直交格子法における物体境界近傍の直接離散化法* (速度場と圧力場の整合性を考慮した高精度化)

佐藤 範和^{*1}, 梶島 岳夫^{*2}, 竹内 伸太郎^{*3}, 稲垣 昌英^{*1}, 堀之内 成明^{*4}

A Direct Discretization Approach near Wall Boundaries for a Cartesian Grid Method (Consideration of Consistency between Velocity and Pressure Fields)

Norikazu SATO^{*1}, Takeo KAJISHIMA, Shintaro TAKEUCHI,
Masahide INAGAKI and Nariaki HORINOCHI

^{*1} Toyota Central R&D Labs., Inc.,
41-1, Yokomichi, Nagakute, Aichi, 480-1192, Japan

A new discretization scheme for a Cartesian grid method is proposed. The Navier-Stokes equation is discretized directly even in the boundary cells in order to ensure the momentum conservation. Furthermore, the Navier-Stokes equation and the pressure Poisson equation in the boundary cells are constructed with the properly interpolated flux and pressure gradient. This treatment guarantees the consistency between the velocity and pressure fields in the boundary cells. The validity of the present method is assessed in some fundamental flows. It is found that the present method significantly improves the accuracy orders for the wall shear stress as well as the velocity compared to the voxel method and the conventional direct forcing immersed boundary methods. The results by the present method are also found to be less dependent on the Courant number due to the consideration of the consistency between the velocity and pressure fields in the vicinity of the boundary. The method is also applied to a large eddy simulation of a flow past a circular cylinder at a Reynolds number 3900. The flow fields predicted by the present method are found to be in good agreement with those of the experimental and numerical studies reported in the literatures.

Key Words : Cartesian Grid Method, Boundary Condition, Incompressible Flow, Finite Volume Method, Immersed Boundary Method

1. 緒 言

CFD (Computational Fluid Dynamics) は自動車産業を含む様々な工業分野で利用されるようになり、製品開発の期間短縮や開発コストの削減に貢献している。実際の工学問題を対象とした CFD では、構造格子や非構造格子などの境界適合格子が用いられることが多い。構造格子は、境界近傍において高い格子解像度と格子品質を確保できるが、複雑な物体形状への適用性は低く、格子生成に多くの時間が必要とされる。一方、四面体などで構成される非構造格子に関しては、格子生成は比較的容易であるものの、計算精度が格子品質に影響されやすい。また、非構造格子についても、例えば自動車のエンジンルームのように、構成要素が複雑に干渉する形状に対して格子を作成することは難しい。格子生成の簡略化とそれによるターンアラウンドタイムのさらなる短縮は CFD を実用問題に応用するうえでの重要な技術課題である。

上記課題を解決するために有力な計算方法として、直交格子を用いた方法 (以下、直交格子法) が挙げられる。直交格子法には、物体を階段形状として近似したボクセル法⁽¹⁾や、境界近傍の計算精度を高めた方法として、Immersed Boundary (IB) 法^{(2)~(7)}、Cut Cell 法⁽⁸⁾、Ghost Fluid 法^{(9)~(10)}など様々な方法が提案されている。一般的に、直交格

* 原稿受付 2012 年 9 月 12 日

^{*1} 正員, (株) 豊田中央研究所 (〒480-1192 愛知県長久手市横道 41-1)

^{*2} 正員, フェロー, 大阪大学大学院工学研究科 (〒565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1)

^{*3} 正員, 大阪大学大学院工学研究科

^{*4} (株) 豊田中央研究所

E-mail: nsato@mosk.tytlabs.co.jp

子法の適用先は、(a) 複雑形状流れ、(b) 固体変形をともなう移動境界流れ、(c) 混相流、に大別され、上記の各手法はそれぞれの対象への適性 (計算精度や計算負荷) に応じて使い分けられる。

本研究で取り上げる非圧縮性流れの (a) の対象で広く用いられる方法として、Direct Forcing IB 法が挙げられる。これは Mohd-Yusof⁽³⁾ により提案され、その後、Fadlun ら⁽⁴⁾ によって三次元形状に適した改良が行われた。Fadlun らの方法は、境界に隣接する計算セルの流速を周囲の流速の補間によって強制することを特徴とし、組み込みの容易さと計算の安定性から様々な応用解析に適用されている⁽⁴⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。これに対して、Ikeno ら⁽⁶⁾ は、Fadlun らの Direct Forcing IB 法を用いるうえで、圧力方程式の離散化の問題点を指摘した。さらに、Direct Forcing IB 法に整合する圧力方程式の離散化式を提案し、基礎的な流れ場でその効果を確認している。ただし、平行平板間流れや円管流れなど主流が壁面に比較的沿った対象については十分な検証が行われているが、物体周り流れのように、壁面への流れの衝突や、流れの剥離が支配的な対象における有効性は明らかとなっていない。また、IB 法の精度検証は格子解像度が十分に高い条件で実施されることが多いのに対し、Direct Forcing IB 法では、境界に隣接する計算セルで Navier-Stokes 方程式を解かないため、実用問題に適用する際に想定される格子解像度の低い条件では、計算精度の大幅な低下が懸念される。

そこで本研究では、直交格子法における境界近傍の計算精度を向上するための離散化手法を新たに提案する。不連続境界を扱うための計算法である、境界の外側領域まで流体方程式を適用する方法 (気液界面の場合は Ghost Fluid 法が代表的である) の考え方を取り入れ、境界に隣接する計算セルに対し、物体境界の位置と境界条件に基づいて Navier-Stokes 方程式を直接的に離散化する。加えて、境界に隣接する計算セルの界面における体積流束と圧力勾配については Navier-Stokes 方程式と圧力方程式の整合性を考慮して算出する。精度検証として、層流域を対象とした、平行平板間流れ、同軸二重円筒間流れ、円柱周りの流れに本手法を適用し、格子解像度や計算時間刻みの影響に注目して、ボクセル法や既存の Direct Forcing IB 法による結果と比較し、その有効性を示す。また、比較的高いレイノルズ数域での検証として、過去の研究成果が豊富なレイノルズ数 3900 の円柱周りの流れ場を対象に LES (Large Eddy Simulation) を実施し、円柱表面上の圧力分布や後流域の流速分布をそれらと比較した結果についても示す。なお、本論文では、工学的な実用問題の一つとして挙げられる自動車に関する流れ場のうち、熱交換器などの熱流体機器内部の管内流れや、自動車部品の製造装置内の流れへの適用を想定し、 10^3 のオーダーまでのレイノルズ数について精度検証を実施した。

