Ghost Fluid 法を用いた非平衡相変化を伴う気泡崩壊に関する数値解析*神保 佳典^{*1,*2}, 高比良 裕之^{*1}**Numerical Analysis of Bubble Collapse with Nonequilibrium Phase Transition
by the Ghost Fluid Method**Yoshinori JINBO^{*1} and Hiroyuki TAKAHIRA^{*1} Department of Mechanical Engineering, Osaka Prefecture University,
1-1 Gakuen-cho, Nakaku, Sakai, Osaka 599-8531, Japan

The ghost fluid method is improved so as to consider the nonequilibrium phase transition at the vapor-liquid interface during the collapse of bubbles in a compressible liquid. In the present method, the ghost fluids are defined so that the conservation laws at the vapor-liquid interfaces are satisfied; the nonequilibrium condensation and evaporation for the collapse of nonspherical bubbles are taken into account. Also, the idea of adaptive zonal grids is implemented in the ghost fluid method to dissolve the fine structure of the interface of the violent collapsing bubble. The present method is applied to the collapse of a spherical vapor bubble, and the numerical results are compared with the experimental results by Akhatov et al. It is shown that the present method can predict successfully the violent collapse of a spherical bubble even though the Eulerian grid is employed. Also, the present method is applied to simulate the collapse of an axi-symmetric nonspherical vapor bubble induced by the interaction of an incident shock wave with the bubble. The liquid-jet formation and the generation of shock waves from the collapsing nonspherical bubble are also simulated successfully by taking the nonequilibrium condensation and evaporation of vapor into account. When the liquid jet develops on the upstream surface of the bubble, the vapor temperature close to the upstream surface increases due to the latent heat by condensation. After the bubble rebounds, the low temperature region caused by the evaporation is found inside the bubble.

Key Words : Bubble, Cavitation, Nonequilibrium Phase Transition, Shock Wave, Liquid Jet, Ghost Fluid Method**1. 緒 言**

近年, 気泡崩壊を利用した医療技術が注目されている. 例えば, 血流などによって病巣患部付近に運ばれたナノ・マイクロバブルに対して, 体外から超音波を作用させ, ナノ・マイクロバブルの崩壊を引き起こし, その際に生じる衝撃波や液体ジェットを薬剤を細胞に注入するための駆動力として利用する技術⁽¹⁾や, 気泡崩壊時に発生する高温・高圧の特異な場を薬剤活性に利用する技術⁽²⁾が考えられている. こうした医療技術を確立するためには, 気泡崩壊時の局所的な高温・高圧場の予測が重要となる.

気泡崩壊を考える上での重要な因子として, 気液界面において生じる相変化現象がある. Fujikawa & Akamatsu⁽³⁾は, 液体の圧縮性と相変化を考慮した気泡の運動方程式を導出し, 気泡の崩壊挙動に対して蒸発・凝縮現象が重要となることや, 非凝縮性気体を含まずに蒸気のみで構成された気泡が崩壊する場合, 液体中に非常に強い圧力波が発生すること等を示した. その後, 気泡の運動方程式を用いた同様の解析がいくつか行われているが^{(4),(5)}, これらの解析では, 気泡内気体の圧力が一様であるという仮定を用いていることや, 気泡の運動方程式として液体の弱い圧縮性までしか考慮されていないこと等から, 気泡崩壊時に水中に強い衝撃波が発生するような気泡の激しい崩壊現象は扱えないということが指摘されている^{(6),(7)}. また, Matsumoto ら⁽⁸⁾は, 気液界面における蒸気なら

* 原稿受付 2012 年 1 月 21 日

^{*1} 正員, 大阪府立大学大学院工学研究科 (〒599-8531 大阪府堺市中央区学園町 1-1)^{*2} 日本学術振興会特別研究員 DC

E-mail: jinbo06@fluid.me.osakafu-u.ac.jp

びに非凝縮性気体の両方の拡散を考慮して本問題を扱い、無次元拡散係数が小さい場合には、蒸気が非凝縮性気体のように振舞うことを示している。

近年、気相と液相の Euler 方程式を解くことによって、気泡の激しい崩壊を扱うことができる数値解析手法がいくつか示されている^{(9)~(13)}。相変化を考慮した解析としては、Akhatov ら⁽⁶⁾や Zein⁽⁷⁾による球形気泡の崩壊を扱った解析がある。Akhatov らは、気泡収縮速度の Mach 数に応じて二つの手法を使い分け、水中にレーザを照射した際に生じる蒸気泡の崩壊現象を対象とした数値解析を行い、実験結果と比較している。相変化は Hertz-Knudsen-Langmuir モデルを適用して扱い、気泡崩壊時の気泡の最小半径や、気泡から放射される衝撃波圧力の値などが実験結果と良く一致することを示した。Akhatov らの手法は、Eulerian-Lagrangian 座標を用いているため、一般的に、多次元に拡張する場合や複雑な気泡変形を扱う場合において困難が伴うと考えられる。また、Zein は、6-equation model と stiffened gas 状態方程式を用いて、相変化現象を扱うことができる気液二相流の解析手法を構築し、球形気泡の崩壊問題を解析した。そこでは、気泡内物質が蒸気の場合には、気泡が崩壊後に再膨張せず、気泡内に非凝縮性気体が含まれている場合にのみ、気泡が再膨張することが示されている。蒸気の場合に再膨張しない理由の一つとして、Zein は、気泡崩壊時に大きな数値散逸が生じていることを示している。Zein の用いた手法は界面に質量分率の分布が生じる diffuse-interface model であり、この手法を蒸気泡の崩壊問題に適用した場合、界面における数値的な相変化(質量の散逸)が問題となることが、Muller らにより指摘されている⁽¹⁴⁾。そのため、空間解像度を十分に保つことが困難となる気泡の非球形崩壊時に見られるようなマルチスケールな気液界面における相変化現象に対して、Zein の手法を適用した場合、数値的な相変化が支配的となることが考えられる。

一方で、気泡崩壊現象は、周囲の圧力場などの影響を強く受け、容易に非球形変形し、それに伴い液体ジェットなどが発生することが知られている。相変化現象を考慮した気泡の非球形崩壊を扱った解析は Szeri ら⁽¹⁵⁾によって行われているが、気泡内部の圧力が一様であることや液体の圧縮性を考慮していないことから、液中に衝撃波が発生するような気泡の激しい崩壊には適用できない。

また、気液の圧縮性を考慮した、相変化を伴う非球形の気泡崩壊を扱う解析が Ochiai ら⁽¹⁶⁾によって行われている。この解析では、サブグリッドスケールで均質な気液のボイド率を定義し、気液二相流を擬似的な単相流として扱い、その上で、相変化に Hertz-Knudsen-Langmuir モデルを適用し、剛体壁近傍における非球形気泡崩壊を解析している。解析の結果、初期の気泡形状が、壁面に作用する圧力分布に大きく影響することを示している。しかしながら、この解析においても、界面に人工的な厚みを導入する解析手法に対して Muller らが指摘している問題と同様に、気泡崩壊過程を通して、気液界面位置の指標となるボイド率が空間的に広く分布してしまい、界面を表すしきい値や格子解像度次第で、気泡の等価半径などが大きく異なってしまうという問題を含んでいる。

