減算法による液体用流量計の校正の不確かさ*

嶋田隆司^{*1}, 土井原良次^{*1}, 寺尾吉哉^{*1}, 高本正樹^{*2}

Calibration Uncertainty of Flowmeters for Liquids by Using Subtraction Method

Takashi SHIMADA^{*1}, Ryouji DOIHARA, Yoshiya TERAOKA and Masaki TAKAMOTO^{*1} National Institute of Advanced Industrial Science and Technology
1-1-1 Umezono, Tsukuba-shi, Ibaraki, 305-8563 Japan

The calibration uncertainty of flowmeters using the subtraction method for hydrocarbon flow has been experimentally and analytically evaluated in order to calibrate flowmeters at lower flow rates than the flow rate range calibrated using the calibration facility. An expanded uncertainty is estimated to be 0.79 % at the flow rate ratio of 1/100 in the kerosene test rig of the primary standard facility. The main sources of combined uncertainty due to the subtraction method are the reproducibility of the standard flowmeters and the temperature measurements. Furthermore, a flowmeter has been calibrated using the subtraction method in order to verify uncertainty analysis. The result shows that the deviation of the calibrated flowmeter from the value using the primary standard agrees within the quoted expanded uncertainty.

Key Words : Flowmeter, Flow Measurement, Accuracy, Uncertainty, Subtraction Method, Calibration

1. 緒 言

流量計による流量測定を精度良く行うためには、流量計を正確に校正することが求められる。また、計量トレーサビリティを確保するためには、国家標準から計量トレーサビリティが担保された標準により流量計を校正するとともに、校正値に不確かさを付与することが必要である。標準となる流量計校正装置の流量範囲が限定される場合には、校正された流量計を並列に接続することにより、標準となる流量を大きな流量へ拡大することがしばしば行われる。一方、校正可能な流量範囲を小さな流量まで拡大するために、校正された 2 台の流量計を直列に設置し、流量計の間から分岐させた流路に流れる流量を 2 台の流量計から算出する流量の減算法が考えられる。気体流量では音速ノズルの流出係数とスロート面積の積の比がノズルごとに一定であることを利用することにより校正のための標準流量を小さくする方法が開発されている⁽¹⁾。また、減算された標準流量で流量計を校正することにより、校正設備の不確かさ解析の妥当性を検証する方法が提唱されている⁽²⁾。しかしながら、流量の減算法により流量計の校正の不確かさが増大することが考えられるが、これまで十分な検討が行われていない。

そこで、本報では、石油類液体である灯油を対象流体とした流量の減算法によって、液体用流量計である容積式流量計を校正する場合の校正の不確かさ⁽³⁾を詳細に解析した。さらに、国家標準である石油大流量校正設備⁽⁴⁾を用いて減算法による流量計の校正値を算出することにより、減算法に伴う不確かさの妥当性を実験的に検証した。

2. 流量減算法による校正値の算出方法

2・1 流量減算法による校正方法

流量減算法によって流量計を校正する場合の流量計の設置概略図を図 1 に示す。あらかじめ上位の標準器により校正された標準流量計 A、標準流量計 B を流れる流量値から流量計 X を通過する標準流量を算出し、流量計 X の

* 原稿受付 2012 年 1 月 13 日

^{*1} 正員, 産業技術総合研究所 (〒305-8563 茨城県つくば市梅園 1-1-1)^{*2} 正員, 元産業技術総合研究所

E-mail: t-shimada@aist.go.jp

校正値を得る．二重計時⁽⁵⁾を行うために，時間計が3台あり，それら全てに流量計Aから発信されるパルスが引き込まれる．まず，流量，温度，圧力が安定したところで，流量計Aから発信されるパルスをトリガー信号として流量計Aのパルス計数間隔時間計（Timer 1）及びパルス計数器（Pulse counter 1），流量計Bのパルス計数間隔時間計（Timer 2）及びパルス計数器（Pulse counter 2），並びに流量計Xのパルス計数間隔時間計（Timer 3）及びパルス計数器（Pulse counter 3）が作動を開始する．次に，流量計Aのパルス数が所定の数に達した時点でパルス計測器などの作動を停止する．本報では，体積流量を対象とし，校正される流量計は通過流量に比例した周波数のパルスを出力する型式に限定した．

Fig. 1 Schematic of calibration for flowmeters using subtraction method.

2・2 被校正流量計の校正係数（K 値）の算出

流量計Aから流量計X及び流量計Bまでの管路に試験液の漏れ，気相の発生及び減少がないと仮定すると，流量計A，流量計X及び流量計Bをそれぞれ通過する試験液の質量流量の計測時間 t_D (s)で時間平均値 $\overline{Q_A}$ (kg/s)， $\overline{Q_B}$ (kg/s)， $\overline{Q_X}$ (kg/s)の間には質量保存の法則により，式(1)が成立する．

$$\overline{Q_A} \cdot t_D = \overline{Q_B} \cdot t_D + \overline{Q_X} \cdot t_D + \Delta M_{LDV} \quad (1)$$

ここで， ΔM_{LDV} (kg)は流量計A，B，X間の接続管路内の質量変化量を意味する．さらに，流量計Aを通過する質量流量の時間平均値 $\overline{Q_A}$ (kg/s)は，計測時間で時間平均された密度 $\overline{\rho_A}$ (kg/m³)と体積流量の時間平均値 $\overline{q_A}$ (m³/s)との積，及び流量と密度変動の相関に伴う影響分 $\Delta(\rho_A q_A)$ (kg/s)に分けられ，式(2)で表される．

$$\overline{Q_A} = \overline{\rho_A} \overline{q_A} + \Delta(\rho_A q_A) \quad (2)$$

流量計Aと同様に，流量計B及び流量計Xを通過する質量流量の時間平均値 $\overline{Q_B}$ (kg/s)， $\overline{Q_X}$ (kg/s)はそれぞれ，計測時間で時間平均された密度 $\overline{\rho_B}$ (kg/m³)， $\overline{\rho_X}$ (kg/m³)と体積流量の時間平均値 $\overline{q_B}$ (m³/s)， $\overline{q_X}$ (m³/s)との積，及び流量と密度変動の相関に伴う影響分 $\Delta(\rho_B q_B)$ (kg/s)， $\Delta(\rho_X q_X)$ (kg/s)に分けられ，式(3)(4)で表される．

$$\overline{Q_B} = \overline{\rho_B} \overline{q_B} + \Delta(\rho_B q_B) \quad (3)$$

$$\overline{Q_X} = \overline{\rho_X} \overline{q_X} + \Delta(\rho_X q_X) \quad (4)$$

式(1)～(4)より流量計Xを通過する体積流量の時間平均値 $\overline{q_X}$ (m³/s)は式(5)で表される．

$$\overline{q_X} = \frac{\overline{\rho_A}}{\overline{\rho_X}} \overline{q_A} - \frac{\overline{\rho_B}}{\overline{\rho_X}} \overline{q_B} + \frac{\Delta(\rho_A q_A) - \Delta(\rho_B q_B) - \Delta(\rho_X q_X)}{\overline{\rho_X}} - \frac{\Delta M_{LDV}}{\overline{\rho_X} t_D} \quad (5)$$

式(5)の右辺第3項及び第4項に相当する流量と密度変動の相関に伴う影響分の補正, 並びに接続管路内の質量変化の補正を行わないものとする, 流量計Xを通過する体積流量の時間平均値 $\overline{q_X}$ は式(6)から求められる.

$$\overline{q_X} = \frac{\overline{\rho_A}}{\overline{\rho_X}} \overline{q_A} - \frac{\overline{\rho_B}}{\overline{\rho_X}} \overline{q_B} \quad (6)$$

流量計A, 流量計B及び被校正流量計Xを通過する体積流量の時間平均値 $\overline{q_A}$, $\overline{q_B}$, $\overline{q_X}$ はそれぞれ式(7)~(9)で表される.