2. 計 算 方 法

デカルト座標系における非圧縮性流体の連続の式と Navier-Stokes 方程式を式 (1), (2) に示す。

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i \quad (2)$$

ここで、 Re はレイノルズ数であり、代表速度 u_0 、代表長さ l_0 、密度 ρ 、粘性係数 μ を用いて $Re = \rho u_0 l_0 / \mu$ と表される。 $u_i = (u, v, w)$ と p は上記代表量で無次元化された流速ベクトルと圧力である。 f_i は IB 法で物体形状を表現するために用いられる、単位体積あたりの無次元化された外力であり、速度を強制する計算セル、すなわちセル中心が物体内部にある計算セル (以下、物体セル) と、物体セルに隣接する流体領域の計算セル (以下、境界セル) において 0 でない値を持つ。

物体セルと境界セルを除く計算セル (以下、流体セル) の空間離散化には改良型コロケーション格子法⁽¹³⁾を用いる。基礎方程式に対し、時間積分として Crank-Nicolson 法を適用したときの離散化式を式 (3), (4) に示す。

$$\frac{\delta U_j^{n+1}}{\delta x_j} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{\delta}{\delta x_j} \left[U_j^n \left(\frac{u_i^n + u_i^{n+1}}{2} \right) \right] = -\frac{\delta_c p^{n+1}}{\delta_c x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\delta}{\delta x_j} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\delta u_i^n}{\delta x_j} + \frac{\delta u_i^{n+1}}{\delta x_j} \right) \right] + f_i \quad (4)$$

基本変数 u_i 、 p はセル中心で定義し、体積流束 $U_j = (U, V, W)$ は計算セルの界面 (以下、セル界面) で定義する。上付き添え字 n ならびに $n+1$ は時間ステップを示す。対流項には局所線形化を施し、対流項中の u_i はセル界面

Fig. 1 Configuration of a Cartesian grid and an immersed boundary (× : body cells, ▲ : boundary cells, ● : fluid cells).

上へ補間された値である． $\delta/(\delta x_j)$ は 2 次精度中心差分， $\delta_c/(\delta_c x_j)$ は改良型コロケーション格子法に特有の空間差分であることを表す．

境界セルと物体セルでの離散化には，以下に示す二種類の既存の Direct Forcing IB 法，ならびに本研究で新たに提案する方法を用いる．以下，SMAC (Simplified Marker and Cell) 法を適用した場合のそれぞれの方法の計算手続きについて述べる．

2.1 Fadlun らの Direct Forcing IB 法

図 1 のように x 方向に境界を持つ二次元の計算格子について考える．Fadlun ら⁽⁴⁾ の Direct Forcing IB 法では，物体セルでの流速が物体速度と一致し，境界セルでの流速が境界上の物体速度と周囲の流体セルの流速の補間値となるように，物体セルと境界セルで強制力を与える．ここでは，境界セルでの流速の補間に線形補間を用いる．図 1 の (I, J) の境界セルについて，SMAC 法の予測段階の流速 $u_{I,J}^*$ から圧力勾配の影響を除いた流速 $u_{I,J}^{**}$ に対し，線形補間 (補間関数 φ_1) を適用すると，式 (5) のようになる．

$$[\varphi_1(u^{**})]_{I,J} = \frac{\epsilon_x}{\epsilon_x + 1} u_{I+1,J}^{**} + \frac{1}{\epsilon_x + 1} u_b \quad (5)$$

ここで， ϵ_x は格子幅で正規化したセル中心と境界間の距離である．また， u_b は境界上の物体速度であり，静止壁の場合は 0 である． v ， w についても同様の式を作ることができる．二方向 (二次元では x と y 方向) に同時に境界を持つ場合には，各方向の補間関数を 1/2 の重みで足し合わせる⁽⁶⁾．本研究ではコロケーション格子を用いるため，境界側セル界面 $(I-1/2, J)$ 上の体積流束 $U_{I-1/2,J}^{**}$ についても線形補間関数 φ_2 を用いて，式 (6) で求める．

$$[\varphi_2(U^{**})]_{I-1/2,J} = \frac{\epsilon_x - 0.5}{\epsilon_x + 0.5} U_{I+1/2,J}^{**} + \frac{1}{\epsilon_x + 0.5} U_b \quad (6)$$

U_b は境界上の体積流束であり， u_b と同じく静止壁の場合は 0 である．Fadlun らの Direct Forcing IB 法では，次に示す Ikeno らの方法とは異なり，圧力方程式，速度修正式に対しては，境界の位置に関係なく離散化を行う．ここでは，いずれも中心差分で離散化する．

2.2 Ikeno らの Direct Forcing IB 法

Ikeno ら⁽⁶⁾ は，Fadlun ら⁽⁴⁾ の Direct Forcing IB 法では，流速の補間計算と圧力方程式の離散化とが整合しておらず，その結果として，境界から非物理的な流束が生じるなど，物体境界を適切に表現できないことを指摘した．さらにこの問題を解決するために，Direct Forcing IB 法に整合した圧力方程式の離散化方法，すなわち，流速の補間と整合するように，圧力方程式中の圧力勾配を補間で算出する離散化式を提案した．コロケーション格子にお

いて補間に線形補間を用いる場合、図 1 の (I, J) の境界セルでの圧力方程式は以下のように離散化される。

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ \left(\frac{\delta p^{n+1}}{\delta x} \right)_{I+\frac{1}{2},J} - \left[\varphi_2 \left(\frac{\delta p^{n+1}}{\delta x} \right) \right]_{I-\frac{1}{2},J} \right\} + \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[\left(\frac{\delta p^{n+1}}{\delta y} \right)_{I,J+\frac{1}{2}} - \left(\frac{\delta p^{n+1}}{\delta y} \right)_{I,J-\frac{1}{2}} \right] \\ = \frac{1}{\Delta x} \left(U_{I+\frac{1}{2},J}^{**} - [\varphi_2 (U^{**})]_{I-\frac{1}{2},J} \right) + \frac{1}{\Delta y} \left(V_{I,J+\frac{1}{2}}^{**} - V_{I,J-\frac{1}{2}}^{**} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

一方、 $u_{I,J}$ ならびに $U_{I-1/2,J}$ に関する速度修正式の離散化式は式 (8), (9) のようになる。

$$u_{I,J}^{n+1} = u_{I,J}^{**} - \Delta t \left[\varphi_3 \left(\frac{\delta p^{n+1}}{\delta x} \right) \right]_{I,J} \quad (8)$$

$$U_{I-\frac{1}{2},J}^{n+1} = U_{I-\frac{1}{2},J}^{**} - \Delta t \left[\varphi_2 \left(\frac{\delta p^{n+1}}{\delta x} \right) \right]_{I-\frac{1}{2},J} \quad (9)$$