本研究の目的は、気相・液相の圧縮性ならびに気液界面における相変化を考慮した非球形変形する気泡崩壊を扱うことである。そのために、まず、気液界面における不連続な物理量を数値的に散逸させずに取り扱うことができる Ghost Fluid 法(以下 GFM と呼ぶ)^{(9),(17)}を改良し、相変化を考慮し得る手法を構築する。本手法では、GFM における ghost fluid (仮想流体)を、気液界面における相変化現象を含んだ質量、運動量、エネルギー流束の釣り合いを適切に考慮して定義する。また、気泡崩壊時の微細な界面構造において生じる相変化現象を解像できるように、気泡半径や気液界面位置に応じて細分化格子を適用する多重格子を用いて本現象を扱う。その手法を球対称一次元気泡の崩壊問題に適用し、解析結果を実験結果と比較することにより、手法の妥当性を検討する。次に、この手法を軸対称二次元解析手法に拡張し、衝撃波作用により引き起こされる蒸気泡の崩壊問題を解析する。

2. 支配方程式

気液の圧縮性流体の支配方程式として、球対称解析では、以下の熱伝導を考慮した球対称 Euler 方程式を解く。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial r_s} = S \quad (1)$$

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_s \\ e \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho u_s \\ \rho u_s^2 + p \\ (e + p)u_s \end{pmatrix}, \quad S = -\frac{2}{r_s} \begin{pmatrix} \rho u_s \\ \rho u_s^2 \\ (e + p)u_s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{r_s^2} \frac{\partial(r_s^2 q_s)}{\partial r_s} \end{pmatrix}$$

ここで, t は時間, r_s は球座標系の半径方向成分, ρ は密度, u_s は r_s 方向の速度, p は圧力, e は運動エネルギーと単位質量当たりの内部エネルギー E の和, q_s は r_s 方向の熱流束である.

また, 軸対称解析では, 支配方程式として, 以下の熱伝導を考慮した軸対称 Euler 方程式を解く.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\partial G}{\partial z} = S \quad (2)$$

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_r \\ \rho w \\ e \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho u_r \\ \rho u_r^2 + p \\ \rho u_r w \\ (e + p)u_r \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho u_r w \\ \rho w^2 + p \\ (e + p)w \end{pmatrix}, \quad S = -\frac{1}{r} \begin{pmatrix} \rho u_r \\ \rho u_r^2 \\ \rho u_r w \\ (e + p)u_r \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(rq_r)}{\partial r} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \end{pmatrix}$$

ここで, r と z は円筒座標系における半径方向成分と軸方向成分である. u_r と w は, それぞれ r 方向と z 方向の速度, q_r と q_z は, それぞれ r 方向と z 方向の熱流束である.

蒸気と水に対する状態方程式は, 以下の stiffened gas 状態方程式 (SG-EOS) を用いた^{(7),(18)}.

$$p = (\gamma - 1)\rho(E - \epsilon) - \gamma\Pi \quad (3)$$

$$E = \frac{C_p}{\gamma}T + \frac{\Pi}{\rho} + \epsilon \quad (4)$$

ここで, T は温度である. 上式の γ , Π , ϵ , C_p は物質固有の定数であり, 本解析では, 飽和曲線を参考にして定めた以下の定数を用いた.

$$\text{vapor: } \gamma_v = 1.43, \quad \Pi_v = 0 \text{ Pa}, \quad \epsilon_v = 2030 \times 10^3 \text{ J/kg}, \quad C_{pv} = 1.487 \times 10^3 \text{ J/(kgK)}$$

$$\text{water: } \gamma_l = 2.35, \quad \Pi_l = 10^9 \text{ Pa}, \quad \epsilon_l = -1167 \times 10^3 \text{ J/kg}, \quad C_{pl} = 5.947 \times 10^3 \text{ J/(kgK)}$$

ここで, 下付き添え字の v と l は, それぞれ蒸気と液体 (水) を表している.

2.1 熱拡散

熱伝導は Fourier の法則に従うとし, 以下の式より決定する.

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T \quad (5)$$

ここで, $\mathbf{q}$ は熱流束ベクトルであり, ∇ は勾配を表している. λ は熱伝導率であり, 水に対しては, 後に示す球対称解析 (初期液相温度 296 K) では, 0.598 W/(mK) , 軸対称解析 (初期液相温度 373.15 K) では, 0.676 W/(mK) として与える. また, 蒸気の熱伝導率は, いずれの解析においても以下の式に示すように温度に対して線形に近似する⁽¹⁹⁾.

$$\lambda_v = aT_v + b \quad (6)$$

ここで, $a = 7.590 \times 10^{-5} \text{ W/(mK}^2\text{)}$, $b = 1.585 \times 10^{-2} \text{ W/(mK)}$ とした.

2.2 相変化を伴う気液界面における境界条件⁽²⁰⁾

気液界面を挟んだ流体間の境界条件は, 界面 (相変化による界面移動含む) に乗った座標系から見て, 界面において質量, 運動量, エネルギー流束が釣り合うことから, 以下の条件となる.

$$\rho_v^i(\mathbf{u}_v^i \cdot \mathbf{n} - U^i) = \rho_l^i(\mathbf{u}_l^i \cdot \mathbf{n} - U^i) = \dot{m} \quad (7)$$

$$\rho_v^i(\mathbf{u}_v^i - U^i \mathbf{n})(\mathbf{u}_v^i \cdot \mathbf{n} - U^i) + p_v^i \mathbf{n} = \rho_l^i(\mathbf{u}_l^i - U^i \mathbf{n})(\mathbf{u}_l^i \cdot \mathbf{n} - U^i) + p_l^i \mathbf{n} \quad (8)$$

$$(e_v^i + p_v^i)(\mathbf{u}_v^i \cdot \mathbf{n} - U^i) + \mathbf{q}_v^i \cdot \mathbf{n} = (e_l^i + p_l^i)(\mathbf{u}_l^i \cdot \mathbf{n} - U^i) + \mathbf{q}_l^i \cdot \mathbf{n} \quad (9)$$

ここで, $\mathbf{u}$ は速度ベクトル, $\mathbf{n}$ は液体から蒸気に向かう方向の界面法線ベクトル, U^i は $\mathbf{n}$ 方向の界面速度 (界面における流体速度と界面を通過する質量流束より定まる), $\dot{m}$ は相変化により生じる質量流束 (蒸発を正), 上付き添え字 i は界面における値であることを示している.