$$\overline{q_A} = \frac{f_{pA}}{1000 K_{fA}} = \frac{I_{pA}}{1000 t_{pA} K_{fA}} \quad (7)$$

$$\overline{q_B} = \frac{f_{pB}}{1000 K_{fB}} = \frac{I_{pB}}{1000 t_{pB} K_{fB}} \quad (8)$$

$$\overline{q_X} = \frac{f_{pX}}{1000 K_{fX}} = \frac{I_{pX}}{1000 t_{pX} K_{fX}} \quad (9)$$

ここで, K_{fA} (pulse/L), K_{fB} (pulse/L)は, それぞれ流量計Xの校正条件での流量計A, 流量計Bの校正係数(K値)であり, K_{fX} (pulse/L)は減算法により得られる流量計Xの校正係数(K値)である. また, f_{pA} (pulse/s), f_{pB} (pulse/s), f_{pX} (pulse/s)は流量計A, 流量計B, 流量計Xのパルス発信周波数である. さらに, t_{pA} (s), t_{pB} (s), t_{pX} (s)は流量計A, 流量計B, 流量計Xのパルス計数時間であり, I_{pA} (pulse)は時間 t_{pA} にパルスカウンタにより積算された流量計Aのパルス数, I_{pB} (Pulse)は時間 t_{pB} に積算された流量計Bのパルス数, I_{pX} (Pulse)は時間 t_{pX} に積算された流量計Xのパルス数を意味する.

式(6)~(9)より被校正流量計XのK値 K_{fX} は式(10)で表される.

$$K_{fX} = \frac{1}{\left(\frac{1}{K_{fA}} \frac{\overline{\rho_A}}{\overline{\rho_X}} \frac{t_{pX}}{t_{pA}} \frac{I_{pA}}{I_{pX}} - \frac{1}{K_{fB}} \frac{\overline{\rho_B}}{\overline{\rho_X}} \frac{t_{pX}}{t_{pB}} \frac{I_{pB}}{I_{pX}} \right)} \quad (10)$$

流量計Aと流量計Xを通過する試験液の密度比 $\overline{\rho_A}/\overline{\rho_X}$ 及び流量計Bと流量計Xの密度比 $\overline{\rho_B}/\overline{\rho_X}$ はそれぞれ式(11)(12)で表される.

$$\frac{\overline{\rho_A}}{\overline{\rho_X}} = 1 + \frac{\alpha_L}{\rho_X} (T_A - T_X) + \beta_L (p_A - p_X) \quad (11)$$

$$\frac{\overline{\rho_B}}{\overline{\rho_X}} = 1 + \frac{\alpha_L}{\rho_X} (T_B - T_X) + \beta_L (p_B - p_X) \quad (12)$$

ここで, α_L (kg/(m³ K)), β_L (MPa⁻¹)はそれぞれ温度に対する密度の感度係数(熱膨張係数), 圧力に対する密度の感度係数(圧縮率)であり, T_A (°C), T_B (°C), T_X (°C)はそれぞれ流量計A, 流量計B及び流量計Xでの試験液温度, p_A (MPa), p_B (MPa), p_X (MPa)は流量計A, 流量計B及び流量計Xでの圧力を意味する.

また, 流量計XのK値の測定結果は, N 回の繰り返し測定により i 番目に得られた校正值 $K_{fX,i}$ を相加平均した平均K値 $\langle K_{fX} \rangle$ (pulse/L)である.

$$\langle K_{fx} \rangle = \frac{\sum_i^N K_{fx,i}}{N} \quad (13)$$

3. 流量減算法による流量計の校正の実例

3・1 実験方法

石油大流量校正設備⁽⁴⁾には灯油及び軽油の2種類の液種に対する試験ラインがあり、試験流量によって秤量計を選択し、流量が30～300 m³/hでは10 t 秤量システムを、また流量が3～30 m³/hでは1 t 秤量システムを使用する。体積流量計の校正の相対拡張不確かさ（包含係数 $k=2$ ）は0.030 %である⁽⁵⁾。本報で行った流量減算法による流量計を校正する場合の流量計の設置概略図を図2に示す。流量計として表1に示す上流配管構成の影響を受けにくい容積流量計を使用した。実験条件を表2に示す。まず、流量計A及び流量計Bを灯油試験ラインの10 t 秤量システムを用いて275～298 m³/hの流量で校正した。次に、並列に設置された流量計Bと流量計X1及びX2に流れる流量比を変えて流量計X1及びX2を校正した。流量計X1及びX2の校正値は、流量計Aを流れる流量（298 m³/h）から流量計Bでの流量（275～295 m³/h）を減算した標準流量値（3～23 m³/h）を用いて算出した。さらに、減算法の妥当性を検討するために流量計X1及び流量計X2を1 t 秤量システムで校正した。可能な限り、理想的な条件で減算法による流量計の校正を行い、減算法に伴う不確かさの増大を抑制した。試験液温度は20 °Cであり、流量計Bの下流側圧力を0.40 MPaとした。試験液である灯油の動粘度は 2.1×10^{-6} m²/s、密度は795 kg/m³であった。

Fig. 2 Schematic of calibration

Table 1 Flowmeters

Flowmeter	Type	Diameter	Flow rate range
Flowmeter A	Servo PD meter	150 mm	~ 300 m ³ /h
Flowmeter B	PD meter	150 mm	~ 300 m ³ /h
Flowmeter X1	PD meter	50 mm	~ 30 m ³ /h
Flowmeter X2	PD meter	50 mm	~ 30 m ³ /h

Table 2 Experimental condition

Total flow rate at Flowmeter A (m ³ /h)	Flowrate at Flowmeter B (m ³ /h)	Flowrate at Flowmeter X1&X2 (m ³ /h)	$\overline{q_x}/\overline{q_A}$
298	295	3	0.01
	292	6	0.02
	275	23	0.08

3・2 参照流量計の校正結果

流量計A及びBは容積流量計であること、また校正時の試験液温度 T_{ACAL} (°C)が約20 °Cであることから、10 t 秤量システムによる校正により得られた流量計AのK値 K_{fACAL} (pulse/L)は、流量計内回転子の材質の線膨張係数

α_{FM} (K^{-1}), 及び流量計Aの校正時の試験液温度 T_{ACAL} ($^{\circ}C$)を用いて式(14)より 20 $^{\circ}C$ 基準のK値 K_{fA20} (pulse/L)に換算された.

$$K_{fA20} = K_{fACAL} (1 + 3\alpha_{FM} (T_{ACAL} - 20)) \quad (14)$$

10 t秤量システムで校正された流量計Aと流量計Bの 20 $^{\circ}C$ 基準のK値をパルス周波数に対してプロットしたものを図3に示す. 流量計Aと流量計Bの近似曲線式 $K_{fA20,fit}$, $K_{fB20,fit}$ (pulse/L)として, それぞれの流量計から発信されるパルス周波数 f_{PA} , f_{PB} (pulse/s)に対するK値の関数形(1次式)を 20 $^{\circ}C$ 基準のK値 K_{fA20} , K_{fB20} に最小二乗法によりあてはめて式(15), (16)を得た.

$$K_{fA20,fit} = 1.140029 \times 10^{-5} f_{PA} + 1.903322 \quad (15)$$

$$K_{fB20,fit} = -8.593325 \times 10^{-6} f_{PB} + 8.846259 \quad (16)$$

さらに, 減算法による流量計X1 及び流量計X2 校正時の流量計Aの試験液温度 T_A ($^{\circ}C$)における流量計AのK値 K_{fA} は式(17)より得られ, 流量計BのK値 K_{fB} も流量計Aと同様の方法で得た.

$$K_{fA} = K_{fA20,fit} (1 + 3\alpha_{FM} (20 - T_A)) \quad (17)$$

Fig. 3 K factors obtained using the 10 t weighing system of the primary standard. (a) flowmeter A, (b) flowmeter B. Each marker represents a mean value of reputation measurements at the same day. Error bars indicate the experimental standard deviation of the mean. The solid lines indicate Eqs.(15), (16).