ここで、

$$\left[\varphi_2 \left(\frac{\delta p^{n+1}}{\delta x} \right) \right]_{I-\frac{1}{2},J} = \frac{\epsilon_x - 0.5}{\epsilon_x + 0.5} \left(\frac{\delta p^{n+1}}{\delta x} \right)_{I+\frac{1}{2},J} + \frac{1}{\epsilon_x + 0.5} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_b \quad (10)$$

$$\left[\varphi_3 \left(\frac{\delta p^{n+1}}{\delta x} \right) \right]_{I,J} = \frac{1}{2} \left\{ \left[\varphi_2 \left(\frac{\delta p^{n+1}}{\delta x} \right) \right]_{I-\frac{1}{2},J} + \left(\frac{\delta p^{n+1}}{\delta x} \right)_{I+\frac{1}{2},J} \right\} \quad (11)$$

であり、境界上の圧力勾配 $(\partial p / \partial x)_b$ は、静止壁の場合には、境界が存在する座標軸方向成分 (図 1 の例では $(\partial p / \partial x)_b$) を 0 とする⁽⁶⁾。 $u_{I,J}^{**}$ と $U_{I-1/2,J}^{**}$ の計算には 2.1 節と同様に式 (5), (6) の線形補間式を用いる。

2.3 直交格子法の改良

上記二種類の Direct Forcing IB 法では、いずれも境界セルの流速を補間によってのみ算出する。このことにより、境界の取り扱いが簡便となり、計算の安定性も向上する⁽⁴⁾が、一方で、そのセルでは運動量保存を考慮しないため、特に格子解像度が低い条件では計算精度の大幅な低下が懸念される。そこで本研究では、境界セルに対しても物体境界の位置とそこでの境界条件に基づいて、Navier-Stokes 方程式を直接的に離散化し、なおかつ Navier-Stokes 方程式と圧力方程式の整合性を考慮して離散化する方法を提案する。

図 1 の境界セル (I, J) について、 x 方向の Navier-Stokes 方程式を考える。まず、本手法では対流項を式 (12) のように離散化する。

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial (u_j u)}{\partial x_j} \right]_{I,J} = \frac{1}{\Delta x} \left\{ U_{I+\frac{1}{2},J} \left(\frac{u_{I,J} + u_{I+1,J}}{2} \right) - U_{I-\frac{1}{2},J} [\varphi_4 (u)]_{I-\frac{1}{2},J} \right\} \\ + \frac{1}{\Delta y} \left[V_{I,J+\frac{1}{2}} \left(\frac{u_{I,J} + u_{I,J+1}}{2} \right) - V_{I,J-\frac{1}{2}} \left(\frac{u_{I,J} + u_{I,J-1}}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、境界側セル界面上の流速 $u_{I-1/2,J}$ の計算には式 (13) の補間式 (補間関数 φ_4) を用いる。

$$[\varphi_4 (u)]_{I-\frac{1}{2},J} = \frac{\epsilon_x - 0.5}{\epsilon_x} u_{I,J} + \frac{0.5}{\epsilon_x} u_b \quad (13)$$

また、式 (12) の境界側セル界面上の体積流束 $U_{I-1/2,J}$ には、後述のように、前の計算ステップにおいて境界位置を考慮して速度修正した値を用いる。

つぎに、Navier-Stokes 方程式の圧力項には、式 (11) の離散化式を適用する。すなわち、

$$\left[\frac{\partial p}{\partial x} \right]_{I,J} = \left[\varphi_3 \left(\frac{\delta p}{\delta x} \right) \right]_{I,J} \quad (14)$$

とする。

一方、粘性項は式 (15) のように離散化する。

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial x_j \partial x_j} \right]_{I,J} \\ = \frac{1}{Re} \left\{ \frac{1}{0.5(\epsilon_x + 1)\Delta x} \left[\left(\frac{\delta u}{\delta x} \right)_{I+\frac{1}{2},J} - \left(\frac{u_{I,J} - u_b}{\epsilon_x \Delta x} \right) \right] + \frac{1}{\Delta y} \left[\left(\frac{\delta u}{\delta y} \right)_{I,J+\frac{1}{2}} - \left(\frac{\delta u}{\delta y} \right)_{I,J-\frac{1}{2}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

2.1, 2.2 節の Direct Forcing IB 法では境界セルの流速を式 (5) のように補間で求めるため、そのセルの流速の計算では、境界上の速度勾配を明示的に与えない。これに対して、式 (15) の離散化式は、境界上の速度勾配を式 (16) に示す片側 3 点差分で離散化していることに等しい。

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_b = \frac{-\epsilon_x^2 u_{I+1,J} + (\epsilon_x + 1)^2 u_{I,J} - (2\epsilon_x + 1) u_b}{\epsilon_x (\epsilon_x + 1) \Delta x} \quad (16)$$

なお、式 (15) に示した粘性項に対する離散化の考え方は、2 次の外挿式に基づくディリクレ型の Ghost Fluid 法⁽¹⁰⁾と共通である。Ghost Fluid 法は気液界面など不連続界面における境界条件を直接的に処理する方法として知られ、著者らの一部も気液二相流の数値計算に適用している⁽¹⁴⁾。

つづいて、圧力方程式と速度修正式について考える。本手法における圧力方程式と速度修正式の離散化には、Ikeno らの方法と同じく、式 (7), (8), (9) を用いる。したがって、本手法では Navier-Stokes 方程式、圧力方程式、速度修正式で用いる体積流束と圧力勾配の離散化式が整合し、Fadlun らの IB 法で懸念される、離散化にともなう不整合性の問題は生じない。加えて、以上で示した空間離散化により、境界セルでも運動量保存が満たされるため、Direct Forcing IB 法に比べて境界セルでの流れ場の予測精度が向上すると期待される。ところで、計算格子と物体境界が一致しない本直交格子法では、速度場の物体境界条件として、座標軸方向成分の物体速度と体積流束 (図 1 の例では u_b と U_b) が与えられる。したがって、式 (8), (9), (14) では、速度場と整合するよう、境界上の座標軸方向の圧力勾配 (図 1 では $(\partial p / \partial x)_b$) を用いて離散化する。なお、圧力方程式 (7) に関する実際の計算手続きにおいて、境界上の圧力勾配は陽的には現れないが、 $U_{I-1/2,J}^*$ の補間式 (6) に次の時刻の U_b が含まれることにより、境界上の圧力勾配が考慮されたことになっている。