式 (7) ~ (9) を, $\dot{m}$ と結びつけた形に書き直すと, 界面を挟んだ二流体間において以下の関係が成立する.

$$\mathbf{u}_v^i \cdot \mathbf{n} - \frac{\dot{m}}{\rho_v^i} = \mathbf{u}_l^i \cdot \mathbf{n} - \frac{\dot{m}}{\rho_l^i} \quad (10)$$

$$\dot{m}(\mathbf{u}_v^i \cdot \mathbf{t})\mathbf{t} + \left(\frac{\dot{m}^2}{\rho_v^i} + p_v^i\right)\mathbf{n} = \dot{m}(\mathbf{u}_l^i \cdot \mathbf{t})\mathbf{t} + \left(\frac{\dot{m}^2}{\rho_l^i} + p_l^i\right)\mathbf{n} \quad (11)$$

$$\dot{m}\left[h_v^i + \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\dot{m}}{\rho_v^i}\right)^2 + (\mathbf{u}_v^i \cdot \mathbf{t})^2\right\}\right] + \mathbf{q}_v^i \cdot \mathbf{n} = \dot{m}\left[h_l^i + \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\dot{m}}{\rho_l^i}\right)^2 + (\mathbf{u}_l^i \cdot \mathbf{t})^2\right\}\right] + \mathbf{q}_l^i \cdot \mathbf{n} \quad (12)$$

ここで, $\mathbf{t}$ は界面接線ベクトル, h は単位質量当たりのエンタルピーである.

2.3 相変化による質量流束

本解析手法における質量流束 $\dot{m}$ を決定する方法は任意であるが, 本報では Akhatov らと同様に Hertz-Knudsen-Langmuir モデルを用いて以下のように定める^{(3),(6)}.

$$\dot{m} = \frac{\alpha_P}{\sqrt{2\pi R_v}} \left(\frac{p_s(T_l^i)}{\sqrt{T_l^i}} - \frac{\Gamma p_v^i}{\sqrt{T_v^i}} \right) \quad (13)$$

$$\Gamma = \exp(-\Omega^2) - \Omega \sqrt{\pi} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\Omega \exp(-x^2) dx \right) \quad (14)$$

$$\Omega = \frac{\dot{m}}{\sqrt{2p_v^i}} \sqrt{R_v T_v^i} \quad (15)$$

ここで, α_P は, 界面において凝縮する蒸気分子と, 界面において反射する蒸気分子の割合を表している. α_P が 1 の場合は, 蒸気相から液相界面に衝突する全ての分子が凝縮することに対応しており, α_P が 0 の場合は, 全ての分子が反射することに対応する. R_v は蒸気の気体定数, p_s は飽和蒸気圧を表している.

また, 相変化の生じている界面においては, 界面を挟んで温度が不連続であることが知られている. 本解析では温度の不連続を以下の式より決めた⁽²¹⁾.

$$\Delta T = T_l^i - T_v^i = 0.45 \frac{\dot{m} T_s(p_v^i)}{\sqrt{2R_v T_s(p_v^i)} \rho_v^i} \quad (16)$$

ここで, T_s は飽和温度である.

3. 数値解析手法

3.1 Level Set 法⁽²²⁾

界面の捕獲には level set 関数 φ を用いる. 一般的に, 相変化を考慮しない場合, level set 関数は, 流体の速度場を用いて, 以下の式により時間発展する.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \varphi = 0 \quad (17)$$

Fig. 1 $p-v$ diagram.

本問題では、法線方向の流体速度 $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$ は、界面における相変化現象のために、気液界面において不連続となる。level set 方程式 (17) の時間発展に用いる速度場 $\mathbf{u}$ に対して、その界面法線方向成分が全領域において連続な関数となるように、各流体ごとに速度場を以下のように補正した。

$$\mathbf{u}_R = \begin{cases} \mathbf{u} - \frac{\dot{m}}{\rho_v^i} \mathbf{n} & (\varphi \geq 0 : \text{vapor phase}) \\ \mathbf{u} - \frac{\dot{m}}{\rho_l^i} \mathbf{n} & (\varphi < 0 : \text{water phase}) \end{cases} \quad (18)$$

本解析では、式 (17) の代わりに、速度場 $\mathbf{u}_R$ を用いた以下の式によって level set 関数を時間発展させた。

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \mathbf{u}_R \cdot \nabla \varphi = 0 \quad (19)$$

また、level set 関数が正しい距離関数としての性質を保つように、以下の式を用いて、時間ステップごとに、level set 関数を再初期化する⁽²²⁾。

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + S(\varphi_0)(|\nabla \varphi| - 1) = 0 \quad (20)$$

ここで、 $S(\varphi_0) = \varphi_0 / \sqrt{\varphi_0^2 + \delta x^2}$ であり、 δx は格子間隔程度の微小量 (本解析では格子幅)、 τ は仮想時間、 φ_0 は $\tau = 0$ における初期値である。

なお、軸対称問題の解析では、質量保存性の改善のため、Hybrid Particle Level Set 法 (HPLS 法)⁽²³⁾を用いた。HPLS 法では符号付の粒子 (符号により界面を挟んでどちらの流体に属するかが区別される) を配置し、それらの粒子の軌跡を、流体速度を用いて Lagrange 的に追跡し、粒子位置、特に界面を横切って別の流体側に移動した粒子の情報を用いて、level set 関数を補正する。この補正は、level set 関数を時間発展させた際ならびに再初期化の際に行われる。この時、粒子の移動に用いた速度場にも、相変化を考慮した速度場 $\mathbf{u}_R$ を用いた。

法線ベクトル $\mathbf{n}$ は、level set 関数を用いて以下の式より決定される。

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \quad (21)$$

Euler 方程式の時間発展には 3rd order TVD Runge-Kutta スキームを、対流項の計算には 3rd order ENO-LLF スキーム⁽²⁴⁾を用いる。level set 方程式の時間発展には 3rd order TVD Runge-Kutta スキームを、対流項の計算には 5th order WENO スキーム⁽²⁵⁾を用いる。

3.2 相変化モデル

相変化は式 (13) に従い、界面を挟んだ二相の状態量によって定まる．各流体の状態量は図 1(a) に示すように、各相それぞれが、飽和曲線に適合させた別々の stiffened gas 状態方程式に従うとする．平衡状態にある気液は $T_l = T_v$, $p_l = p_v = p_s(T)$ であり、二流体の間のエンタルピーの差が潜熱 $L(T)$ に対応する．

$$L(T) = h_v(T) - h_l(T) = C_{pv}T + \epsilon_v - C_{pl}T - \epsilon_l \quad (22)$$

平衡状態からずれた場合を考える．図 1(b) に示すように、 $p_v > p_s$ となる場合、蒸気相の状態方程式は、二相が共存する準安定領域に入り、式 (13) に従い、蒸気相の凝縮が生じ凝縮熱が放出される．また逆に、 $p_v < p_s$ となる場合には、蒸気圧力の低下に伴い、界面における液相圧力は低下し、液相の状態方程式は準安定領域に入る．また、式 (13) に従い、液相の蒸発が生じ流体から蒸発熱が奪われる．

