二孔より噴出する非定常衝撃波流れの レーザー干渉 CT 計測へのハイブリッド ART の適用*

稲毛達朗^{*1}, 土倉直^{*2}, 宇田川真介^{*2}, 太田匡則^{*3}, 前野一夫^{*2}

Application of Hybrid ART to Laser Interferometric CT on Unsteady Shock Waves Discharged from Two Parallel and Cylindrical Nozzles

Tatsuro INAGE^{*1}, Sunao TSUCHIKURA, Shinsuke UDAGAWA,
Masanori OTA and Kazuo MAENO

^{*1} Graduate School of Engineering, Chiba University
1-33 Yayoi, Inage, Chiba, 263-8522 Japan

The three-dimensional (3-D) density distribution of unsteady flow field was observed by using Laser Interferometric Computed Tomography (LICT) measurement. A diaphragmless shock tube was used to produce shock waves with high reproducibility. In our previous study, density distribution of flow field was reconstructed by ART (Algebraic Reconstruction Technique). In this paper Hybrid ART is applied to LICT measurement to reduce the artifact of reconstructed image. In our case, a computational fluid dynamics (CFD) simulation is applied to the 3-D flow fields as a CFD. Hybrid ART is the combination of CFD and ART. The reconstructed 3-D density distribution from CFD is used as the initial condition of ART. As the results reconstructed images by Hybrid ART are compared with ART, together with the precise discussion. In reconstruction results by Hybrid ART, it is confirmed influence of the density distribution interpolated initial distribution.

Key Words : Shock Wave, Flow Visualization, Unsteady Flow, Hybrid ART

1. 緒 言

近年, ロケットや超音速航行が可能な航空機に代表される航空宇宙分野の目覚ましい発展に伴い, 衝撃波を含むような高速な非定常流れ場における様々な現象が世界で広く研究されるようになった. 現在, 流れ場の可視化手法として一般的に用いられているものはシュリーレン法や干渉縞法といった手法である. しかしながら, これらの手法はどれも 2 次元的な計測手法であり, 流れ場の 3 次元構造を実験的に解明することが困難である. 本研究では, LICT 法(Laser Interferometric Computed Tomography, レーザー干渉 CT 法)を適用し, 衝撃波構造を 3 次元的に計測解析することを目的としている. CT 法とは, 計測対象物の多方向 2 次元投影像を再構成計算することにより, 計測対象物の 3 次元内部構造を計測する手法である. この CT 法による流れ場の 3 次元計測は, 亜音速流については L. T. Clark ら⁽¹⁾によって既に行われており, また超音速流においては C. Soller⁽²⁾ らによって行われている. しかしながら, これらの研究はいずれも定常流れについて行われたものであり, 非定常な流れ場を対象とした 3 次元計測例は世界でも少ないのが現状である. 本レーザー干渉 CT 法では窒素レーザーによるマッハツェンダー干渉計と CCD カメラを用いて撮影された有限干渉縞の多方向投影像から, 衝撃波背後の 3 次元密度場を再構成する. 多方向投影像を得る方法として, 光学観測系は一つに固定し, 開口端モデルを回転させる方法がとられている. CT 再構成計算法としては FBP (Filtered Back Projection) 法に加え, 代数的再構性法の代表的な手法である加法的 ART (Algebraic Reconstruction Technique), 多方向投影データから求める分布を確率論的に最も確からしくするように推定していく方法の

* 原稿受付 2011 年 7 月 28 日

^{*1} 正員, 千葉大学 (〒263-8522 千葉県千葉市稲毛区弥生町 1-33)