3・3 減算法による流量計の校正結果

流量計A及びBを用いた流量減算法により得られた流量計X1 及びX2 のK値 K_{fX1} (pulse/L), K_{fX2} (pulse/L)は, (14)式を用いて 20 $^{\circ}C$ 基準のK値 $K_{fX1,20}$ (pulse/L), $K_{fX2,20}$ (pulse/L)に換算された. 1 t秤量システムで校正した流量計X1 及びX2 の 20 $^{\circ}C$ 基準のK値 $K_{fX1,20WS}$ (pulse/L), $K_{fX2,20WS}$ (pulse/L)に対する流量減算法により得たK値 $K_{fX1,20}$, $K_{fX2,20}$ の相対偏差を図4に示す. ここで, $K_{fX1,nom}$ (pulse/L), $K_{fX2,nom}$ (pulse/L)はそれぞれ流量計X1 及びX2 の公称K値を意味する. また, 図4中のプロットは, 繰り返し測定により得られた同一日での平均値であり, 誤差棒は平均の実験標準偏差を表す. $\overline{q_x} = 23 \text{ m}^3/\text{h}$ ($\overline{q_x}/\overline{q_A} = 0.08$) では, 流量計X1 及びX2 のK値の相対偏差は $\pm 0.05\%$ 以下であり, ほぼ一致していることがわかる. 一方, 校正流量が小さくなる, すなわち流量比 ($\overline{q_x}/\overline{q_A}$) が小さくなるにつれて, 繰り返し測定に伴うばらつきが大きくなる. また, $6 \text{ m}^3/\text{h}$ ($\overline{q_x}/\overline{q_A} = 0.02$) 及び $3 \text{ m}^3/\text{h}$ ($\overline{q_x}/\overline{q_A} = 0.01$) では, K値の相対偏差が約 $\pm 0.3\%$ となることがわかる. さらに, 日内変動に起因する実験標準偏差に比べ, 日間

変動による偏差が大きいことは、流量計等の日間変動（再現性）に起因する不確かさ要因が校正の不確かさに大きく影響を及ぼしていることを示唆する。

Fig. 4 Difference of K factors from the values obtained using the 1 t weighing system of the primary standard. (a) flowmeter X1, (b) flowmeter X2. Each marker represents a mean value of reputation measurements. Each error bar indicates an experimental standard deviation of the mean.

1 t秤量システムで得られた流量計X2のK値に対する減算法により得たK値の相対偏差を、同時に校正した流量計X1の相対偏差に対してプロットしたものを図5に示す。図5は一般にYoudenプロットと呼ばれ⁷⁾、同時に校正された二つの流量計の校正值に正の相関がある場合(第1及び第3象限に分散した場合)には、校正值のばらつきは標準流量を発生させる校正設備に起因する。それに対し、校正值に相関が現れない場合には、K値の分散は流量計もしくは完全に相関されない要因によると言われている。図5より、校正值は系統的偏差が見られ、2種類の流量計の校正值には強い正の相関があると言える。このことは、流量計X1及びX2の偏差は主に減算法によって算出される標準流量の偏差によって生じたことを示唆する。したがって、校正の不確かさを小さくするためには、被校正流量計を通過する標準流量を正確に算出する必要があることがわかった。

Fig. 5 Variation in K-factors of the flowmeter X2 against those of the flowmeter X1. Each error bar indicates the experimental standard deviation of the mean.

4. 流量減算法による測定の不確かさの推定

前章で述べた実験条件及び測定結果に基づいて、流量計 X1 及び X2 の校正の不確かさを評価した。校正の不確かさに寄与するすべての要因を検証することは非常に困難である。そこで、流量減算法を用いた測定の不確かさの推定では、流量計 A から流量計 B 及び被校正流量計 X1 及び X2 までの管路に試験液の漏れがなく、また気相の増減がないと見なした。また、流量変動によって流量計の特性は変化せずに、流量計から流量計内を通過する瞬時流量に比例した周波数でパルスが発信されると見なした。

4・1 不確かさ解析のためのモデル式

被校正流量計 X の K 値 $\langle K_{fX} \rangle$ (pulse/L) の不確かさ解析のためのモデル式は式(18)で表される。

$$\langle K_{fX} \rangle = K_{fX} + \delta \langle K_{fX} \rangle \quad (18)$$

$\delta \langle K_{fX} \rangle$ (pulse/L) は、校正時に生じる被校正流量計 X の偶然効果による偏差である。被校正流量計 X のパルス計数時間 t_{PX} と流量計 A 及び流量計 B のパルス計数時間 t_{PA} , t_{PB} はほぼ等しい ($t_{PX} \approx t_{PA} \approx t_{PB}$) ので、式(5), (7), (8), (18)より、不確かさ解析のためのモデル式として式(19)が導かれる。

$$\begin{aligned} \langle K_{fX} \rangle = & \frac{1}{\left(\frac{1}{K_{fA}} \frac{\rho_A}{\rho_X} \frac{t_{PX}}{t_{PA}} \frac{I_{pA}}{I_{pX}} - \frac{1}{K_{fB}} \frac{\rho_B}{\rho_X} \frac{t_{PX}}{t_{PB}} \frac{I_{pB}}{I_{pX}} \right)} - K_{fX} \frac{\Delta(\rho_A q_A) - \Delta(\rho_B q_B) - \Delta(\rho_X q_X)}{\rho_X q_X} \\ & + K_{fX} \frac{\Delta M_{LDV}}{\rho_X q_X t_D} - \delta \langle K_{fX} \rangle \end{aligned} \quad (19)$$

4・2 被校正流量計の校正の不確かさ

流量計から発信されるパルスはすべて取得されることが考えられることから、パルス数に伴う不確かさは零であると推定した。したがって、式(19)を展開すると、被校正流量計 X の K 値の相対合成標準不確かさは式(20)で表される。

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{u_c(\langle K_{fX} \rangle)}{\langle K_{fX} \rangle} \right\}^2 = & \left\{ \frac{q_A}{q_X} \right\}^2 \left\{ \frac{u(K_{fA})}{K_{fA}} \right\}^2 + \left\{ \frac{q_B}{q_X} \right\}^2 \left\{ \frac{u(K_{fB})}{K_{fB}} \right\}^2 - 2 \frac{q_A}{q_X} \frac{q_B}{q_X} r \left\{ \frac{1}{K_{fA}}, \frac{1}{K_{fB}} \right\} \left\{ \frac{u(K_{fA})}{K_{fA}} \right\} \left\{ \frac{u(K_{fB})}{K_{fB}} \right\} \\ & + u^2 \left(\frac{q_A}{q_X} \frac{\rho_A}{\rho_X} - \frac{q_B}{q_X} \frac{\rho_B}{\rho_X} \right) + u^2 \left(\frac{q_A}{q_X} \frac{t_{PX}}{t_{PA}} - \frac{q_B}{q_X} \frac{t_{PX}}{t_{PB}} \right) \\ & + \left\{ \frac{u(\Delta(\rho_A q_A) - \Delta(\rho_B q_B) - \Delta(\rho_X q_X))}{\rho_X q_X} \right\}^2 + \left\{ \frac{q_A}{q_X} \right\}^2 \left\{ \frac{u(\Delta M_{LDV})}{\rho_A q_A t_D} \right\}^2 + \left\{ \frac{u(\delta \langle K_{fX} \rangle)}{\langle K_{fX} \rangle} \right\}^2 \end{aligned} \quad (20)$$

ここで、GUM⁽³⁾の記述方法に従い、 $u_c(\langle K_{fX} \rangle)$ は K 値 $\langle K_{fX} \rangle$ の合成標準不確かさを表し、 u は各不確かさ要素の標準不確かさを表す。また、 $r\{x, y\}$ は x 及び y の相関係数であり、式(20)の右辺第 1～3 項は流量計に伴う不確かさ、右辺第 4～8 項はそれぞれ密度測定、時間計測、流量変動と密度変動の相関、接続管路内の質量変化、流量計 X の偶然効果による寄与を意味する。また、式(20)中の $\frac{q_A}{q_X}, \frac{q_B}{q_X}, \frac{\rho_A}{\rho_X}$ は入力値ではなく係数として扱う。