3.3 Ghost Fluid 法⁽¹⁷⁾

本計算では、界面を挟む不連続な物理量を鋭く捕えるために、Ghost Fluid 法 (GFM) を用いる．GFM では、界面での境界条件を陽的に当てはめる代わりに、ghost fluid (仮想流体) と呼ばれる仮想的な流体を定義し、陰的に界面での境界条件を満足させる．その結果、界面を挟む不連続な物理量の分布により生じる数値誤差を抑制する．二種類の流体の領域は level set 関数によって判別される．各格子点には、その領域に実在する流体の物理量とともに、もう一方の流体の ghost fluid の物理量が定義される．すなわち、 $\varphi > 0$ の領域に流体 1、 $\varphi < 0$ の領域に流体 2 が存在するものとする、 $\varphi > 0$ の領域に $\varphi < 0$ の領域に実在する流体の仮想的な流体 (ghost fluid 2) が、 $\varphi < 0$ の領域に $\varphi > 0$ の領域に実在する流体の仮想的な流体 (ghost fluid 1) が定義される．そして、全領域で定義された二種類の流体を、それぞれ単相流の問題として解く．各流体の支配方程式を解いた後、level set 方程式を時間発展し、次の時間ステップでの界面位置を求め、 $\varphi > 0$ の領域では流体 1 の物理量を採用して流体 2 の物理量を捨て、 $\varphi < 0$ の領域では流体 2 の物理量を採用し流体 1 の物理量を捨てる．これより、次の時間ステップでの物理量が各格子点でただ一つに決定される．

一般に、ghost fluid の定義において、界面法線方向速度など界面を挟んで連続な分布となる物理量は、ghost fluid を定義する領域に実在する流体の物理量をそのまま使用し、エントロピーなど界面を挟んで不連続な分布となる物理量は、ghost fluid を定義する領域に実在する流体の物理量を用いず、実在の流体の物理量を外挿することにより与える．これにより、界面の境界条件を陰的に満たし、かつ不連続な物理量の分布を数値的に拡散させずに取り扱うことができる．ただし、気液界面のような二流体間の硬さが非常に異なる条件の解析においては、通常の ghost fluid の定義では、数値振動を引き起こすことが知られている⁽²⁶⁾．そのため、文献 (26), (27) に従い、液相の ghost fluid の法線速度を、実在する液相の法線速度を外挿することにより定義する．同様に、蒸気の ghost fluid の圧力は、実在する蒸気の圧力を外挿して定義される．

相変化を考慮する場合、流体の物理量は界面において質量流束分の不連続を含んだ分布となる．そのため、ghost fluid を、質量流束分の不連続を考慮し、以下のように定義した．

$$\mathbf{u}_v^{\text{ghost}} = \left(\mathbf{u}_l^{\text{real}} \cdot \mathbf{n} - \frac{\dot{m}}{\rho_l^{\text{real}}} + \frac{\dot{m}}{\rho_v^{\text{ext}}} \right) \mathbf{n} + \mathbf{u}_v^{\text{ext}} - (\mathbf{u}_v^{\text{ext}} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \quad (23)$$

$$\mathbf{u}_l^{\text{ghost}} = \mathbf{u}_l^{\text{ext}} \quad (24)$$

$$p_v^{\text{ghost}} = p_v^{\text{ext}} \quad (25)$$

$$p_l^{\text{ghost}} = p_v^{\text{real}} + \frac{\dot{m}^2}{\rho_v^{\text{real}}} - \frac{\dot{m}^2}{\rho_l^{\text{ext}}} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_v^{\text{ghost}} &= (\mathbf{q}_l^{\text{real}} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} + \mathbf{q}_v^{\text{ext}} - (\mathbf{q}_v^{\text{ext}} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \\ &\quad + \dot{m} \left[-L + \frac{1}{2} (\mathbf{u}_l^{\text{real}} \cdot \mathbf{t})^2 - \frac{1}{2} \{ \mathbf{u}_v^{\text{ext}} - (\mathbf{u}_v^{\text{ext}} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{m}}{\rho_l^{\text{real}}} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{m}}{\rho_v^{\text{ext}}} \right)^2 \right] \mathbf{n} \end{aligned} \quad (27)$$

Fig. 2 Time histories of bubble radii: (a) present result and (b) result by Akhatov et al.⁽⁶⁾

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_l^{\text{ghost}} &= (\mathbf{q}_v^{\text{real}} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} + \mathbf{q}_l^{\text{ext}} - (\mathbf{q}_l^{\text{ext}} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \\ &+ \dot{m} \left[L + \frac{1}{2}(\mathbf{u}_v^{\text{real}} \cdot \mathbf{t})^2 - \frac{1}{2}\{\mathbf{u}_l^{\text{ext}} - (\mathbf{u}_l^{\text{ext}} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}\}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}}{\rho_v^{\text{real}}}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}}{\rho_l^{\text{ext}}}\right)^2 \right] \mathbf{n} \end{aligned} \quad (28)$$

$$s_v^{\text{ghost}} = s_v^{\text{ext}} \quad (29)$$

$$s_l^{\text{ghost}} = s_l^{\text{ext}} \quad (30)$$

ここで、上付きの ghost は ghost fluid の値，real は ghost fluid を定義する領域に実在する流体の値，ext は，ghost fluid を定義する領域に対して，界面をまたいだもう一方の領域の流体から外挿された値を示している．また， s はエントロピを表している．なお，球対称条件の ghost fluid は，式 (23) ～ (30) の界面接線方向の成分をゼロとすることで与えられる．

熱流束 q を計算する際には，界面における温度の不連続 ΔT を考慮して，ghost fluid の温度を以下のように定義する．

$$T_v^{\text{ghost}} = T_l^{\text{real}} - \Delta T \quad (31)$$

$$T_l^{\text{ghost}} = T_v^{\text{real}} + \Delta T \quad (32)$$

なお，物理量の補間には，Fast Marching 法⁽²⁸⁾を用いた．

4. 解析結果

4.1 球対称一次元解析

まず，球対称一次元解析において球形蒸気泡の崩壊問題を解析し，本手法により得られた結果を Akhatov ら⁽⁶⁾の実験結果ならびに数値解析結果と比較し，本手法の妥当性を検討する．初期条件は Akhatov らの解析と同様に，初期状態の水の圧力 p_0 を 10^5 Pa，系全体の温度 T_0 を 296 K，初期の気泡半径 R_0 を 1 mm，初期の気泡内部圧力 p_{s0} を温度 T_0 における飽和蒸気圧とした．この状況は，レーザを水中に照射することによって生じた気泡が，レーザのエネルギーにより膨張し，最大半径に達した後に，周囲流体圧力によって崩壊する状況に対応している．Akhatov らは， α_P を数値解析結果が実験結果と一致するように調整するためのパラメータとして用い， $\alpha_P=0.075$ と設定している．一方で，本解析では Akhatov らの実験結果との比較から $\alpha_P=0.055$ とした．この α_P の相違は，Akhatov らの解析手法と本解析手法では蒸気相・液相の状態方程式や種々の物性値の決定方法が異なることに起因すると考えられる． α_P の値として，水-水蒸気系に対しては 0.04 程度の値が用いられているが⁽²⁹⁾，未だ確固たる値は示されていない．本論文で用いた α_P の値は，Akhatov らの実験条件においては，解析結果が実験結果と最も良く一

Fig. 3 Influence of the initial bubble radius on the local minimum bubble radius reached during the first collapsing stage.