^{*2} 千葉大学

^{*3} 学生員, 千葉大学

E-mail: inage@graduate.chiba-u.jp

MLEM (Maximum Likelihood Expectation Maximization) 法が適用されてきた^③。これまで、四角孔より噴出する衝撃波流れ場^④を始め、二孔円形開口端から噴出する衝撃波流れ場^⑤に対して LICT 計測が適用された。その結果、流れ場断面の擬似カラー表示や擬似シュリーレン表示^⑥ 3次元等密度面表示、さらに分布合成シュリーレン表示によって、詳細に衝撃波を含む3次元非定常流れ場内部構造を定量的にとらえることに成功している。しかしながら、円柱物体等の障害物を含むような衝撃波流れ場を対象とした計測においては、レーザー光が障害物を通過できないため、投影データに欠損が生じる。これらの不完全投影データを基にした再構成画像には多くのアーティファクトが生じ、データ欠損部に対する内挿の必要性が指摘されている^⑦。これまでに線形補間法によるデータ欠損部の内挿が試みられ、一定のアーティファクトの減少は認められたが、これらの手法は物理的、あるいは解析の根拠に乏しいため、内挿法の改良の必要性が指摘されている。内挿法の改良の一手法として、E. Yavuz らは、GPS を用いた電離層における電子密度の3次元計測において、TLS (Total Least Square) によって求めた電離層モデルの電子密度分布を初期分布として ART により再度再構成をおこなった Hybrid Algebraic Reconstruction Technique (Hybrid ART) ^⑧を報告している。本研究では、E. Yavuz らの概念を参考にして、障害物による投影データの欠損に対する新しい再構成法として3次元の密度分布に対する数値計算結果を初期分布として用いる Hybrid ART を提案する。本論文では、著者らが提案する Hybrid ART の再構成法としての評価を行った。対象とする流れ場は、再構成法としての評価を行うために、局所的データ欠損のない二孔より噴出する衝撃波流れ場を採用した。Hybrid ART による再構成結果を ART による再構成結果と比較することにより、Hybrid ART の10ステップ毎の収束状況、および収束値と誤差について考察を行い、本レーザー干渉 CT 計測結果に対する Hybrid ART の再構成手法としての評価を行う。

2. 実験装置

2・1 実験装置

実験装置の概略図を図1に示す。本研究では無隔膜衝撃波管を用いて衝撃波を発生させている。本研究室の無隔膜衝撃波管は2つのピストンを用いたオリジナルの衝撃波管である。無隔膜の駆動部により、繰り返し実験を短い時間間隔で行うことができ、高い実験効率と再現性を保つことが可能である。断面形状が40mm²の正方形の低圧管内に形成された入射衝撃波は、観測部入り口に設置された回転モデル内の2つの円形管を伝播した後、開口端から観測部に放出される。観測部に生じた流れは、開口端モデル直前の衝撃波管側壁に設けられた圧電素子を衝撃波が通過するときに発生する電圧信号が Delay pulse generator (DPG) へ送られ、DPG から遅延信号により発振される N₂パルスレーザー(パルス幅=10ns)を発光源としたマッハツェンダー干渉計による有限干渉縞画像として、CCD カメラによって撮影される。撮影された画像はパソコンに保存され、その後、解析と再構成が行われる。本実験では、モデル直前の衝撃波管側壁に設けられた圧電素子を衝撃波が通過するときに発生する圧力変動信号をオシロスコープ(OSC)へ取込み、得られた圧力波形の変動分と1次元衝撃波理論式により求めた圧力変化を比較して、回転モデルへの入射衝撃波マッハ数 M_i を求めています。また、回転モデル出口における衝撃波マッハ数 M_e は、回転モデル円管内における衝撃波流れ場を、オイラー方程式を基礎方程式とした数値解析により求めている。

Fig.1 Layout of Experimental Apparatus

Fig.2 Coordinate system of rotation model

2・2 二孔円形開口端モデル

CT 法を適用するために流れ場の多方向投影像を得る必要があるが、本研究における実験装置の構成上、観測系を回転させる事は難しい。従って本研究では観測部の入口に設置された開口端モデルを回転させることにより、流れ場の多方向投影像を得ている。図 2 に本研究で用いた二孔円形開口端モデル（円管直径 $D=4\text{mm}$ ）の座標系 (x, y) 、観測部内に入射されるレーザーの光軸方向 s 、および回転角 θ を示す。また、二孔の位置関係として 2 つの開口端の中心位置の距離が 8mm となっている。

一般的に衝撃波を含む非定常現象は非常に高速であり、一回の衝撃波の生成につき 1 枚の画像しか得られない。従って本研究では無次元先頭波面位置 Z_s/D を定義し、繰返し実験においてこのパラメータを $\pm 1.1\%$ 以内に揃えることによって衝撃波流れ場の多方向等投影像を得ている。ここで、 Z_s は開口端モデルの壁面から初期衝撃波の画像上の先頭波面までの位置であり、 D は開口端直径の画像上の大きさである。図 3 の無次元先頭波面位置 $Z_s/D = 2.50$ 、回転角 $\theta = 0^\circ$ における有限干渉縞画像において初期衝撃波先頭波面位置 Z_s および開口端直径 D を示す。