式 (13), (15) などから推察されるように、本手法ではセル中心が境界に近い状況 ($\epsilon \simeq 0$) で、計算時間刻みを小さく設定しなければならない、あるいは計算が不安定になることが懸念される。そこで、 ϵ (複数方向に境界を持つ場合にはそれらの最小値) がある閾値 ϵ_{limit} 以下の計算セルに対しては、式 (5) の線形補間、すなわち Direct Forcing IB 法と同じ手続きで流速を求める。圧力方程式や速度修正式については、他の境界セルと同じ離散化式 (式 (7), (8), (9)) を用いるため、これは該当セルに対して Ikeno ら⁽⁶⁾ の Direct Forcing IB 法を適用したことに相当する。したがって、本直交格子法をなるべく多くの領域に適用する観点から、 ϵ_{limit} は、上記の計算上の問題が生じない範囲で小さい値に設定することが望ましい。本研究では、後述のように、3.3, 3.4 節の円柱周りの流れ場の計算において ϵ_{limit} を 0 以外の値に設定した。

本手法では、境界セルの計算において、式 (4) の外力 f_i を直接用いないが、上記のように、境界の位置と境界条件に基づいた離散化を行うことで、 f_i が考慮されたことに相当する。なお、物体セルの流速と圧力 (図 1 の $u_{I-1,J}$ と $p_{I-1,J}$) は境界セル (I, J) の計算では参照されないため、それらの物理量はどのような値でも構わないが、後述する流体力の計算の都合上、ここでは Fadlun らの方法と同じように扱う。

3. 計 算 結 果

3.1 平行平板間流れ

層流の平行平板間流れで精度検証を行う。計算対象は、 $10\delta \times 24\delta \times 2\delta$ の直方体内に設けた、高さ 2δ の流路であり、その概略図を図 2 に示す。流路壁面と格子線とが必ずしも一致しないよう、流路は格子線に対して傾斜させており、ここではその角度 α を約 39 度 ($= \tan^{-1}(4/5)$) とする。座標系として、図 2 のように、全体座標系 XYZ と、流路に沿った座標系 xyz を設定する。ここで、後者の座標系では、主流方向、壁垂直方向、スパン方向をそれぞれ x , y , z 方向とする。流れは主流方向の平均圧力勾配 $d\bar{p}/dx$ によって駆動される。 x , z 方向には周期条件を課すが、 x 方向については物理量の連続性が満たされるよう、線形補間を用いて両端部の流速と圧力を受け渡す。摩擦速度 u_τ と流路半幅 δ に基づく摩擦レイノルズ数 Re_τ は 5 であり、主流方向速度の最大値 u_{max} と流路高さ 2δ に基づくバルクレイノルズ数は 25 である。計算格子は X - Y 平面内において直交等間隔であり、その格子間隔 Δ は、 0.4δ , 0.2δ , 0.1δ , 0.05δ , 0.025δ とする。一方、スパン方向の格子間隔はいずれの格子についても 0.4δ の一定値とする。

本手法の計算結果を、境界を階段近似したボクセル法による計算結果、ならびに既存の IB 法として、前述の離散化に従った Fadlun ら⁽⁴⁾ の方法 (IB (Case 1)) と Ikeno ら⁽⁶⁾ の方法 (IB (Case 2)) の結果と比較する。

Fig. 2 Schematic diagram of the inclined channel and the computational domain.

なお、層流の平行平板間流れにおける主流方向速度の厳密解 $\tilde{u}$ は、式 (17) のように表される。

$$\tilde{u}^+ = \frac{Re_\tau}{2} \left(-\frac{dp^+}{dx^*} \right) (1 - y^{*2}), \quad -1 \leq y^* \leq 1 \quad (17)$$

ここで、 $(+)$ は u_τ と動粘性係数 ν による無次元化、 $(*)$ は δ による無次元化であることを表す。

図 3 に流路断面内の主流方向速度分布を示す。図 3 (a) より、ボクセル法を用いた場合には、格子間隔 Δ が大きい (格子解像度が低い) 条件で流路中央部の流速が低下し、 Δ が小さく (格子解像度が高く) なるにつれて厳密解の速度分布に近づく様子を確認できる。この流れ場では圧力勾配によって流れが駆動されるため、壁面摩擦応力と圧力勾配とがつり合うように速度分布が求まるが、格子解像度が低い条件では、壁面摩擦応力 (ボクセル法では階段近似による形状抵抗分を含むみかけの摩擦応力) が後述のように厳密解より過大となるため、速度分布が厳密解に比べて低下する。図 3 (b), (c) はそれぞれ Case 1, 2 の IB 法での速度分布であり、ボクセル法に比べて厳密解に近い分布が得られている。しかし、低格子解像度時には厳密解との有意な差が認められる。一方、図 3 (d) より、本手法では、格子解像度が最も低い $\Delta = 0.4\delta$ (流路高さを約 5 格子で分割) の条件においても速度分布が厳密解と良く一致し、他の方法に比べて流れ場の再現性が向上している。

図 4 に、層流厳密解に対する主流方向速度誤差の L^2 ノルム (以下、 L^2 誤差) と L^∞ ノルム (以下、 L^∞ 誤差) を示す。図 4 より、 Δ の減少に対して、ボクセル法では約 1 次で L^2 , L^∞ 誤差が減少する。Case 1 の IB 法では、 L^2 誤差の減少率は約 2 次であるのに対し、 L^∞ 誤差の減少率はそれより低下し、高解像度域で飽和傾向にある。一方、Case 2 の IB 法と本手法では約 2 次で L^2 , L^∞ 誤差が減少し、これらの方法での速度成分は、流れ場全体として空間 2 次精度が保たれていることがわかる。また、本手法は他の方法に比べて誤差の絶対値が減少し、 $\Delta = 0.4\delta$ での本手法の L^2 誤差は、Case 2 の IB 法の誤差の約 0.16 倍である。

図 4 より、主流方向速度誤差の絶対値は手法によって大きく異なるが、誤差の減少率はボクセル法を除いて大差ないように見える。しかし、各手法の離散化の性質上、その空間微分量には違いが生じていることが予想される。そこで、ここでは一階微分量として壁面摩擦応力を比較する。2.3 節で述べたように、本手法では境界上の速度勾配を空間 2 次精度で離散化している。そこで、計算結果から求める壁面摩擦応力 τ_w は、評価基準を統一する目的から、すべてのケースに対して式 (18) に示す 2 次精度差分式で算出する。

$$\tau_w^+ = \frac{1}{Re_\tau} \frac{-u_2^+ d_1^{*2} + u_1^+ d_2^{*2} - u_b^+ (d_2^* + d_1^*) (d_2^* - d_1^*)}{d_1^* d_2^* (d_2^* - d_1^*)} \quad (18)$$

ここで、 u_1 は境界セルでの主流方向速度、 u_2 は境界セル周囲の流体セルのうち、壁面法線方向に最も近いセルでの主流方向速度、 d_1 , d_2 はそれらセル中心から壁面までの法線方向の距離である。一方、無次元化された壁面摩擦応力の理論解 $\tilde{\tau}_w^+$ は 1 である。図 5 に壁面摩擦応力の L^2 , L^∞ 誤差を示す。ボクセル法では Δ が減少しても誤

Fig. 3 Streamwise velocity profiles in the inclined channel flow for different spatial resolutions.