致し適当であったが、種々の計算条件に対して適用可能であるかどうかは、今後さらなる検討が必要である。本論文の主旨は、相変化量を決定するために用いる界面モデル(本解析では Hertz-Knudsen-Langmuir モデル) やその際に用いる係数の妥当性を論じるものではなく、任意の適切な界面モデルにより計算した相変化量を Ghost Fluid 法を用いて、流体の界面境界条件に陰的に反映し、複雑に変形する気液界面を数値的に散逸させずに扱った上で、その界面において生じる非平衡相変化を扱うことが可能となる数値解析手法を提案・構築することにある。そのため、本論文では、界面モデルの妥当性や α_P の種々の解析条件に対する適用限界については、今後の課題として論じない。計算は、 $\Delta p = p_0 - p_{s0}$ 、初期の水の密度 ρ_{l0} 、 R_0 、 $t_0 = R_0 / \sqrt{\Delta p / \rho_{l0}}$ を用いて無次元化して行った。また、球対称解析では表面張力を考慮する。GFM における表面張力の取り扱い方法については文献 (12) を参照されたい。

相変化を考慮した蒸気泡の崩壊では、気泡内部の蒸気が凝縮することにより、気泡半径が非常に小さくなることが知られている。Akhatov らの解析では蒸気泡の崩壊時において、気泡半径は初期気泡半径の 1/50 から 1/100 程度まで小さくなることが示されている。気泡が非常に小さくなった際にも、気泡内部を解像するために、本解析では、気泡崩壊時の半径に応じて細分化格子を適用する多重格子法を併用した GFM^{(12),(30)}を用いている。球対称条件の計算では 10 層の多重レイヤーを配置した。最小格子間隔は $7.8125 \times 10^{-5} R_0$ である。解析領域は、初期気泡半径 R_0 の 200 倍とし、境界条件として、球対称座標の原点では対称条件を、気泡から十分遠方の計算境界では透過条件を与えた。

図 2 は気泡の等価半径の時間履歴であり、左の図 (a) は本解析による結果、右の図 (b) は Eulerian-Lagrangian 座標を用いて計算された Akhatov らの数値解析結果である。図 (a) の $\alpha_P = 0$ は相変化が生じない条件(非凝縮性気体)に対応する。 $\alpha_P = 0.055$ の場合、気泡の収縮時には、蒸気が圧縮されることにより、圧力が上昇し凝縮が生じる。そのため、 $\alpha_P = 0$ の条件に比べて、崩壊時間が若干短くなり、最小半径が小さくなる。気泡が最小半径に達した後、膨張時には、気泡の膨張に伴い蒸気圧力が低下するため、蒸発が生じ蒸気の質量は若干増えることになる。 $\alpha_P = 0.055$ の結果は、 α_P の値は異なるが、Akhatov らの数値解析結果と気泡の収縮・膨張の全過程において良く一致している。本現象に対して、相変化の影響は非常に強く、気泡半径(気液界面位置)の時間変化にもそれが表れているため、本検証により、本手法による相変化の取り扱いの妥当性が示せているものと考えられる。なお、相変化を考慮しない球形気泡の崩壊を扱う数値解析手法の妥当性は文献 (31) において示している。

蒸気泡の崩壊現象は初期半径に依存する。そこで、蒸気泡が最初に再膨張する際の最小半径 (R_{min})、再膨張後の半径の最初の極大値 (R_{max}) ならびに気泡が最初に再膨張する際に水中に発生する衝撃波の圧力値 (p_{max}) と、気泡の初期半径 (R_0) との関係を図 3~5 に示す。衝撃波の圧力値は気泡中心から 3 mm の位置において観測される

Fig. 4 Influence of the initial bubble radius on the local maximum bubble radius reached during the first rebounding stage.

Fig. 5 Influence of the initial bubble radius on pressure amplitude of the outgoing shock wave at 3 mm in water from the bubble center.

最大圧力である．図中の赤の丸印 () は本解析結果，黒丸 () は Akhatov らの数値解析結果⁽⁶⁾，四角印 () は Akhatov らの実験結果⁽⁶⁾である．図 3 は， R_0 と $R_{\min}$ との関係を表している．初期気泡半径が大きくなるにつれて，Akhatov らの実験結果と解析結果には相違が見られるが，このことについて Akhatov らは，実験結果の非球形性の影響であるとしている．本解析では，Akhatov らの数値解析より Akhatov らの実験結果に近い結果が得られており，現象を良好に捕えていると考えられる．ただし，実験との定量的な比較を行う際には実験における非球形性を検討する必要がある．図 4 の R_0 と $R_{\max}$ との関係に関しても，本解析結果と Akhatov らの実験とは良好に一致している．また，図 5 の R_0 と $p_{\max}$ との関係においても，本解析結果は Akhatov らの実験結果を良好に捕えられている．

4.2 軸対称二次元解析 (衝撃波と気泡との干渉)

次に軸対称二次元解析として、本手法を衝撃波との干渉により生じる気泡崩壊に適用した結果を示す。図 6 に解析モデルを示す。水中で、 100°C 、1 気圧において静止状態を保っている気泡に対して、図の左側から最大圧力 (p_{sw}) が 100 MPa の衝撃波を作用させる。初期の系の温度が 373.15 K である点以外の静止状態の水・蒸気の初期条件は球対称解析で用いたものと同様に決定した。入射衝撃波の初期の圧力波形は、Kodama らの実験^{(13),(32)}で用いられた入射衝撃波の圧力履歴を参考にし、以下の式で表される指数関数状とした。

$$p(z) = \Delta p \exp[c(z - L_s)] + p_0, \quad z \leq L_s \quad (33)$$

ここで $\Delta p = p_{sw} - p_0$ 、 $c = 393.9$ とした。また、 L_s は初期の衝撃波波面の位置であり、 $20.4R_0$ と設定し、 H, W, L_{sb} は、それぞれ $8R_0, 36R_0, 1.6R_0$ とした。なお、領域の上端、左端、右端の境界は、それぞれ透過境界とし、中心軸上では対称境界条件を課した。本解析においては、6 層の多重格子を用いた。最小格子間隔は $\Delta r = \Delta z = 0.0025R_0$ である。また、球対称解析では Akhatov らの解析条件と合わせるために表面張力を考慮したが、本論文の主旨が界面において生じる相変化を扱うための手法を提案・構築することにあるため、軸対称解析においては表面張力を考慮していない。なお、軸対称問題において表面張力を考慮することは可能であり、その詳細は文献 (12) を参照されたい。