Fig.3 Finite-fringe interferogram

Projection data on the vertical line A-A' in Fig.3
(Rotating angle : $\theta = 0^\circ$)

Fig.4 Projection data

3. 投影データ

本 LICT 法において投影データは、窒素レーザーを光源としたマッハツェンダー干渉計を介して有限干渉縞画像として CCD カメラによって撮影される。撮影された画像から、縞の移動量 ΔH および平行縞間隔 H_0 を取得し計算することにより、光路方向に積分された密度の変化量の分布を得ることができる。実験により得られた有限干渉縞画像を光路 s に沿って積分された密度の変化量は次の式によって導かれる。

$$\int (\rho(x, y, z) - \rho_0) ds = \frac{\Delta H}{H_0} \times \frac{\lambda}{K} \quad (1)$$

ここで、 ρ_0 は初期密度分布、 λ はレーザー光波長 (337.1nm)、 K はグラッドストン・デイル定数 ($2.38 \times 10^{-4} \text{m}^3/\text{kg}$) である。投影データとして、図 4 に図 3 における直線 A-A' における縞の移動量をプロットしたものを示す。

4. 再構成法

4・1 ART

ART (Algebraic Reconstruction Technique) とは、代数的再構成法のことであり、逐次近似法を用いた代表的な再構成法である。繰返し計算を行う反復法であるため、雑音に対して強いという利点がある。

計算手順としては、まずある適当な初期値 $f^0(x, y)$ を与え、そこから擬似投影データ $R^n(X, \theta)$ を計算する。次に、計測された投影データ $P(X, \theta)$ と擬似投影データ $R^n(X, \theta)$ との差をとり、その差を擬似投影データの計算に用いた全格子数で割った値をその格子点全点に加える。以上の操作を $\theta = 0^\circ \sim 175^\circ$ まで 5° おきに繰り返し、これを 1 ステップと定義する。以下に計算式を示す。ここで、 n は近似回数であり、 $f^n(x, y)$ は近似回数 n の画素値、 $R^n(X, \theta)$ は、この画素値から計算される擬似投影データ $C(X, \theta)$ は擬似投影データの計算に用いた全格子数であり、 $P(X, \theta)$ は計測された投影データである。

$$f^{n+1}(x, y) = f^n(x, y) + \frac{P(X, \theta) - R^n(X, \theta)}{C(X, \theta)} \quad (2)$$

4・2 Hybrid ART

Hybrid ART とは従来の再構成法である ART の初期値として他の手法により求めた 3 次元の物理量分布を用いる再構成法である⁽⁸⁾。通常 ART の初期値は $f^0(x, y) = a(a: \text{定数})$ として一様な物理量分布が設定されるが、Hybrid ART は、この初期値を $f^0(x, y) = g(x, y)$ とし、ART 以外の手法により求められる物理量分布 $g(x, y)$ を ART における初期値として利用する。

本研究における Hybrid ART の適用法としては、初期値として CFD 計算結果(CFD ファントム)を用いる。CFD ファントムを用いることによりデータの欠損部に対する物理的考察を含むアプローチが可能になると考えられ、また CFD 計算結果と実験データによる再構成結果との直接比較も容易に行うことができる。

5. CFD ファントム

二孔円形開口端から放出される衝撃波とその背後に誘起された流れ場の数値計算には、基礎方程式に 3 次元 Euler 方程式系、計算スキームに Harten-Yee type 二次精度風上型 TVD スキーム、時間積分は Shu と Osher の三次精度 Runge-Kutta 法を用いた。初期条件として開口端モデル出口での衝撃波マッハ数 M_e を 2.3 とし計算を行った。計算結果は、試験気体として高圧部に He 、低圧部に N_2 を用い、二孔より噴出する無次元先端波面位置 $Z_s/D=2.50$ 、初期衝撃波マッハ数 $M=2.0$ の実験条件において本干渉 CT 計測結果と定性的に良い一致が得られている。図 5 は数値計算結果を擬似カラー表示したものである。擬似カラー表示は、初期密度 ($\rho_0=0.22\text{kg/m}^3$) で無次元化された密度分布をカラー表示した結果で、図 5 左部に表示している x - y 断面は y - z 断面に示す A 断面である。本研究では、実験結果と同様の無次元破面位置 $Z_s/D=2.50$ における数値計算結果を CFD ファントムとして、Hybrid ART に適用する。