差が減少せず、Case 1 の IB 法では $\Delta \leq 0.1\delta$ で誤差が飽和するのに対し、Case 2 の IB 法では約 1 次、本手法では約 1.8 次で誤差が減少する。Case 1, 2 の IB 法における解の収束傾向の差は、Case 1 の IB 法では流速の補間と圧力方程式の離散化とが整合していないのに対し、Case 2 の IB 法ではそれらが整合しているためである。したがって、Ikeno ら⁽⁶⁾が指摘するように、流速の補間と圧力方程式の離散化に整合性を持たせることは、壁面せん断流れでは重要であることがわかる。一方、本手法では、Navier-Stokes 方程式と圧力方程式の離散化式が整合し、なおかつ境界セルでも Navier-Stokes 方程式を直接解くことにより、壁面摩擦応力に対しても、誤差の減少率が增大するとともに、誤差の絶対値自体も低減されている。

3.2 同軸二重円筒間流れ

曲率を有し、なおかつ格子と境界間の位置関係の規則性がより少ない対象における精度検証として、同軸二重円筒間の層流れで検証を行う。

計算対象の概略図を図 6 に示す。流路半幅を δ としたときの計算領域は、 x, y 方向にそれぞれ 24δ 、 z 方向に δ であり、領域中央に内径 $r_i = 3\delta$ 、外径 $r_o = 5\delta$ の同軸二重円筒間流路を設ける。壁面ならびに物体内部の流速は 0 とし、流路内の流れは周方向の平均圧力勾配 $d\bar{p}/d\theta$ によって駆動される。計算領域の z 方向両端面には周期条件を課す。流路中央の曲率半径を $r_c = (r_i + r_o)/2$ としたときの平均摩擦速度 $u_\tau = [(r_i^2 u_{\tau i}^2 + r_o^2 u_{\tau o}^2) / (2r_c^2)]^{1/2}$ と δ に基づく摩擦レイノルズ数 Re_τ は 2 とする。 $u_{\tau i}$ と $u_{\tau o}$ は、それぞれ内壁面と外壁面での壁面摩擦応力から求めた摩擦速度である。本対象における周方向流速の厳密解 $\tilde{u}_\theta$ を式 (19) に示す。

$$\tilde{u}_\theta^+ = \frac{Re_\tau}{8r^*r_c^*} \left(-\frac{d\bar{p}^+}{d\theta} \right) \left[-r^{*2}r_o^{*2} \ln \left(\frac{r^*}{r_o^*} \right) + r^{*2}r_i^{*2} \ln \left(\frac{r^*}{r_i^*} \right) + r_i^{*2}r_o^{*2} \ln \left(\frac{r_i^*}{r_o^*} \right) \right], \quad r_i^* \leq r^* \leq r_o^* \quad (19)$$

Fig. 4 Error in the streamwise velocity component in the inclined channel flow plotted against spatial resolution.

Fig. 5 Error in the wall shear stress in the inclined channel flow plotted against spatial resolution.

Fig. 6 Schematic diagram of the flow channel between concentric cylindrical walls and the computational domain.

Fig. 7 Error in the circumferential velocity component in the flow between concentric cylindrical walls plotted against spatial resolution.

Fig. 8 Error in the wall shear stress in the flow between concentric cylindrical walls plotted against spatial resolution.

ここで、(+) と (*) は前節と同様の無次元化を表す。計算格子は x - y 平面内において直交等間隔であり、その格子間隔 Δ は 0.4δ , 0.2δ , 0.1δ , 0.05δ , 0.025δ の 5 条件、 z 方向には 0.25δ の一定値とする。

図 7 に u_θ の L^2 誤差, L^∞ 誤差について、ボクセル法, Case 1, 2 の IB 法, ならびに本手法の結果を比較する。平行平板間流れでの結果と同じく、ボクセル法では Δ の減少に対して約 1 次, Case 1, 2 の IB 法と本手法では約 2 次で誤差が減少する。図 8 に、壁面摩擦応力 τ_w について L^2 誤差, L^∞ 誤差を示す。計算での τ_w は 3-1 節と同様に式 (18) で算出し、内外両壁面での結果を用いて誤差評価を行う。ボクセル法と Case 1 の IB 法における τ_w の L^2 , L^∞ 誤差は類似の傾向を示し、 Δ の減少に対して誤差が単調減少せず、特に L^∞ 誤差については誤差が増加する傾向が確認される。Case 2 の IB 法では約 1 次で誤差が減少していることから、Case 1 の IB 法では、前述の離散化における不整合性の影響が現れていることがわかる。一方、本手法での τ_w の誤差の減少率は、平行平板間流れでの結果に比べて低下するが、 L^2 誤差は約 1.5 次, L^∞ 誤差は約 1.4 次で減少し、他の方法に比べて精度次数が向上している。また、流速誤差 (図 7), τ_w 誤差 (図 8) とともに、誤差の絶対値自体も他の方法に比べて低減されている。

3.3 円柱周りの流れ ($Re_D = 200$)

物体周りの流れ場における精度検証として、円柱周りの流れ問題で検証を行う。流れ場の概略図を図 9 に示す。円柱直径を D , 円柱中心を原点として、計算領域は $-30D \leq x \leq 45D$, $-30D \leq y \leq 30D$, $0 \leq z \leq 2D$ とする。

Fig. 9 Schematic diagram of the flow field around a circular cylinder.