解析結果を図 7～図 11 に示す。図 7 は、 $\alpha_P = 0.055$ の条件における温度分布 (上段) ならびに気泡形状 (下段) の時間変化を表している。なお、図 7 の (i)～(iii) が気泡の収縮過程、(iv)～(vi) が、液体ジェットが衝突し、気泡体積が最小となり再膨張に転じる前後の過程、(vii)～(ix) が気泡の膨張過程に対応している。図 8 には、図 7 における気泡収縮過程における (I) $t/t_0 = 0.944$ と (II) $t/t_0 = 1.328$ の二つの時刻における (a) $\alpha_P = 0$ のときの温度分布、(b) $\alpha_P = 0.055$ のときの温度分布、(c) $\alpha_P = 0$ と $\alpha_P = 0.055$ のときの対称軸上の温度分布比較が示されている。図 9 には、図 7 の (iv)～(vi) の時刻における速度場のベクトル図を示す。図 10 には、時刻 $t/t_0 = 3.136$ における (a) $\alpha_P = 0$ のときの温度分布、(b) $\alpha_P = 0.055$ のときの温度分布が示されている。解析結果は、 $\Delta p, \rho_s$ (初期の衝撃波波面背後 100 MPa における液体密度)、 $R_0, t_0 = R_0/\sqrt{\Delta p/\rho_s}, T_\infty = 293.15 \text{ K}$ で無次元化して示されている。なお、 ρ_s および初期の衝撃波背後の物理量は Rankine-Hugoniot の関係より決定した。さらに、図 11 に、気泡内の蒸気の総質量 M の時間履歴を示す。蒸気の総質量は $M = \int \rho(x)H(\varphi)dV$ と定義される。ここで、 V は気泡体積であり、 $V(t) = \int H(\varphi)dV$ である。 $H(\varphi)$ は Heaviside 関数であり、以下のように定義される。

$$H(\varphi) = \begin{cases} 1 & (\varphi \geq 0) \\ 0 & (\varphi < 0) \end{cases} \quad (34)$$

図 11 の縦軸は初期の総質量 M_0 によって無次元化されている。図中の 2 本の線は α_P の違いに対応しており、それぞれ、黒実線が $\alpha_P = 0$ 、赤破線が $\alpha_P = 0.055$ の結果である。

まず、気泡の収縮過程における気泡変形と気泡内外の温度場について見ていく。図 7(i) において入射衝撃波が図の左側より気泡に衝突する。その際、蒸気の影響インピーダンスが、液体の影響インピーダンスに比べて非常に小さいため、気泡に衝突した衝撃波は膨張波として液相側に反射する。また、蒸気側には衝撃波が形成される。

Fig. 6 Schematic of computational arrangement.

Fig. 7 Temperature distributions (top) and bubble shapes (bottom) for the bubble collapse ($\alpha_P=0.055$).

その際、蒸気の熱容量が小さいため、圧縮された蒸気部分が高温となる。その後、図 7(ii) のように入射衝撃波の衝突した上流側の界面の収縮が助長され、気泡は変形を伴いながら収縮していき、図 7(iii) の時刻では、気泡の上流側界面においてくぼみが生じ液体ジェットが形成される。

図 7(ii), (iii) における温度場に関して、図 8 における相変化がない場合の温度場と比較して、相変化の影響を調べる。まず、図 8(I) において、相変化の有無によらず、気泡内部の蒸気温度は上昇しているが、これは、気泡内を衝撃波が伝播したことによる。相変化を考慮しない解析では、熱伝導の影響により、界面近傍の温度は、衝撃波通過後の内部蒸気温度より低い。相変化を考慮した解析では、界面近傍の蒸気温度が局所的に上昇している。この温度上昇はジェットが形成される上流側界面において顕著に見られる。(図 8(I)(c) の温度の極大値)。これは、衝撃波の衝突により、蒸気内の圧力が上昇したことを受け、界面において蒸気が凝縮したことに起因する。このような温度上昇は、大気圧下における気泡崩壊を扱った Akhatov らの解析⁽⁶⁾においては見られないが(本解析手法においても大気圧下における気泡崩壊では見られない)、Nigmatulin ら⁽²⁹⁾が行った 1.5 MPa の圧力差による気泡崩壊の解析においては、二相界面近傍の蒸気相が高温になるという結果が示されている。なお、詳細は省略するが、この局所的な温度上昇は、相変化の生じやすさ(α_P)や気泡の収縮速度などによって変化することが、本手法による数値実験において確認された。このことから、この局所的な温度上昇は、界面における凝縮量が増加することにより生じていると考えられる。そのため、この温度上昇を定量的に評価するためには、 α_P の解析条件に対する適用限界などについてのさらなる検証が必要と考えられる。図 8(II) では、蒸気内を伝播した衝撃波が下流側の界面で反射し、下流側界面の温度と圧力が上昇する。その結果、下流側の界面の凝縮が促進され、その際に界面近傍の蒸気温度は局所的に上昇する(図 8(II)(c) の右側の温度の極大値)。なお、液相は熱容量が大きいので、界面近傍での液体温度は蒸気温度のように上昇しない。このように、蒸気内を伝播している衝撃波は、気泡の収縮過程において、何度か気液界面において圧縮波として蒸気内に反射し、その度に気泡内部は高温・高圧となっていく。この高温・高圧により、気液界面における凝縮が促進されることとなり、気泡内部の蒸気質量が減少する。すなわち、図 11 の破線の $t/t_0 < 1.5$ において、質量が減少しているのは、凝縮のためである。

Fig. 8 Influence of the phase transition on the temperature distribution during the collapsing process: (a) $\alpha_P = 0$, (b) $\alpha_P = 0.055$, and (c) temperature distribution on the axis of symmetry.

次に図 7(iv) ~ (vi) の液体ジェットが衝突し気泡が膨張に転じる付近の時刻における気泡形状、温度場および速度場について見ていく。図 7(iii) において生じた液体ジェットは図 7(iv) において、下流側界面に衝突する。この時刻の速度分布を図 9(I) に示す。気泡周囲の流体には、気泡の収縮に伴い気泡方向に向かう流れ場が形成されている。気泡の上流側では、気液界面の高速変形に伴い下流に向かって高速の液体ジェットが形成されている。また、図 7(iv) の左下に示した界面近傍の温度分布の拡大図からわかるように、液体ジェットの衝突部において、蒸気が急激に圧縮されることにより、局所的な高温が生じていることがわかる。この際の蒸気内に生じる温度は 6311 K にまで達する。蒸気の急激な収縮により生じた高圧は、液体中に衝撃波として伝播する。その衝撃波背後の高圧領域は、図 7(v) において気泡を取り囲むように液体中の温度が上昇している領域として確認できる（液体中の水色の領域に対応）。また、図 9(II) に示した気泡周囲流体の速度ベクトルを見ると、液体中を伝播する衝撃波の背後領域の気泡下流側では、気泡に対し外向きの流れ場が形成されていることがわかる。また、図 9(II) の中心付近には反時計回りの循環流が形成されていることもわかる。その後、液体ジェット衝突部以外の蒸気も急激に圧縮されることとなり、内部蒸気は高温・高圧になる。図 7(v) の界面近傍の拡大図を見ると、気泡の前方に形成された薄い蒸気層が確認でき、そこが高温となっていることがわかる。蒸気層が残っているのは、隣接する液相の温度が臨界温度以上となっている界面においては、凝縮が生じないためである。また、気泡の収縮・再膨張に伴い生じる衝撃波は、液体中を伝播し、対称軸上に集束する。気泡の上流側の液相領域に生じている高温部分は、衝撃波の集束によるものであり、この時の液体中に生じる温度と圧力はそれぞれ 913 K, 3.63 GPa まで達する。その後、衝撃波は気泡から遠ざかる方向に伝播していく。図 7(vi) において気泡周囲に生じている液体中の高温部分は、その衝撃波の高圧部分に対応する。また、図 7(vi) の左下の気泡形状の拡大図からわかるように、本解析手法により、気液界面における相変化を考慮した気泡の激しい崩壊を扱いながら、気液界面の微細構造まで捕えられることがわかる。液体ジェット衝突後、気泡はトロイダル気泡と呼ばれるドーナツ型の形状となる。図 9(III) からわかるように、気泡周囲に形成された循環流により、蒸気の薄い層は引き伸ばされ、気泡は、蒸気相と液相が入り組んだ複雑な形状になる。なお、本解析による気泡形状は、軸対称二次元の仮定の下で得られたものであり、三次元気泡変形については、今後検討する必要がある。