Fig.5 CFD phantom

6. 結果と考察

6・1 ARTによるCT計測結果

図 6 に、これまでの研究で報告されている 2 孔円形開口端における衝撃波流れの再構成結果の一例を示す⁽³⁾。再構成法は ART により計算された結果である。図 6-(a)、図 6-(b)が y - z 断面における結果で、図 6-(a)に擬似カラー画像を図 6-(b)に DCSI (Distribution Combined Schlieren Image)を示す。擬似カラー表示は無次元密度分布を示したもので、DCSI とは密度の勾配である擬似シュリーレン表示を擬似カラー表示に重ね合わせた画像である。擬似シュリーレン表示により、初期衝撃波の波面、渦輪の形状を確認することが可能で、DCSI 表示により PSW (Primary shock wave), CS (Contact surface), Vortex, SSW (Secondary shock wave)といった現象の形状と同時に無次元密度分布が定量的に表示されている。図 6-(c)、図 6-(d)に表示してある画像は y - z 断面の垂直線 B-B'の位置に相当する x - y 断面の結果を示している。図 6-(c)には DCSI 表示により PSW, Vortex の断面形状と無次元化された密度分布が定量的に計測されている。そして、図 6-(d)は CFD による計算結果を DCSI 表示した画像で、レーザー干渉 CT 計測結果と定性的に良い一致が得られている。

Fig.6 DCSI and pseudo-color images reconstructed by ART and CFD image

6・2 収束状況と誤差評価

今回新しく適用した Hybrid ART の評価を行うため、二孔より噴出する衝撃波流れ場を対象として ART, Hybrid ART の二つの再構成法により、それぞれ再構成を行った。Hybrid ART の初期値としては CFD ファントムを採用し、その 10 ステップ毎の収束状況、および収束値を ART による再構成結果と比較することにより Hybrid ART の評価と考察を行う。図 7, 図 8 は ART, Hybrid ART による 0-40 ステップまでの再構成結果を各々 10 ステップごとに表示したものである。断面は図 5 で示した A 断面であり、表示方法は擬似カラー表示を用いている。以下、この断面について議論することにより Hybrid ART の収束状況、および収束値について議論を行う。収束状況の比較は、ステップ数 $n-10$ およびステップ数 n における再構成結果 $f_n(x, y)$ を用いて式(3)により行う。

$$df_{n-10,n} = |f^{n-10}(x, y) - f^n(x, y)| \quad (3)$$

それぞれの再構成法による 10 ステップごとの再構成結果を比較することにより、再構成法による収束状況の評価する。なお、計算領域全体において $df \leq 0.001$ となるステップ数を収束点とする。また、ART による収束結果と Hybrid ART による再構成結果を比較することにより、収束値の誤差評価を行う。ART による再構成結果の収束値を $f_{ART}(x, y)$, Hybrid ART による再構成結果を $f_{HART}(x, y)$ として、誤差評価は式(4)により行った。

$$E_{\rho} = \frac{|f_{ART}(x,y) - f_{HART}(x,y)|}{f_{ART}(x,y)} \times 100 \quad (4)$$

Fig.7 CT images reconstructed by ART

Fig.8 CT images reconstructed by Hybrid ART

6・3 収束状況

図9はARTとHybrid ARTによる10ステップごとの再構成結果を式(3)により各々比較した結果である。 n は比較した二つの再構成結果のステップ数である。ARTによる再構成はステップ数30-40においてほぼ変化していないことから、収束ステップ数は30-40であるといえる。Hybrid ARTによる再構成においては20-30ステップにおいて、わずかに画素値の変化が見られるが計算領域全体においてよく収束しており、30-40ステップにおいてはほぼ変化が見られない。従って、Hybrid ARTによる再構成における収束ステップ数は約30ステップであるといえ、収束速度はARTよりも10回程度早くなることが示された。しかし、ARTの収束値である $n=40$ ステップにおける再構成結果とHybrid ARTによる10ステップごとの再構成結果をそれぞれ式(3)により比較した図10を見ると、Hybrid ARTによる再構成では $n=10$ ステップにおいて、既にARTの再構成結果に対する最大誤差が、計算領域の大部分において5%程度にとどまっている。従って、Hybrid ARTによる再構成はARTによる再構成結果の±5%程度まで急速に収束し、以後はほぼ変化しない傾向が示された。