4・3 流量計の K 値に伴う不確かさ

減算法による流量計 X の校正時における流量計 B の K 値の不確かさ解析のためのモデル式は式(21)で表される。

$$\begin{aligned}
K_{fB} &= K_{fB20, fit} (1 + 3\alpha_{FM} (20 - T_B)) + \delta K_{fB, RPR} + \delta K_{fB, p} + \delta K_{fB, v} + \delta K_{fB} \\
&= K_{fBCAL} (1 + 3\alpha_{FM} (T_{BCAL} - 20) + \delta K_{fB, LNR}) (1 + 3\alpha_{FM} (20 - T_B)) + \delta K_{fB, RPR} + \delta K_{fB, p} + \delta K_{fB, v} + \delta K_{fB} \\
&\approx K_{fBCAL} (1 + 3\alpha_{FM} (T_{BCAL} - T_B)) + \delta K_{fB, LNR} + \delta K_{fB, RPR} + \delta K_{fB, p} + \delta K_{fB, v} + \delta K_{fB}
\end{aligned} \quad (21)$$

$\delta K_{fB, LNR}$ (pulse/L), $\delta K_{fB, RPR}$ (pulse/L), $\delta K_{fB, p}$ (pulse/L), $\delta K_{fB, v}$ (pulse/L), δK_{fB} (pulse/L)は、それぞれ直線性に起因する補正值、校正周期間で生じる経年変化（再現性）に起因する補正值、測定圧力に起因する補正值、試験液物性に起因する補正值、及び流量計の繰り返し性（偶然効果）を意味する。流量計AのK値の不確かさ解析のためのモデル式も式(21)と同様のモデル式で表される。式(21)を展開すると、流量計BのK値の相対合成標準不確かさは式(22)で表される。

$$\begin{aligned}
\left\{ \frac{u(K_{fB})}{K_{fB}} \right\}^2 &= \left\{ \frac{u(K_{fBCAL})}{K_{fB}} \right\}^2 + (3\alpha_{FM})^2 u^2 (T_{BCAL} - T_B) + \{3(T_{BCAL} - T_B)\}^2 u^2 (\alpha_{FM}) \\
&\quad + \left\{ \frac{u(\delta K_{fB, LNR})}{K_{fB}} \right\}^2 + \left\{ \frac{u(\delta K_{fB, RPR})}{K_{fB}} \right\}^2 + \left\{ \frac{u(\delta K_{fB, p})}{K_{fB}} \right\}^2 + \left\{ \frac{u(\delta K_{fB, v})}{K_{fB}} \right\}^2 + \left\{ \frac{u(\delta K_{fB})}{K_{fB}} \right\}^2
\end{aligned} \quad (22)$$

また、同一の標準器で校正される流量計Aと流量計Bの校正に伴う補正值の間には相関関係があるとともに、それぞれの相対標準不確かさは同じ値 $(u(K_{fACAL})/K_{fA} = u(K_{fBCAL})/K_{fB})$ であることから、式(20)の右辺第1～3項に対する校正に伴う補正值の寄与分は、 $q_X = q_A - q_B$ より式(23)で表される。

$$\begin{aligned}
&\left[\left\{ \frac{q_A}{q_X} \right\}^2 \left\{ \frac{u(K_{fA})}{K_{fA}} \right\}^2 + \left\{ \frac{q_B}{q_X} \right\}^2 \left\{ \frac{u(K_{fB})}{K_{fB}} \right\}^2 - 2 \frac{q_A}{q_X} \frac{q_B}{q_X} r \left\{ \frac{1}{K_{fA}}, \frac{1}{K_{fB}} \right\} \left\{ \frac{u(K_{fA})}{K_{fA}} \right\} \left\{ \frac{u(K_{fB})}{K_{fB}} \right\} \right]_{CAL} \\
&= \left\{ \frac{q_A}{q_X} \right\}^2 \left\{ \frac{u(K_{fACAL})}{K_{fA}} \right\}^2 + \left\{ \frac{q_B}{q_X} \right\}^2 \left\{ \frac{u(K_{fBCAL})}{K_{fB}} \right\}^2 - 2 \frac{q_A}{q_X} \frac{q_B}{q_X} \left\{ \frac{u(K_{fACAL})}{K_{fA}} \right\} \left\{ \frac{u(K_{fBCAL})}{K_{fB}} \right\} = \left\{ \frac{u(K_{fACAL})}{K_{fA}} \right\}^2
\end{aligned} \quad (23)$$

したがって、式(20)の右辺第1～3項の流量計A及び流量計Bに起因する相対標準不確かさは、式(21), (22), (23)より式(24)に展開される。

$$\begin{aligned}
&\left\{ \frac{q_A}{q_X} \right\}^2 \left\{ \frac{u(K_{fA})}{K_{fA}} \right\}^2 + \left\{ \frac{q_B}{q_X} \right\}^2 \left\{ \frac{u(K_{fB})}{K_{fB}} \right\}^2 - 2 \frac{q_A}{q_X} \frac{q_B}{q_X} r \left\{ \frac{1}{K_{fA}}, \frac{1}{K_{fB}} \right\} \left\{ \frac{u(K_{fA})}{K_{fA}} \right\} \left\{ \frac{u(K_{fB})}{K_{fB}} \right\} \\
&= \left\{ \frac{u(K_{fACAL})}{K_{fA}} \right\}^2 + \left\{ \frac{q_A}{q_X} \right\}^2 \left[(3\alpha_{FM})^2 u^2 (T_{ACAL} - T_A) + \{3(T_{ACAL} - T_A)\}^2 u^2 (\alpha_{FM}) \right. \\
&\quad \left. + \left\{ \frac{u(\delta K_{fA, LNR})}{K_{fA}} \right\}^2 + \left\{ \frac{u(\delta K_{fA, RPR})}{K_{fA}} \right\}^2 + \left\{ \frac{u(\delta K_{fA, p})}{K_{fA}} \right\}^2 + \left\{ \frac{u(\delta K_{fA, v})}{K_{fA}} \right\}^2 + \left\{ \frac{u(\delta K_{fA})}{K_{fA}} \right\}^2 \right] \\
&\quad + \left\{ \frac{q_B}{q_X} \right\}^2 \left[(3\alpha_{FM})^2 u^2 (T_{BCAL} - T_B) + \{3(T_{BCAL} - T_B)\}^2 u^2 (\alpha_{FM}) \right. \\
&\quad \left. + \left\{ \frac{u(\delta K_{fB, LNR})}{K_{fB}} \right\}^2 + \left\{ \frac{u(\delta K_{fB, RPR})}{K_{fB}} \right\}^2 + \left\{ \frac{u(\delta K_{fB, p})}{K_{fB}} \right\}^2 + \left\{ \frac{u(\delta K_{fB, v})}{K_{fB}} \right\}^2 + \left\{ \frac{u(\delta K_{fB})}{K_{fB}} \right\}^2 \right]
\end{aligned} \quad (24)$$

式(24)より流量計に起因する不確かさは減算流量比 (q_X/q_A) によって増大することがわかる。次に、主に流量計Bに起因する不確かさ解析について述べる。

4・3・1 流量計校正に伴う補正值に起因する不確かさ

前述のとおり、流量計A及び流量計Bは同時に校正されることから、流量計校正に伴う補正值に起因する標準不確かさ $u(K_{fACAL})$ は、流量計の偶然効果による寄与を除いた校正設備による体積流量計の校正の相対標準不確かさと見なすことができ、式(25)で表される⁽⁵⁾。

$$\frac{u(K_{fA, CAL})}{\langle K_{fA} \rangle} = 1.5 \times 10^{-4} \quad (25)$$