図 11 の気泡が最小半径になる時刻付近の質量の保存性について見てみると、相変化を考慮していない場合には、

Fig. 9 Velocity vectors around the collapsing bubble.

Fig. 10 Influence of the phase transition on the temperature distribution during the growing process ($t/t_0 = 3.136$): (a) $\alpha_P = 0$ and (b) $\alpha_P = 0.055$.

本数値解析により、質量が約 10 % 増加している。これは、格子解像度に依存するものであり⁽³⁰⁾、本解析のように気泡体積が 1/400 程度に減少する問題では、非常に高解像度の格子が必要なことを示唆している。相変化を考慮した $\alpha_P = 0.055$ の解析においても、解像度に起因する質量の増減は同様に発生しているものと考えられるが、図 11 の破線では数値誤差のオーダーに比べて優位な質量減少が認められることから、本解析手法により、相変化に起因する質量の変化を捕えていると考えられる。

最後に、気泡の膨張過程について考察する。図 7(vii), (viii) のように、気泡が膨張に転じ体積が増加すると、気泡内の温度が次第に低下していく。また、図 7(vi) で見られた蒸気相と液相が複雑に入り組んだ界面において凝縮

Fig. 11 Time histories of total mass.

が生じ、液相が増加した結果として、図 7(vii), (viii) における気泡は液相の路で区切られた網目状の断面形状となる（軸対称二次元解析による結果であることに注意されたい）。なお、図 11 の $t/t_0 = 1.7 \sim 1.9$ 付近において、気泡内の蒸気質量が大幅に減少しているのは、液体ジェット衝突後、気泡が複雑に変形し、気液界面の微細構造が形成されることによって、凝縮が生じ得る気液界面の表面積が増加したことによる。その後、気泡の膨張に伴い気泡内部の圧力が低下するため、凝縮量が次第に減少していき、 $t/t_0 = 2.85$ 付近において質量の減少が止まる。そして、気泡の膨張に伴い、気泡内部圧力が飽和蒸気圧以下まで低下した後、気液界面より蒸発が生じることで総質量が増加する。 $t/t_0 = 3.136$ では、図 7(ix) の気泡形状の図から、図 7(vii), (viii) に見られた液相により分断された部分が合体し、液相部が減少していることがわかる。このときの図 10 の温度場を見てみると、合体前の界面が存在した付近に、周囲液体の温度より低温の領域が形成されていることがわかる。これは、次の理由による。気泡の膨張に伴い気泡内の圧力が低下することにより、気液界面において蒸発が生じ、その結果、図 7(vii), (viii) で見られた網目状の液相の領域は蒸気相に変化し、その際、その部分の周囲には低温領域が形成されることとなる。図 10(a), (b) を比較して、相変化の影響を比べると、相変化が内部温度場に及ぼす影響は明白であり、相変化がある場合の方が、気泡内部の温度が低下していることがわかる。これは、本解析条件では気泡の膨張は慣性力に支配されており、気泡の体積は相変化の有無によりそれほど変わらないため、結果として、凝縮により質量が減少している相変化を考慮した場合の方が気泡内の密度が低下することによると考えられる。また、気泡内部の圧力ならびに温度が低下すると、気液界面において蒸発が生じ、気泡内の急速な温度低下が助長されることとなる。

5. 結 言

気液界面での非平衡相変化を考慮し、気泡崩壊問題に適用可能な Ghost Fluid 法を構築した。本手法では、ghost fluid (仮想流体) の定義において、気液界面での相変化に伴う質量、運動量、エネルギーの釣り合いを適切に考慮した。また、本手法では、気泡崩壊時の高速な体積変化および界面の微細構造を捕えるために、気泡の体積変化に応じた適合多重格子を配置した。まず、本手法を球形気泡の崩壊問題に適用し、Akhatov ら⁽⁶⁾の実験および数値計算結果と比較した。その結果、本解析と実験の一致は良好であり、本手法には、十分な解析精度があることが示された。次に、本手法を気泡と衝撃波との干渉により引き起こされる軸対称気泡の崩壊問題に適用した。その結果、本手法により、気泡崩壊時の液体ジェットの形成などの界面での微細な変形を考慮した上で、非平衡相変化を扱えることが示された。さらに、軸対称非球形気泡の崩壊問題の解析の結果、気泡の収縮過程では、界面での非平衡凝縮により界面近傍の蒸気温度が局所的に上昇すること、膨張過程では、気泡内部圧力が飽和蒸気圧よりも低下し、気液界面で蒸発が生じることにより、気泡内部に局所的な低温領域が形成されることが明らかとなった。