境界条件として，流入面には一様流速 u_0 を与え，流出面では速度勾配を 0，圧力を一定とする．計算領域の y 方向の両端面にはすべり条件， z 方向の両端面には周期条件を課す．一様流速 u_0 と円柱直径 D に基づくレイノルズ数 Re_D は 200 である．

低レイノルズ数域の円柱周りの流れ場は流路の閉塞率の影響を受けやすく，従来研究の実験，計算結果との比較では，閉塞率の影響と手法の誤差とが混在し，適切な評価を行えないことが予想される．そこで，境界適合曲線座標 (Boundary-Fitted Curvilinear Coordinate, BFC) 格子を用いた計算を別途実施し，その結果を基準解として，ボクセル法，Case 1, 2 の IB 法，ならびに本手法の計算結果を比較する．各直交格子法で用いる計算格子は，円柱近傍において x - y 方向に直交等間隔であり，その格子間隔 $\Delta x (= \Delta y)$ は $0.05D$, $0.025D$, $0.0125D$ とする．一方，BFC 格子は，O 型の近傍格子と直交の背景格子の二つの重合格子から構成され，円柱近傍での半径方向の最小格子間隔は $0.005D$ ，周方向の格子間隔は約 $0.0185D$ (周方向の格子点数 170) とする．ここで，本検証では，一様流速と最小格子間隔から求めたクーラン数が 1 となる時間刻みまで計算できること，ならびに，予想される境界層厚さに対する $\epsilon_{\text{limit}}\Delta x$ の比が 5 % 未満となることを基準として， $\epsilon_{\text{limit}} = 0.05$ とした．計算結果より，いずれの計算格子についてもクーラン数 1 の条件まで安定に計算できることを確認するとともに，境界層厚さ (最大周速となる距離を基準) に対する $\epsilon_{\text{limit}}\Delta x$ の比は，格子解像度が最も低い $\Delta x = 0.05D$ の計算格子でも 3 % 以下であることを確認している．なお， $\epsilon \leq \epsilon_{\text{limit}}$ の計算セル数は，格子解像度によって異なるが，全境界セル数の 0 ~ 7 % である．圧力方程式の求解には，SOR (Successive Over-Relaxation) 法を用いる．圧力方程式の相対残差ならびに質量保存誤差について，各手法間での明確な違いは見られなかった．

3.3.1 格子解像度の影響

BFC 格子の計算で得られた時間平均抗力係数 $C_{D,\text{BFC}}$ と，各手法の計算で得られた時間平均抗力係数 C_D の差を評価する指標として， ΔC_D (%) を式 (20) のように定義する．

$$\Delta C_D = \frac{C_D - C_{D,\text{BFC}}}{C_{D,\text{BFC}}} \times 100 \quad (20)$$

揚力係数の変動振幅 (以下，変動揚力係数) C'_L についても同様に $\Delta C'_L$ を定義する．ここで，BFC 格子の計算での流体力は，圧力と壁面摩擦応力を円柱表面上で積分して求め，ボクセル法についても階段状の物体形状に対して同様の手続きにより求める．一方，IB 法と本手法での流体力は，境界セルと物体セルでの流速と圧力を式 (4) に代入し，得られた f_i を体積積分することで求める．

図 10 (a), (b) に ΔC_D , $\Delta C'_L$ と格子間隔 Δx との関係を示す．BFC 格子の計算では，一様流速と最小格子間隔から求めたクーラン数 $C (= u_0\Delta t/\Delta x)$ が 0.75 となるように時間刻み Δt を設定し，その他の計算では C が 0.2 となるように Δt を設定した．図 10 (a) より，低格子解像度時における $|\Delta C_D|$ は，ボクセル法では約 10 %，IB 法では 4 ~ 7 % であるが，ボクセル法では Δx が減少しても $|\Delta C_D|$ は約 2 % しか減少しないのに対し，IB 法では Case 1, 2 とともに 0 に近づく．図 10 (b) より，低格子解像度時の IB 法の $|\Delta C'_L|$ はボクセル法の結果に比べて増大し， $\Delta x = 0.05D$ の Case 2 の IB 法ではその値は約 22 % である．一方，本手法では $|\Delta C_D|$ は 0.7 % 以下， $|\Delta C'_L|$

(a) Time-averaged drag force coefficient

(b) Amplitude of fluctuating lift force coefficient

Fig. 10 Deviations of the drag force and the lift force coefficients for the Cartesian grid methods with respect to those obtained by the BFC approach for the flow around a circular cylinder at $Re_D = 200$.

(a) Voxel method

(b) IB method (Case 1)

(c) IB method (Case 2)

(d) Present method

Fig. 11 Effect of grid spacings on the time-averaged pressure distributions on a cylinder surface in the flow around a circular cylinder at $Re_D = 200$.

Fig. 12 Effect of grid spacings on the time-averaged pressure distributions in the radial direction in the flow around a circular cylinder at $Re_D = 200$.

は 2.8 % 以下であり、 C_D 、 C'_L とともに BFC 格子の結果に最も近い値が得られている。

図 11 に円柱表面上の時間平均圧力分布と Δx の関係を示す。また、図 12 に円柱中心からの半径方向の圧力分布を 45 度間隔で示す。ここで、BFC 格子、各直交格子法ともに、円柱表面上の圧力として、境界に隣接する計算セル中心の圧力を便宜的に用いた。 θ は図 9 のように円柱前方岐点からの角度とする。図 11 (a) より、ボクセル法では $\theta = 0 \sim 90$ 度付近で圧力が振動しており、今回使用した格子解像度の範囲では、その振動は格子解像度の違いに関わらず観察される。それにともない、図 12 (a) に示す半径方向の圧力分布についても、 $\theta = 45$ 度では BFC 格子の結果から大きく外れる。図 11 (b), (c) より、IB 法での円柱表面圧力はボクセル法に比べて比較的滑らかに分布しているが、低格子解像度時には $\theta = 90$ 度付近の圧力が BFC 格子の結果よりも低下し、円柱背面では反対に圧力が上昇する傾向にある。図 12 (b), (c) より、この背圧の上昇は、円柱下流側の 1.7D 程度の領域にわたっており、後流渦が円柱から離れて形成されていることがわかる。したがって、低格子解像度時の IB 法では、渦の形成位置が主流方向に変化したことにより、 C_D 、 C'_L が BFC 格子の結果と大きく異なると推察される。図 11 (d) より、本手法についても、 $\Delta x = 0.05D$ では格子解像度不足に起因した圧力振動が円柱表面上の $\theta = 60 \sim 90$ 度付近で生じるが、図 12 (d) より、円柱後流の圧力分布はいずれの解像度でも BFC 格子の結果と良好に一致し、格子解像度不足の影響は局所的である。

Fig. 13 Dependency of the drag force coefficient on the Courant number in the flow around a circular cylinder at $Re_D = 200$.