Fig.9 Convergence comparison of reconstruction

Fig.10 Percent error of density distribution reconstructed by ART and Hybrid ART

6・4 収束値

図 11 に Hybrid ART によるステップ数 30 の再構成結果と ART によるステップ数 40 の再構成結果との比較(図 10 における y 軸上の画素値をグラフ化したもの)を示す. 横軸に Pixel 数, 縦軸に誤差率をとっている. 特に渦輪部分($y=180, 620$ pixel 近傍)において, 比較的大きな誤差が現れているが, 他の領域においては 2%以下にとどまっている. 渦輪部分で誤差率が大きくなった理由としては, 数値計算結果と ART の再構成結果との誤差が大きい部分であったため, 他の部分よりも収束が遅くなったことが考えられる. また, 計算領域全体において粒状に誤差が現れているが, これは投影データを 5° 間隔にとっているためであると考えられる. 従って, 初期分布を与えたことによる影響が投影データの角度欠損に対して現れることが確認された.

Fig.11 Percent error of density distribution on line y -axis in Fig.10

7. 結 語

本研究では Hybrid ART の再構成法としての評価を行った. 局所的データ欠損のない画像再構成において, Hybrid ART による再構成では, ART の収束値に対し $\pm 5\%$ 程度まで急速に収束し, 以後はほぼ変化しない傾向が示された. また, Hybrid ART による再構成において, 初期分布を与えることによる影響が投影データの角度的欠損に対して現れることが確認された. 今後、流れ場に障害物が存在する流れ場における本 LICT 計測の適用において、障害物による投影データの欠損の補間に Hybrid ART を適用することで、より複雑な 3 次元非定常流れ場の定量計測が可能となる.

なお本研究は, 日本学術振興会平成 23 年度科学研究費, 若手研究 B(No. 21760647)の助成を受けて行われたものである.

文 献

- (1) L. T. Clark, D. C. Koepp, and J. J. Thykuttathil, Three-dimensional density field measurement of a transonic flow from a square nozzle using holographic interferometry, *Journal of Fluids Engineering*, Vol.99, Issue 4 (1977), pp. 737-744.
- (2) C. Soller, R. Wenskus, P. Middendorf, G. E. A. Meier, and F. Obermeier, Interferometric tomography for flow visualization of density fields in supersonic jets and convective flow, *Applied Optics*, Vol.33, No.14 (1994), pp. 2921-2932.
- (3) 太田匡則, 古賀稔弘, 前野一夫, 開口端から放出される高速流れ場の 3 次元干渉 CT 計測, 平成 17 年度衝撃波シンポジウム 講演論文集, (2006), pp. 73-76.

- (4) K.Maeno, T.Kaneta, T.Yoshimura, T.Morioka, H.Honma, Pseudo-schlieren CT measurement of three-dimensional flow phenomena on shock waves and vortices discharged from open ends, *Shock Waves*, Vol.14, No.4 (2005), pp. 239-249.
 - (5) M.Ota, T.Koga, K.Maeno, Laser Interferometric CT measurement of the unsteady supersonic shock-vortex flow field discharging from two parallel and cylindrical nozzle, *Measurement Science and Technology*, Vol.17, No.8 (2006), pp. 2066-2071.
 - (6) H. Honma, T. Yoshimura, T. Kaneta, T. Morioka, K. Maeno, Three-dimensional CT images of shock waves and K. Maeno et al.: Pseudo-schlieren CT measurement 11 vortices discharged from open ends, proceedings of International Symposium on Shock Waves -23, (2001), pp. 1455-1461
 - (7) 兼田敬広, 森岡敏博, 前野一夫, 円柱と三次元衝撃波の干渉流れ場のCT計測, 平成 14 年度衝撃波シンポジウム講演論文集, (2003), pp. 321-324.
 - (8) E. Yavuz, F. Arikan, O. Arikan, A hybrid reconstruction algorithm for computed ionospheric tomography. *IEEE*, Vol.46, Issue 6 (2005), pp. 782- 787.
-