4・3・2 流量計の熱膨張係数及び温度測定に起因する不確かさ

流量計の流量計本体材質の線膨張係数 α_{FM} ($=1.1 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$) の誤差を 10% と仮定した場合、流量計 B を校正した際の流量計の温度と減算法による校正時の温度の差が 0.15 K 以下であることから、20 °C 基準の流量計の相対 K 値に及ぼす流量計の線膨張係数の不確かさによる寄与は 5×10^{-7} 以下であると推定された。また、流量計 B を校正した際の流量計の温度と減算法による校正時の温度の差の不確かさは、同一の温度計で測定されていること、また校正時の温度環境と液体温度の差が小さいことから、主に温度計の再現性に起因すると考えられ、本報では温度差による標準不確かさを 0.02 K 以下であると見積もる。したがって、相対 K 値に及ぼす流量計の温度補正による寄与は、 6.6×10^{-7} であると推定される。

4・3・3 流量計の直線性、圧力、試験液物性に起因する不確かさ

減算法における流量計 B の K 値 K_{fB} に寄与する流量計 B の直線性に伴う不確かさは、パルス周波数に対する K 値の感度係数とパルス周波数の不確かさの積で表され、また、パルス取得に伴う不確かさを零と見なすことから、パルス周波数の測定に伴う不確かさは時間計測の不確かさで表される。したがって、パルス周波数に対する相対 K 値の感度係数は式(16)より 9.6×10^{-7} であり、時間計測の相対標準不確かさが 1×10^{-5} であることから、流量計 B の直線性に起因する相対標準不確かさは式(26)で表される。

$$\frac{u(\delta K_{fB, LNR})}{\langle K_{fB} \rangle} \approx \left| \frac{\partial (K_{f20, fit} / \langle K_{fB} \rangle)}{\partial f_p} \right| u(f_p) \approx \left| \frac{\partial (K_{f20, fit} / \langle K_{fB} \rangle)}{\partial f_p} \right| \left| f_p \right| \frac{u(t_p)}{t_p} = 9.6 \times 10^{-7} \times 730 \times 1 \times 10^{-5} = 7.0 \times 10^{-9} \quad (26)$$

相対 K 値に及ぼす測定圧力の影響は、圧力を変えた校正を行った結果、 $5 \times 10^{-5} \text{ (MPa}^{-1}\text{)}$ 以下であった。測定時における誤差が $\pm 0.01 \text{ MPa}$ 以下であることから、相対 K 値に及ぼす測定圧力の寄与 $u(\delta K_{fB, p}) / \langle K_{fB} \rangle$ は 5×10^{-7} 以下であると見積もられる。試験液が灯油であり、また、試験温度を 20 °C に安定させて校正を行っていることから、校正の違いによって生じる動粘度、密度の偏差は小さい。したがって、試験液物性の影響は流量計の再現性による寄与に含まれると考えられる。

4・3・4 流量計の再現性及び繰り返し性に起因する不確かさ

同一日に繰り返し測定を行った結果、流量計 B の K 値の平均の相対標準偏差は最大で 0.0006 % であった。また、日平均値の日間変動の標準偏差は最大で 0.0022 % であった。したがって、流量計の測定日の異なる再現性に起因する相対標準不確かさ及び流量計の偶然効果に起因する相対標準不確かさはそれぞれ式(27)、(28)から見積もられる。

$$\frac{u(\delta K_{fB, RPR})}{\langle K_{fB} \rangle} = 2.2 \times 10^{-5} \quad (27)$$

$$\frac{u(\delta K_{fB})}{\langle K_{fB} \rangle} = 6 \times 10^{-6} \quad (28)$$

式(24)より見積もられた流量計 A 及び流量計 B に起因する相対標準不確かさをまとめたものを表 3 に示す。今回実施した校正では、流量計 A 及び流量計 B に起因する不確かさは、流量計の再現性及び偶然効果に支配されることがわかる。

Table 3 Uncertainty due to flowmeter A and B

Source		Section	Relative standard uncertainty	Relative standard uncertainty		
				$\overline{q_X}/\overline{q_A} =$ 0.08	$\overline{q_X}/\overline{q_A} =$ 0.02	$\overline{q_X}/\overline{q_A} =$ 0.01
Calibration of flowmeters		4・3・1	1.5×10^{-4}	1.5×10^{-4}	1.5×10^{-4}	1.5×10^{-4}
Flowmeter A	Thermal coefficient	4・3・2	5.0×10^{-7}	6.4×10^{-6}	2.5×10^{-5}	4.9×10^{-5}
	Temperature	4・3・2	6.6×10^{-7}	8.1×10^{-6}	3.3×10^{-5}	6.6×10^{-5}
	Linearity	4・3・3	8.1×10^{-9}	1.0×10^{-7}	4.0×10^{-7}	8.0×10^{-7}
	Pressure	4・3・3	5.0×10^{-7}	6.5×10^{-6}	2.5×10^{-6}	5.0×10^{-6}
	Reproducibility	4・3・4	1.6×10^{-5}	2.1×10^{-4}	8.0×10^{-4}	1.6×10^{-3}
	Random	4・3・4	8.0×10^{-6}	1.0×10^{-4}	4.0×10^{-4}	8.0×10^{-4}
Flowmeter B	Thermal coefficient	4・3・2	5.0×10^{-7}	5.9×10^{-6}	2.4×10^{-5}	4.9×10^{-5}
	Temperature	4・3・2	6.6×10^{-7}	7.9×10^{-6}	3.2×10^{-5}	6.5×10^{-5}
	Linearity	4・3・3	7.0×10^{-9}	8.4×10^{-8}	3.4×10^{-7}	6.9×10^{-7}
	Pressure	4・3・3	5.0×10^{-7}	6.0×10^{-6}	2.4×10^{-5}	4.9×10^{-5}
	Reproducibility	4・3・4	2.2×10^{-5}	2.6×10^{-4}	1.1×10^{-3}	2.2×10^{-3}
	Random	4・3・4	6.0×10^{-6}	7.2×10^{-5}	2.9×10^{-4}	5.9×10^{-4}
Relative combined standard uncertainty				3.9×10^{-4}	1.4×10^{-3}	2.9×10^{-3}

4・4 密度測定の不確かさ

流量計A, 流量計B及び流量計Xを通過する密度測定に起因する標準不確かさは式(11), (12)より式(29)に展開される。

$$\begin{aligned}
 u^2 \left(\frac{\overline{q_A} \overline{\rho_A}}{\overline{q_X} \overline{\rho_X}} - \frac{\overline{q_B} \overline{\rho_B}}{\overline{q_X} \overline{\rho_X}} \right) = & \left\{ \frac{\alpha_L}{\rho_{REF}} \left(\frac{\overline{q_A}}{q_X} T_A - \frac{\overline{q_B}}{q_X} T_B - T_X \right) \right\}^2 \left\{ \frac{u(\rho_{REF})}{\rho_{REF}} \right\}^2 + \left(\frac{\overline{q_A}}{q_X} T_A - \frac{\overline{q_B}}{q_X} T_B - T_X \right)^2 \left\{ \frac{u(\alpha_L)}{\rho_{REF}} \right\}^2 \\
 & + \left(\frac{\alpha_L}{\rho_{REF}} \right)^2 u^2 \left(\frac{\overline{q_A}}{q_X} T_A - \frac{\overline{q_B}}{q_X} T_B - T_X \right) \\
 & + \left(\frac{\overline{q_A}}{q_X} p_A - \frac{\overline{q_B}}{q_X} p_B - p_X \right)^2 u^2(\beta_L) + \beta_L^2 \cdot u^2 \left(\frac{\overline{q_A}}{q_X} p_A - \frac{\overline{q_B}}{q_X} p_B - p_X \right)
 \end{aligned} \quad (29)$$