3.3.2 時間刻みの影響

次に、時間刻み (クーラン数) が計算結果に与える影響を調べる. 検証には $\Delta x = 0.025D$ の計算格子を用い、一様流速と最小格子間隔から求めたクーラン数 $C (= u_0 \Delta t / \Delta x)$ が 0.1, 0.2, 0.5, 0.75, 1.0 の条件について計算を行う. BFC 格子の計算では、クーラン数を 0.1, 0.2, 0.5, 0.75 の 4 条件とする.

図 13 に C_D とクーラン数の関係を示す. 図 13 より、BFC 格子の C_D はクーラン数に関わらずほぼ一定値である. ボクセル法では BFC 格子に比べてクーラン数の影響が増大するが、 C_D の変化量は 4 % 未満であり、その影響は比較的少ない. 一方、IB 法は手法の違いによって傾向が大きく異なる. Case 1 の IB 法ではクーラン数に依存して C_D が 13 % 程度変化するのに対し、Case 2 での変化量は約 2 % である. 前述のように、Fadlun らの方法を用いた Case 1 の IB 法では、境界セルでの流速の補間と圧力方程式の離散化とが整合していない. これにともなう誤差は、速度修正式によって次の時刻の流速に反映され、その誤差は Δt に比例して増大する. 図 13 の結果はこれを裏付けるものであり、IB 法において流速の補間と圧力方程式の離散化とを整合させることの重要性がここでも確認される. Navier-Stokes 方程式と圧力方程式の離散化式が整合している本手法では、クーラン数の影響は微小であり、なおかつ他に比べて BFC 格子に最も近い結果が得られる. 図 14 に円柱表面上の圧力分布とクーラン数の関係を示す. 圧力分布についても、ボクセル法ではクーラン数の影響が少なく、Case 1 の IB 法ではよどみ点付近を除く円柱表面全域でクーラン数に依存して圧力分布が大きく変化する. Case 2 の IB 法では、Case 1 に比べてクーラン数に対する依存性が抑制されているが、前述のように IB 法の特徴として背圧が上昇する傾向が現れている. 一方、本手法では、解像度不足によって $\theta = 60 \sim 90$ 度付近の圧力分布が BFC 格子の結果から外れるが、それ以外は良好に一致し、なおかつクーラン数の影響はわずかである.

3.4 円柱周りの流れ ($Re_D = 3900$)

比較的高いレイノルズ数域での検証として、 $Re_D = 3900$ の円柱周りの流れ場を対象に LES を実施する. 計算対象の概略は図 9 のとおりである. 計算領域は $-40D \leq x \leq 50D$, $-40D \leq y \leq 40D$, $0 \leq z \leq 3.14D$ とする. 計算格子は、 $8D (x) \times 7D (y) \times 3.14D (z)$ の直方体領域を有する近傍格子 (格子点数 $611 \times 431 \times 97$) と、計算領域全体を包括する背景格子 (格子点数 $145 \times 142 \times 97$) の二つの重合格子からなる. 近傍格子は、円柱近傍で x - y 方向に直交等間隔とし、その格子間隔 $\Delta x (= \Delta y)$ は $4 \times 10^{-3}D$ とする. 計算時間刻み Δt は $2.2 \times 10^{-3}D/u_0$ とする. SGS (Sub-Grid Scale) モデルとして、混合時間スケール SGS モデル⁽¹⁵⁾を用いる. 円柱表面上にはすべりなし条件 ($u_b = 0$) を課す. その他の計算条件と境界条件は 3.3 節と同様である. ここでは、本手法と Case 1 の IB 法について計算を行い、それぞれの結果を実験結果⁽¹⁶⁾ならびに境界適合格子を用いた LES による計算結果^{(17)~(19)}と比較する.

表 1 に、時間平均特性として、抗力係数 C_D 、ストローハル数 f 、円柱背面 ($\theta = 180$ 度) での圧力係数 C_{pb} 、中心線 ($y = 0$) 上の再循環距離 L_r 、中心線上における主流方向流速の最小値 $u_{\min}$ を示す. Case 1 の IB 法では、従

Fig. 14 Effect of the Courant number on the time-averaged pressure distributions on a cylinder surface in the flow around a circular cylinder at $Re_D = 200$.

Table 1 Comparison of the mean flow statistics in the flow around a circular cylinder at $Re_D = 3900$: C_D : drag force coefficient, f : Strouhal number, C_{pb} : base pressure coefficient, L_r : recirculation length on the centerline, $u_{\min}$: minimum value of streamwise velocity on the centerline.

	C_D	f	C_{pb}	L_r/D	$u_{\min}/u_0$
Experiment (data taken from Ref. ⁽¹⁹⁾)	0.99 ± 0.05	0.215 ± 0.005	-0.88 ± 0.05	1.4 ± 0.1	-0.24 ± 0.1
Beaudan & Moin ⁽¹⁷⁾	1.00	0.203	-0.95	1.36	-0.32
Mittal ⁽¹⁸⁾	1.00	0.207	-0.93	1.40	-0.35
Kravchenko & Moin ⁽¹⁹⁾	1.04	0.210	-0.94	1.35	-0.37
IB (Case 1)	1.09	0.212	-1.04	1.04	-0.28
Present	1.00	0.213	-0.90	1.39	-0.31

来研究の結果に比べて C_D は増大, 背圧は低下しており, 円柱後流の再循環距離も短い. 一方, 本手法の結果は, いずれも実験値の偏差内に収まり, 従来研究の計算結果とも良く一致する. 時間平均ならびにスパン方向に空間平均した流れ場について, 円柱表面上の圧力分布, 中心線 ($y = 0$) 上の主流方向流速分布, 後流域における各 x 断面上の主流方向流速分布を図 15 に示す. 図 15 (a) より, Case 1 の IB 法では他に比べて $\theta \geq 60$ 度で圧力が低下

Fig. 15 Comparison of the time-averaged pressure and velocity profiles with those of the experimental and numerical studies reported in the literatures: (a) pressure coefficient on a cylinder surface, (b) streamwise velocity profiles on a centerline, (c) streamwise velocity profiles at different x locations. $\square$: Norberg (exp) in Ref. ⁽¹⁹⁾, $\triangle$: Lourenco & Shih ⁽¹⁶⁾ (exp), $---$: Mittal ⁽¹⁸⁾, $---$: Kravchenko & Moin ⁽¹⁹⁾, $-----$: IB (Case 1), $---$: Present.