文 献

- (1) Ohl, C. D., Arora, M., Ikink, R., de Jong, N., Versluis, M., Delius, M., and Lohse, D., “Sonoporation from Jetting Cavitation Bubbles”, *Biophysical Journal*, Vol. 91 (2006), pp. 4285-4295.
- (2) Umemura, S., Kawabata, K., and Sasaki, K., “Utilizing Nonlinear Behavior of Microbubbles in Medical Ultrasound”, *Electronics and Communications in Japan, Part III*, Vol. 90, No. 8 (2007), pp. 63-69.
- (3) Fujikawa, S., and Akamatsu, T., “Effects of the Non-Equilibrium Condensation of Vapour on the Pressure Wave Produced by the Collapse of a Bubble in a Liquid”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 97 (1980), pp. 481-512.
- (4) Yasui, K., “Effect of Non-Equilibrium Evaporation and Condensation on Bubble Dynamics near the Sonoluminescence Threshold”, *Ultrasonics*, Vol. 36 (1998), pp. 575-580.
- (5) Gumerov, N. A., “Dynamics of Vapor Bubbles with Nonequilibrium Phase Transitions in Isotropic Acoustic Fields”, *Physics of Fluids*, Vol. 12 (2000), pp. 71-88.
- (6) Akhatov, I., Lindau, O., Topolnikov, A., Mettin, R., Vakhitova, N., and Lauterborn, W., “Collapse and Rebound of a Laser-Induced Cavitation Bubble”, *Physics of Fluids*, Vol. 13, No. 10 (2001), pp. 2805-2819.
- (7) Zein, A., “Numerical Methods for Multiphase Mixture Conservation Laws with Phase Transition”, *Ph.D. thesis, Otto-von-Guericke University Magdeburg*, (2010), Total 165 pages.
- (8) Matsumoto, Y., and Takemura, F., “Influence of Internal Phenomena on Gas Bubble Motion (Effects of Thermal Diffusion, Phase Change on the Gas-Liquid Interface and Mass Diffusion between Vapor and Noncondensable Gas in the Collapsing Phase)”, *JSME international journal. Ser. B*, Vol. 37, No. 2 (1994), pp. 288-296.
- (9) Takahira, H., Matsuno, T., and Shuto, K., “Numerical Investigations of Shock-Bubble Interactions in Mercury”, *Fluid Dynamics Research*, Vol. 40 (2008), pp. 510-520.
- (10) Takahira, H., Kobayashi, K., and Matsuno, T., “Direct Numerical Simulations of Interaction of Strong Shock Waves with Nonspherical Gas Bubbles near Glass Boundaries in Mercury”, *International Journal of Emerging Multidisciplinary Fluid Sciences*, Vol. 1, No. 2 (2009), pp. 85-99.
- (11) Johnsen, E., and Colonius, T., “Numerical Simulations of Non-Spherical Bubble Collapse”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 629 (2009), pp. 231-262.
- (12) Takahira, H., and Jinbo, Y., “Application of an Improved Ghost Fluid Method to the Collapse of Non-Spherical Bubbles in a Compressible Liquid”, *Proceedings of ASME-JSME-KSME Joint Fluids Engineering Conference 2011*, USB memory (AJK2011-04027) (2011), Total 12 pages.
- (13) Kobayashi, K., Kodama, T., and Takahira, H., “Shock Wave-Bubble Interaction near Soft and Rigid Boundaries during Lithotripsy: Numerical Analysis by the Improved Ghost Fluid Method”, *Physics in Medicine and Biology*, Vol. 56 (2011), pp. 6421-6440.
- (14) Muller, S., Bachmann, M., Kroninger, D., Kurz, T., and Helluy, P., “Comparison and Validation of Compressible Flow Simulations of Laser-Induced Cavitation Bubbles”, *Computers & Fluids*, Vol. 38 (2009), pp. 1850-1862.
- (15) Szeri, A. J., Storey, B. D., Pearson, A., and Blake, J. R., “Heat and Mass Transfer during the Violent Collapse of Nonspherical Bubbles”, *Physics of Fluids*, Vol. 15 (2003), pp. 2576-2586.
- (16) Ochiai, N., Iga, Y., Nohmi, M., and Ikohagi, T., “Numerical Analysis of Nonspherical Bubble Collapse Behavior and Induced Impulsive Pressure during First and Second Collapses near the Wall Boundary”, *Journal of Fluid Science and Technology*, Vol. 6, No. 6 (2011), pp. 860-874.
- (17) Fedkiw, R., Aslam, T., Merriman, B., and Osher, S., “A Non-Oscillatory Eulerian Approach to Interfaces in Multimaterial Flows (the Ghost Fluid Method)”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 152 (1999), pp. 457-492.
- (18) Saurel, R., Petitpas, F., and Abgrall, R., “Modelling Phase Transition in Metastable Liquids: Application to Cavitating and Flashing Flows”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 607 (2008), pp. 313-350.
- (19) Spencer, B. B., Wang, H., and Anderson, K. K., “Thermal Conductivity of IONSIV IE-911 Crystalline Silicotitanate and Savannah River Waste Simulant Solutions”, *ORNL/TM-2000/285*, (2000), Total 44 pages.

- (20) Hsieh, D. Y., "On the Dynamics of Nonspherical Bubbles", *Journal of Basic Engineering*, Vol. 94 (1972), pp. 655-665.
 - (21) Nigmatulin, R. I., *Dynamics of Multiphase Media*, Vols. 1 and 2 (1991), Hemisphere, New York.
 - (22) Sussman, M., Smereka, P., and Osher, S., "A Level Set Approach for Computing Solutions to Incompressible Two-Phase Flow", *Journal of Computational Physics*, Vol. 114 (1994), pp. 146-159.
 - (23) Enright, D., Fedkiw, R., Ferziger, J., and Mitchell, I., "A Hybrid Particle Level Set Method for Improved Interface Capturing", *Journal of Computational Physics*, Vol. 183 (2002), pp. 83-116.
 - (24) Shu, C.-W., and Osher, S., "Efficient Implementation of Essentially Non-Oscillatory Shock Capturing Schemes II", *Journal of Computational Physics*, Vol. 83 (1989), pp. 32-78.
 - (25) Jiang, G.-S., and Peng, D., "Weighted ENO Schemes for Hamilton-Jacobi Equations", *SIAM Journal on Scientific Computing*, Vol. 21 (2000), pp. 2126-2143.
 - (26) Fedkiw, R., "Coupling an Eulerian Fluid Calculation to a Lagrangian Solid Calculation with the Ghost Fluid Method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 175 (2002), pp. 200-224.
 - (27) 高比良裕之, 湯浅伸哉, "Ghost Fluid 法を用いた圧縮性二相流の数値解法の検討 (第 2 報, 気液二相流のための改良)", *日本機械学会論文集 B 編*, Vol. 72, No. 723 (2006), pp. 2643-2651.
 - (28) Adalsteinsson, D., and Sethian, J. A., "The Fast Construction of Extension Velocities in Level Set Methods", *Journal of Computational Physics*, Vol. 148 (1999), pp. 2-22.
 - (29) Nigmatulin, R. I., Akhatov, I. S., Topolnikov, A. S., Bolotnova, R. K., Vakhitova, N. K., Lahey, R. T., and Taleyarkhan, R. P., "Theory of Supercompression of Vapor Bubbles and Nanoscale Thermonuclear Fusion", *Physics of Fluids*, Vol. 17, No. 10 (2005), pp. 1-31.
 - (30) 小林一朗, 神保佳典, 高比良裕之, "液体中での衝撃波と気泡との干渉問題へのマルチグリッド Ghost Fluid 法の適用", *日本機械学会論文集 B 編*, Vol. 77, No. 773 (2011), pp. 20-32.
 - (31) Jinbo, Y., and Takahira, H., "Numerical Investigations of Thermal Effects on the Interaction of Shock Waves with Bubbles", *Proceedings of ASME-JSME-KSME Joint Fluids Engineering Conference 2011*, USB memory (AJK2011-33022) (2011), Total 11 pages.
 - (32) Kodama, T., and Takayama, K., "Dynamic Behavior of Bubbles during Extracorporeal Shock-Wave Lithotripsy", *Ultrasound in Medicine & Biology*, Vol. 24 (1998), pp. 723-738.
-