さらに, $\overline{q_A}, \overline{q_B} \gg \overline{q_X}$ であり, また流量計A, 流量計B, 流量計X1 及びX2 での温度測定及び圧力測定の不確かさが同程度であると推測されることから, 密度測定に起因する標準不確かさは式(29)より式(30)で求められる。

$$\begin{aligned}
 u^2 \left(\frac{\overline{q_A} \overline{\rho_A}}{\overline{q_X} \overline{\rho_X}} - \frac{\overline{q_B} \overline{\rho_B}}{\overline{q_X} \overline{\rho_X}} \right) = & \left\{ \frac{\overline{q_A}}{q_X} \right\}^2 \left[\left\{ \frac{\alpha_L (T_A - T_B)}{\rho_{REF}^2} \right\}^2 u^2(\rho_{REF}) + \left(\frac{T_A - T_B}{\rho_{REF}} \right)^2 u^2(\alpha_L) \right. \\
 & \left. + \left(\frac{\alpha_L}{\rho_{REF}} \right)^2 u^2(T_A - T_B) + (p_A - p_B)^2 u^2(\beta_L) + \beta_L^2 \cdot u^2(p_A - p_B) \right]
 \end{aligned} \quad (30)$$

4・4・1 密度計による密度測定の不確かさ

振動式密度計は乾燥空気と校正値の不確かさが 0.03 kg/m^3 (包含係数 $k = 2$) である密度標準液(水)で調整される。密度計による試験液密度の測定値の標準不確かさ $u(\rho_{REF})$ は密度標準液の不確かさである 0.015 kg/m^3 に相当

すると推定された。流量計Aと流量計Bの温度差($T_A - T_B$)が0.06 K以下であったことから、 α_L が $-0.731 \text{ kg}/(\text{m}^3 \text{ K})$ 、 ρ_{REF} が $795 \text{ kg}/\text{m}^3$ であることより試験液密度に対する密度計による密度測定の寄与は式(31)で推定された。

$$\left| \frac{\alpha_L (T_A - T_B)}{\rho_{REF}^2} \right| u(\rho_{REF}) = \left| \frac{-0.731 \times 0.06}{795^2} \right| \times 0.015 = 1.4 \times 10^{-9} \quad (31)$$

4・4・2 試験液の熱膨張係数の不確かさ

試験液の温度に対する密度の感度係数(熱膨張係数) α_L は温度15℃で測定された密度と35℃での測定値から得られ、熱膨張係数の標準不確かさは $0.0033 \text{ kg}/(\text{m}^3 \text{ K})$ と見積もられた。したがって、試験液密度に対する試験液の熱膨張係数の寄与は式(32)で見積もられた。

$$\left| \frac{T_A - T_B}{\rho_{REF}} \right| u(\alpha_L) = \left| \frac{0.06}{795} \right| \times 0.0033 = 2.5 \times 10^{-7} \quad (32)$$

4・4・3 温度測定の不確かさ

流量計Aの試験液温度 T_A は、流量計の下流部に設置された温度計の指示値 T_{Am} から推定され、温度計は温槽を介して標準温度計により校正されることから、不確かさ解析のためのモデル式は式(33)で表される。

$$T_A = T_{Am} + \delta T_{A,ST} + \delta T_{A,BATH} + \delta T_{A,THM} + \delta T_A \quad (33)$$

ここで、 $\delta T_{A,ST}$ (°C)、 $\delta T_{A,BATH}$ (°C)、 $\delta T_{A,THM}$ (°C)、 δT_A (°C)はそれぞれ、標準温度計からの補正值、温槽に起因する温度補正值、温度計に起因する温度補正值、温度計設置位置と流量計内との試験液温度差を意味する。温度計の最小目盛りが0.001 Kであることから丸め誤差による影響は無視した。同一の標準温度計で温度計は校正されることから、温度測定値 T_A 及び T_B の標準温度計による補正值の間に相関関係があると考えられる。また、本研究では、10 t秤量システムによる流量計Aの校正時と流量減算時に同一の温度計を用いて温度測定を行ったことから、流量計Aの校正時における温槽に起因する温度補正值と流量減算時の温度補正值との間に相関関係があると考えられる。したがって、温度測定の標準不確かさは式(34)で表される。

$$u^2(T_A - T_B) = u^2(T_{Am}) + u^2(\delta T_{A,THM}) + u^2(\delta T_A) + u^2(T_{Bm}) + u^2(\delta T_{B,THM}) + u^2(\delta T_B) \quad (34)$$

温度計の指示値による標準不確かさは平均の実験標準不確かさであることから、0.001 K以下であると見積もられた。また、再現性が主な要因である温度計に起因する標準不確かさは0.017 Kとなることが確認された。さらに、流量計の上流部と下流部において測定した値からその最大温度差は0.03 Kであることが確認された。流量計下流部の温度計設置位置と流量計内との試験液温度差は、この温度差が管路に対して一様に分布すると仮定すると、標準不確かさ $u(\delta T_A)$ 、 $u(\delta T_B)$ は0.009 Kと推定された。したがって、式(34)より温度測定の標準不確かさ $u(T_A - T_B)$ は0.027 Kを得た。試験液密度に対する試験液の熱膨張係数の寄与は 2.5×10^{-5} であると見積もられた。

4・4・4 試験液の圧縮率による不確かさ

試験液の圧力に対する密度の感度係数(圧縮率) β_L (MPa^{-1})は試験液の温度および15℃での密度を用いてISOの推算式⁽⁸⁾より求められる。この推算式の拡張不確かさ($k=2$)は6.5%であることが記述されていることから、圧縮率の相対標準不確かさ $u(\beta_L)/\beta_L$ として 3.3×10^{-2} を得た。流量計Aと流量計Bの圧力差は0.15 MPa以下であることから、試験液密度に対する相対標準不確かさの寄与は 4.4×10^{-6} であると見積もられた。

4・4・5 圧力測定の不確かさ

流量計A内の試験液の圧力 p_A (MPa)は、流量計上流に設置された圧力計(ゲージ圧計)による測定値 p_{AmU} (MPa)及び下流での測定値 p_{AmD} を平均した値から推定され、不確かさ解析のためのモデル式は式(35)で表される。

$$p_A = \frac{p_{AmU} + \delta p_{ACU} + p_{AmD} + \delta p_{ACD}}{2} + \delta p_A \quad (35)$$

ここで、 δp_{ACU} (MPa)、 δp_{ACD} (MPa)は流量計上流部または下流部に設置された圧力計の補正值であり、 δp_A は流量計上流及び下流部での平均値と流量計内での圧力との差を意味する。また、圧力計の最小目盛りが 0.001 MPa であることから、丸め誤差による影響は無視した。流量計B内の試験液の圧力 p_B (MPa)も式(35)と同様の式で表され、使用される圧力計は同一の標準圧力計で比較校正されることから、校正値の相関係数を 1 として取り扱った。また、上流及び下流に設置されている圧力計はほぼ同じ性能を有することから、流量計A内圧力と流量計Bの圧力との差の標準不確かさ $u(p_A - p_B)$ は式(36)で表される。

$$u^2(p_A - p_B) = \frac{u^2(p_{AmU}) + u^2(p_{AmD}) + u^2(p_{BmU}) + u^2(p_{BmD})}{2} + u^2(\delta p_A) + u^2(\delta p_B) \quad (36)$$

まず、圧力計の指示値として校正中に計測された圧力の時間平均値を用いることから、圧力計の指示値による標準不確かさ $u(p_{Am})$ として平均の実験標準偏差 0.001 MPaを採用した。さらに、10 t秤量システムによる校正時に設置された流量計A及びBを用いて流量減算を行うこと、また流量、動粘度が一定である場合には流量計等で生じる圧力損失はほぼ一定であることから、10 t秤量システムによる校正時における流量計上流及び下流部での平均値と流量計内での圧力との差と流量減算時の圧力差との間には相関関係があると考えられる。したがって、測定平均値と流量計内圧力との差による標準不確かさ $u(\delta p_A)$ 、 $u(\delta p_B)$ は、圧力差の標準偏差である 0.003 MPa であると見積もられた。以上の不確かさを式(36)に適用すると、 $u(p_A - p_B)$ は 0.004 MPaであり、また、密度に対する相対標準不確かさは 4.0×10^{-6} であると推定された。

