 at 500rpm.

的に明らかにした微小気泡が攪拌抵抗に影響を与える閾値よりも十分に低い回転数であるため、気泡の影響は無視することができる。図8から500rpm時の攪拌抵抗値は実験に対して計算の方が低く算出されていたが、解像度を上げることで計算による攪拌抵抗は大きくなり実験結果に近づくことが分かる。このことから、500rpm以上ではさらなる高解像度の計算が必須であることが示されている。以上の結果から1000rpmに対しても $80 \times 576 \times 80$ の計算格子では解像度不足であり、信頼のできる計算結果とは言えないが参考値として図8,9に示した。計算結果は実験結果と比較的近い値となっているが、これは十分信頼できる結果とは言えないので、ここではこれ以上の議論は行なわないこととする。

6. 結 言

一定の速度で回転する系に乗った円筒座標系で記述した流体方程式に対し、界面追跡法を導入した気液二相流計算コードを開発した。ロータに駆動される気液二相流の数値計算に適用し、気液界面プロファイルと攪拌抵抗という観点から実験との比較を実施した。加えて、数値計算結果から攪拌抵抗の発生メカニズムを調べた結果、以下に示す知見を得た。

100rpm について：

- 回転円筒座標系によってロータを表現し、気液界面追跡法に Conservative Level Set 法を用いた本数値計算コードによって、ロータの形状違いによる気液界面プロファイルについて、実験結果と良好な一致を得た。
- セン断応力に起因する攪拌抵抗は比較的時間変動が小さく、その値は異なるロータ形状に対する感度が小さいことを数値計算によって明らかにした。
- 歯面にかかる圧力値は歯ピッチ角度が大きい程大きくなるが、ロータ全表面で圧力が積分された結果、圧力起因の攪拌抵抗値は歯高が高い程大きくなることが分かった。ロータ表面の圧力値と、それに起因する攪拌抵抗の大小は必ずしも一致しないことを初めて数値計算によって示した。
- 実験では計測が難しいロータ表面における圧力とせん断応力分布を数値計算によって明らかにすることにより、攪拌抵抗発生のメカニズムの解析が可能であることを示した。

500rpm について：

- 回転数の上昇に伴い上昇する攪拌抵抗値は、数値計算と実験との定性的な比較においてその傾向は概ね一致し、本数値計算コードの妥当性が確認できた。
- ロータの形状が攪拌抵抗に与える影響について、高回転域において定量的評価を行うためには、より高い解像度が必要なことが分かった。

以上より、回転体に駆動される気液二相流現象の理解と予測へ向けての可能性を示し、高い見通しを得ることができた。今後は高回転域での現象解明のため高解像度計算が必要であると考えられる。

文 献

- (1) Al-Shibl, K., Simmons, K., Eastwick, C.N., “Modelling windage power loss from an enclosed spur gear”, *Journal of Power and Energy, Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers, Part A*, vol. 221 (2007) pp. 331-341.
- (2) Hill, M.J., Kunz, R.F., Noack, R.W., Long, L.N., Morris, P.J., and Handschuch, R.F., “Application and Validation of Unstructured Overset CFD Technology for Rotorcraft Gearbox Windage Aerodynamics Simulation”, *Proceedings of American Helicopter Society 64th Annual Forum*, (2008).
- (3) Menter, F.R., “Zonal Two Equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamics Flows”, *AIAA Paper*, 1993-2906 (1993).
- (4) Leprince, G., Changenet, F., Ville, P., and Jarnias, F., “Influence of oil Aeration on Churning Losses”, *Proceedings of Japanese Society of Mechanical Engineers International Conference on Motion and Power Transmissions*, (2009), pp. 463-468.
- (5) Arisawa, H., Nishimura, M., Imai, H., and Goi, T. “CFD Simulation for Reduction of Oil Churning Loss and Windage Loss on Aeroengine Transmission Gears”, *Proceedings of American Society of Mechanical Engineers Gas Turbine Technical Congress and Exposition*, (2009), pp. 1-10.
- (6) Brackbill, J.U., Kothe, D.B., and Zemach, C., “A Continuum Method for Modeling Surface Tension”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 100 (1992), pp. 335-344.
- (7) Sussman, M., Smereka, P., and Osher, S.J., “A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 114 (1994), pp. 146-159.
- (8) Amsden, A.A., Harlow, F.H., “A simplified MAC technique for incompressible fluid flow calculations”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 6 (1970), pp. 322-355.
- (9) Jiang, G., Peng, D., “Weighted ENO schemes for Hamilton-Jacobi equations”, *Society for Industrial and Applied Mathematics Journal on Scientific Computing*, Vol. 21 (1997), pp. 2126-2143.
- (10) Unverdi, S.O. and Tryggvason, G., “A front tracking method for viscous, incompressible multi-fluid flow”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 100 (1992), pp. 25-37.
- (11) Hirt, C. and Nichols, B.D., “Volume of fluid method for the dynamics of free boundaries”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 39 (1981), pp. 201-225.
- (12) Olsson, E. and Kreiss, G., “A conservative level set method for two phase flow”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 210 (2005), pp. 225-246.
- (13) Olsson, E., Kreiss, G., and Zahedi, S., “A conservative level set method for two phase flow II”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 225 (2007), pp. 785-807.
- (14) Desjardins, O., Moureau, V., and Pitsch, H., “An accurate conservative level set/ghost fluid method for simulating turbulent atomization”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 227 (2008), pp. 8395-8416.
- (15) Suresh, A. and Hyunh, H., “Accurate Monotonicity-Preserving Schemes with Runge-Kutta Time Stepping”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 136 (1997), pp. 83-99.
- (16) LeVeque, R., “High-resolution conservative algorithms for advection incompressible flow”, *Society of Industrial and Applied Mathematics Journal of Numerical Analysis*, Vol. 33 (1996), pp. 627-665.
- (17) Martin J.C. and Moyce W.J., “An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane”, *Philosophical Transactions of the Royal Society*, Vol. 224 (1952), pp. 312-324.
- (18) 根岸秀世, 姫野武洋, 山西信宏, “CIP-LSM による自由表面流の数値解析 (ダム崩壊問題での検証)”, 第 19 回数値流体力学シンポジウム予稿集, (2005).