4・4・6 密度測定の不確かさのまとめ

前述の密度測定に及ぼす各要因の標準不確かさと式(30)より、流量計内の試験液密度の相対標準不確かさが求まる。相対標準不確かさをまとめたものを表4に示す。密度測定に起因する不確かさは、流量計内の温度測定に支配されることがわかる。

Table 4 Relative uncertainty due to density measurement

Source	Section	Relative standard uncertainty	Relative standard uncertainty		
			$\overline{q_X}/\overline{q_A} = 0.08$	$\overline{q_X}/\overline{q_A} = 0.02$	$\overline{q_X}/\overline{q_A} = 0.01$
Density meter	4・4・1	1.4×10^{-9}	1.8×10^{-8}	6.9×10^{-8}	1.4×10^{-7}
Thermal coefficient	4・4・2	2.5×10^{-7}	3.2×10^{-6}	1.2×10^{-5}	2.5×10^{-5}
Temperature	4・4・3	2.5×10^{-5}	3.3×10^{-4}	1.2×10^{-3}	2.5×10^{-3}
Compressibility	4・4・4	4.4×10^{-6}	5.7×10^{-5}	2.2×10^{-4}	4.4×10^{-4}
Pressure	4・4・5	4.0×10^{-6}	5.1×10^{-5}	2.0×10^{-4}	4.0×10^{-4}
Relative combined standard uncertainty			3.3×10^{-4}	1.3×10^{-3}	2.6×10^{-3}

4・5 時間計測の不確かさ

パルス計数時間の不確かさ解析のためのモデル式は式(37)で推定される。

$$t_p = t_{pm} + t_{pc} + \delta t_p \quad (37)$$

ここで、 t_{pm} (s)、 t_{pc} (s)、 δt_p (s)はそれぞれパルス計時器の指示時間、補正時間、再現性を意味する。パルス計時器の指示時間の標準不確かさはパルス計時器の分解能に相当する。パルス計時器はパルス計時器内蔵の水晶発振器から発信される時間パルス数を積算することにより時間を計測する。流量計A, B, X1, X2 のパルス計時器内で同一の水晶発振器が使用されている場合、時間パルス積算数の不確かさを無視することができるので、それ

それぞれの計時器の間には補正時間による不確かさ及び再現性による不確かさに相関関係があると考えられる。したがって、式(20)の右辺第5項の時間計測に伴う不確かさは式(38)で表される。

$$u^2 \left(\frac{\overline{q_A} t_{pX}}{q_X t_{pA}} - \frac{\overline{q_B} t_{pX}}{q_X t_{pB}} \right) = \left\{ \frac{\overline{q_A}}{q_X} \right\}^2 \left\{ \frac{u(t_{pAm})}{t_{pA}} \right\}^2 + \left\{ \frac{\overline{q_B}}{q_X} \right\}^2 \left\{ \frac{u(t_{pBm})}{t_{pB}} \right\}^2 + \left\{ \frac{u(t_{pXm})}{t_{pX}} \right\}^2 \quad (38)$$

パルス計時器の指示時間の標準不確かさはパルス計時器の分解能 (1.0×10^{-6} s) に相当し、計測時間 t_{pA} は約 140 s であることから、時間計測の相対標準不確かさ $u(t_{pAm})/t_{pA}$, $u(t_{pBm})/t_{pB}$, $u(t_{pXm})/t_{pX}$ は 2.1×10^{-9} であると推定された。さらに、流量計 X の流量が $23 \text{ m}^3/\text{h}$ である場合 ($\overline{q_X}/q_A = 0.08$) には、時間計測に起因する相対標準不確かさは式(38)より 3.6×10^{-8} であると見積もられた。

4・6 接続管路内の質量変化

流量計 A, B, X 間の接続管路内の流量計 B もしくは流量計 X から流量計 A までの接続管路の容積はしばしばデッドボリュームと呼ばれる。この管路内では流れ方向の各位置で試験液と管路の温度がほぼ等しいと仮定し、また管路の熱膨張は試験液の熱膨張に対して非常に小さく無視できることから、接続管路内で校正時間に生じる質量変化量 ΔM_{LDV} は式(39)で表される。

$$\Delta M_{LDV} = \rho_{DV} V_{DV} \left\{ \frac{\alpha_L \Delta T_{DV}}{\rho_{DV}} + \beta_L \Delta p_{DV} \right\} \quad (39)$$

ここで、 Δp_{DV} (MPa), ΔT_{DV} (K), α_L $\text{kg}/(\text{m}^3 \text{ K})$, β_L (MPa^{-1}), V_{DV} (m^3) はそれぞれ、計測開始から終了までに生じる接続管路内の圧力変化量および温度変化量、温度に対する密度の感度係数である熱膨張係数、圧力に対する密度の感度係数である圧縮率、接続管路の体積である。 ΔM_{LDV} の期待値を零と見なすことにより、接続管路内の質量の変化量による標準不確かさは式(40)に展開される。

$$u^2(\Delta M_{LDV}) = (\alpha_L V_{DV})^2 u^2(\Delta T_{DV}) + (\rho_{DV} V_{DV} \beta_L)^2 u^2(\Delta p_{DV}) \quad (40)$$

ここで、 V_{DV} は 0.5 m^3 以下であり、また、 ρ_{DV} は $795 \text{ kg}/\text{m}^3$, 熱膨張係数 α_L は $-0.731 \text{ kg}/(\text{m}^3 \text{ K})$, 圧縮率 β_L は $8.9 \times 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$ であった。また、測定前後での ΔT_{DV} は $\pm 0.02 \text{ K}$ 以下、 Δp_{DV} は $\pm 0.002 \text{ MPa}$ 以下であった。これら誤差要因が一様分布に従うと想定すると、温度変化による標準不確かさ $u(\Delta T_{DV})$ は 0.011 K , 圧力変化による標準不確かさ $u(\Delta p_{DV})$ は 0.0011 MPa であると推定された。したがって、接続管路内にある試験液の質量変化による標準不確かさ $u(\Delta M_{LDV})$ は $4.2 \times 10^{-3} \text{ kg}$ であり、流量計 A を通過する質量に対する相対標準不確かさは 4.6×10^{-7} であると推定された。さらに、流量計 X の流量が $23 \text{ m}^3/\text{h}$ である場合 ($\overline{q_X}/q_A = 0.08$) では、接続管路内にある試験液の質量変化による相対標準不確かさは 6.0×10^{-6} であると見積もられた。

4・7 流量計内での流量及び密度変動の影響

流量計 B 内での密度変動と流量変動との相関に伴う影響分 $\Delta(\rho_A q_A)$ は、密度変動強度 ρ_{Arms} (kg/m^3) と流量変動強度 q_{Arms} (m^3/s) で表される式(41)で推定した。

$$\Delta(\rho_A q_A) \leq \rho_{Arms} q_{Arms} \quad (41)$$

ρ_{Arms} は、圧力変動、温度変動及び試験液密度の再現性から $1 \times 10^{-3} \overline{\rho_A}$ 以下であると見積もられた。また、 q_{Arms} は $0.002 \overline{q_A}$ 以下であることから、流量計内での密度変動と流量変動の影響による流量計を通過する体積に対する相対標準不確かさは 2×10^{-6} 以下であると評価された。流量計 A, 流量計 X1 及び X2 も同様に評価され、流量計 X の流量が $23 \text{ m}^3/\text{h}$ である場合 ($\overline{q_X}/q_A = 0.08$) には、相関に伴う影響による相対標準不確かさは 3.5×10^{-5} であると見積もられた。

4・8 流量計の偶然効果

1 t 秤量システムを用いて流量計 X1 及び流量計 X2 を単独で校正した場合の校正值の平均の実験標準偏差は 0.002 % 以下であるが、減算法で流量計 X1 及び X2 の流量が 3 m³/h である場合には、校正值の平均の実験標準偏差は約 0.05 % となる結果を得た。これは、減算法による流量計 X1 及び X2 の校正值の分散には、流量計 A 及び B 等の他の要因に起因するばらつき成分が含まれると考えられる。したがって、流量計 X1 及び X2 の偶然効果による不確かさを個別に評価することは難しいが、得られた減算法による校正值の分散には流量計 X1 及び X2 以外の要因の偶然効果も含まれた値と見なし、偶然効果に起因する標準不確かさは平均の実験標準偏差で推定され、表 5 に示す結果を得た。

Table 5 Relative standard uncertainty due to random effect

Source	Relative standard uncertainty		
	$\overline{q_x}/\overline{q_A} = 0.08$	$\overline{q_x}/\overline{q_A} = 0.02$	$\overline{q_x}/\overline{q_A} = 0.01$
Flowmeter X1	$< 9.8 \times 10^{-5}$	$< 3.1 \times 10^{-4}$	$< 4.8 \times 10^{-4}$
Flowmeter X2	$< 9.2 \times 10^{-5}$	$< 3.0 \times 10^{-4}$	$< 4.7 \times 10^{-4}$

Table 6 Relative standard uncertainty of calibration for flowmeter X1 and X2

Source	Section	Relative standard uncertainty		
		$\overline{q_x}/\overline{q_A} = 0.08$	$\overline{q_x}/\overline{q_A} = 0.02$	$\overline{q_x}/\overline{q_A} = 0.01$
Flowmeter	4・3	3.9×10^{-4}	1.4×10^{-3}	2.9×10^{-3}
Density	4・4	3.3×10^{-4}	1.3×10^{-3}	2.6×10^{-3}
Time	4・5	3.6×10^{-8}	1.4×10^{-7}	2.9×10^{-7}
Mass in connection pipe	4・6	6.0×10^{-6}	2.3×10^{-5}	4.6×10^{-5}
Correlation	4・7	3.5×10^{-5}	1.4×10^{-4}	2.8×10^{-4}
Random	4・8	$< 9.8 \times 10^{-5}$	$< 3.1 \times 10^{-4}$	$< 4.8 \times 10^{-4}$
Relative combined standard uncertainty		5.3×10^{-4}	2.0×10^{-3}	4.0×10^{-3}
Expanded uncertainty ($k=2$)		0.11 %	0.40 %	0.79 %

4・9 不確かさのまとめ

前節までに求めた各要因の相対標準不確かさを式(20)に代入すると、流量計Xの偶然効果を除いた校正の不確かさが求まる。不確かさ要因の相対標準不確かさと相対合成標準不確かさをまとめたものを表 6 に示す。以上の解析により、減算法による校正の不確かさは流量計の再現性と流量計内の温度測定に起因する不確かさに支配されることがわかる。また、相対拡張不確かさの包含係数 k を 2 として求めた場合には、 K 値の測定結果に付随する相対拡張不確かさは、表 6 に示す 0.11 % ～ 0.79 % と見積もられる。減算法で得られた K 値は不確かさの範囲内で秤量システムにより得られた値と一致することから、見積もられた不確かさが妥当であることがわかる。

また、減算法の不確かさの算出式からわかるように、不確かさ要因の多くは流量比 ($\overline{q_x}/\overline{q_A}$) に反比例して増大する。このことは、同時に校正された流量計同士の校正值には相関関係があることから、1 回の減算によって一度に小さな標準流量で流量計を校正する方法よりも、複数回の減算法による方法で評価される不確かさが小さくなることを示唆する。さらに、質量流量計を使用した場合には、密度測定に起因する不確かさを考慮する必要がないため、体積流量計による校正に比べ、精度良く校正できる可能性があると言える。

5. 考 察

前章の不確かさ解析により，減算法による校正の不確かさは流量計の再現性と流量計内の温度測定に支配されることがわかった．そこで，流量計A及び流量計Bの再現性による寄与を除去するために，減算法による流量計X1及びX2の校正と同じ日に得た流量計A及び流量計BのK値を用いて流量計X1及び流量計X2のK値を算出した．1 t秤量システムを用いて得たK値に対する相対偏差を図6に，またYouden プロットを図7に示す．図6よりK値の相対偏差は $\pm 0.2\%$ 以下であり，流量計Aと流量計Bの近似曲線式を使用したK値の相対偏差（図4）に比べ，同一日のK値を使用した相対偏差は小さくなったことがわかる．このことは，同一日に得た校正值を使用することにより流量計A及びBの再現性による寄与を小さくすることができることを示す．しかしながら，Fig. 7より2種類の流量計の校正值には強い正の相関があることから，流量計X1及びX2の偏差は主に減算法によって算出される標準流量の偏差によって生じることがわかる．

また，流量計A, Bの再現性及び温度計の再現性に起因する不確かさを除いた場合には，校正の拡張不確かさは 0.058% ($\overline{q_x}/\overline{q_A} = 0.08$)， 0.19% ($\overline{q_x}/\overline{q_A} = 0.02$)， 0.36% ($\overline{q_x}/\overline{q_A} = 0.01$)であると見積もられ，主な不確かさ要因は流量計内の温度測定であった．これらの不確かさに比べ，標準値に対する減算法で得たK値の相対偏差は小さな値を示す．さらに，流量計の再現性を除いた流量計A及びBに起因する標準不確かさは 0.020% ($\overline{q_x}/\overline{q_A} = 0.08$)， 0.052% ($\overline{q_x}/\overline{q_A} = 0.02$)， 0.10% ($\overline{q_x}/\overline{q_A} = 0.01$)であり，これらの値は，実験で得られた図6の相対偏差と良く一致する．このことは，本研究で使用した試験ラインの温度，圧力など試験条件や計測機器が不確かさ解析で用いられた値以上に安定したことを示唆する．しかしながら，これらの不確かさを評価せずに校正に伴う不確かさを算出することは，不確かさを過小評価する危険性があると言える．

Fig. 6 Difference of K factors from the values obtained using the 1 t weighing system of the primary standard. (a);flowmeter X1, (b);flowmeter X2. Each marker represents a mean value of reputation measurements. Each error bar indicates an experimental standard deviation of the mean.

Fig. 7 Variation in K-factors of the flowmeter X2 against those of the flowmeter X1. Each error bar indicates the experimental standard deviation of the mean.

6. 結 言

本研究では、流量計を用いた流量減算法による流量計の校正の不確かさの推定を行い、校正の不確かさの妥当性を国家標準設備を用いて実験的に検証した。その結果、校正値は不確かさの範囲内で一致することから、見積もられた不確かさの妥当性が確認された。さらに、本研究で行った減算法による流量計の校正では、不確かさの主要因が減算法に用いられる標準流量計の再現性と温度測定であることを明らかにした。

文 献

- (1) Lim, J., Yoon, B., Jang, S., Choi, H., and Park, K., "Step-down procedure of sonic nozzle calibration at low Reynolds numbers", *Flow Measurement and Instrumentation*, Vol. 21 (2010), pp. 340-346.
- (2) Coleman, H.W. and Steele, W.G., "Experimentation and Uncertainty Analysis for Engineering", 2nd Ed., John Wiley & Sons, Inc., (1999).
- (3) 今井秀孝, 計測における不確かさの表現ガイド, 財団法人, 日本規格協会, (1996)
- (4) 嶋田隆司, 土井原良次, 寺尾吉哉, 高本正樹, "国家標準としての石油大流量校正設備の開発", 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 71, No. 703 (2005), pp.854-861.
- (5) 嶋田隆司, 土井原良次, 武田一英, 寺尾吉哉, 高本正樹, "石油大流量校正設備の不確かさ解析 (第 1 報, 流量計測に対する不確かさ解析)", 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 71, No. 712 (2005), pp.2956-2963.
- (6) ISO 7278-3, "Liquid hydrocarbons - Dynamic measurement - Proving systems for volumetric meters - Part 3: Pulse interpolation techniques", (1998)
- (7) Mattingly, G. E., Fluid Mechanics Measurement, edited by R.J. Goldstein, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, New York, London, (1983), pp.245-306
- (8) ISO 9770, "Crude petroleum and petroleum products - Compressibility factors for hydrocarbons in the range 638 kg/m³ to 1074 kg/m³", (1989)