Fig. 16 Comparison of the velocity fluctuation profiles at different x locations with those of the experimental and numerical studies reported in the literatures: (a) streamwise turbulent intensity $\overline{u'^2}$, (b) vertical turbulent intensity $\overline{v'^2}$, (c) Reynolds shear stress $\overline{u'v'}$. $\triangle$: Lourenco & Shih ⁽¹⁶⁾ (exp), $\circ$: Ong & Wallace (exp) in Ref. ⁽¹⁷⁾, $---$: Beaudan & Moin ⁽¹⁷⁾, $---$: Mittal ⁽¹⁸⁾, $-----$: IB (Case 1), $---$: Present.

し、他の結果との明確な違いが確認される。また、図 15 (b), (c) より、Case 1 の IB 法での後流域の流速分布は、円柱直後では実験結果に近いものの、前述のように再循環領域が主流方向に短く、 $x = 2.02D$ での流速は実験結果に比べて増大する。一方、本手法における円柱表面上の圧力分布は従来研究の実験や計算結果、特に 2 次精度中心差分を用いた Mittal ⁽¹⁸⁾ の結果と良く一致する。流速分布については、実験結果との違いは確認されるが、従来研究の計算結果に対してはいずれの位置においても良好な一致を示す。流れの変動量の空間分布として、図 16 に、 $x = 1.54D, 4.0D$ の位置における乱流強度の主流方向成分 $\overline{u'^2}$ と垂直方向成分 $\overline{v'^2}$ 、レイノルズ応力 $\overline{u'v'}$ の分布を示す。ただし、SGS 成分は含まない。Case 1 の IB 法では、従来研究の結果に比べて $\overline{v'^2}$ や $\overline{u'v'}$ を過大に予測する。これらの結果は後流渦が円柱背面に近接して形成されていることを示唆し、 $Re_D = 200$ の場合と同じく、Case 1 の IB 法では流れの剥離形態が大きく変化していると推察される。一方、本手法ではこれら変動量の空間分布に関しても従来研究の計算結果と良好に一致している。

4. 結 言

直交格子を用いた流体計算の精度向上を目的として、境界に隣接する計算セル(境界セル)での離散化手法を新たに提案した。不連続境界を扱う計算法の考え方を取り入れ、境界セルに対し、物体境界の位置と境界条件に基づいて Navier-Stokes 方程式を直接的に離散化した。加えて、境界セルのセル界面における体積流束と圧力勾配については、Navier-Stokes 方程式と圧力方程式の整合性を考慮して算出した。

まず、層流域の平行平板間流れと同軸二重円筒間流れに本手法を適用し、境界を階段近似したボクセル法や、既存の Direct Forcing IB 法の結果と比較した。本手法では、適切な境界条件のもとで境界セルでの運動量保存が満足された結果、主流方向速度の誤差は格子幅の減少に対しておおむね 2 次で減少し、誤差の絶対値も他の方法に比べて低減された。また、空間微分量である壁面摩擦応力についても、本手法では速度と同程度の誤差の減少率を示した。このことは、境界セルの速度を補間に頼らず Navier-Stokes 方程式に基づいて与えていることが本質的であることを示唆している。

既存法に対する本手法の優位性は、レイノルズ数 200 の円柱周りの流れ場でも顕著に現れた。十分な格子解像度を有する BFC 格子の結果を基準としたときの本手法の変動揚力係数の差は、低格子解像度の条件でも 2.8 % であり、IB 法の 22 % に対して大幅に低減された。比較的高いレイノルズ数域での検証として実施したレイノルズ数 3900 の LES においても、本手法での流体力と流れ場の空間分布(時間平均量ならびに変動量)はいずれも従来研究の実験・計算結果と良好な一致を示した。また、流速の補間と圧力方程式の離散化とが整合していない一部の IB 法では時間刻みに依存して計算結果が大きく変化するのに対し、Navier-Stokes 方程式と圧力方程式の離散化の整合性を考慮した本手法では、時間刻みに対する依存性が BFC 格子の計算と同程度に抑制されることを確認した。

文 献

- (1) Ono, K., Tomita, N., Fujitani, K. and Himeno, R., "An application of voxel modeling approach to prediction of engine cooling flow", *JSAE Spring Convention Proceedings*, No. 984 (1998), pp. 165-168.
- (2) Peskin, C. S., "Flow patterns around heart valves: a numerical method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 10 (1972), pp. 252-271.
- (3) Mohd-Yusof, J., "Combined immersed-boundary / B-spline methods for simulations of flow in complex geometries", *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs*, (1997), pp. 317-327, Stanford University.
- (4) Fadlun, E. A., Verzicco, R., Orlandi, P. and Mohd-Yusof, J., "Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations", *Journal of Computational Physics*, Vol. 161 (2000), pp. 35-60.
- (5) Kajishima, T. and Takiguchi, S., "Interaction between particle clusters and particle-induced turbulence", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 23 (2002), pp. 639-646.
- (6) Ikeno, T. and Kajishima, T., "Finite-difference immersed boundary method consistent with wall conditions for incompressible turbulent flow simulations", *Journal of Computational Physics*, Vol. 226 (2007), pp. 1485-1508.
- (7) Kim, J., Kim, D. and Choi, H., "An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries", *Journal of Computational Physics*, Vol. 171 (2001), pp. 132-150.
- (8) Ye, T., Mittal, R., Udaykumar, H. S. and Shyy, W., "An accurate Cartesian grid method for viscous incompressible flows with complex immersed boundaries", *Journal of Computational Physics*, Vol. 156 (1999), pp. 209-240.
- (9) Fedkiw, R. P., Aslam, T., Merriman, B. and Osher, S., "A non-oscillatory Eulerian approach to interfaces in multimaterial flows (the ghost fluid method)", *Journal of Computational Physics*, Vol. 152 (1999), pp. 457-492.
- (10) Gibou, F., Fedkiw, R. P., Cheng, L.-T. and Kang, M., "A second-order-accurate symmetric discretization of the Poisson equation on irregular domains", *Journal of Computational Physics*, Vol. 176 (2002), pp. 205-227.
- (11) Verzicco, R., Iaccarino, G., Fatica, M. and Orlandi, P., "Flow in an impeller stirred tank using an immersed boundary method", *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs*, (2000), pp. 251-261, Stanford University.
- (12) Verzicco, R., Fatica, M., Iaccarino, G. and Moin, P., "Large eddy simulation of a road vehicle with drag-reduction devices", *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 12 (2002), pp. 2447-2455.

- (13) 稲垣昌英, 安倍賢一, “コロケーション格子を用いた LES の計算精度改善に関する一考察”, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 64, No. 623 (1998), pp. 1981-1988.
 - (14) 大西順也, 稲垣昌英, 堀之内成明, “Sharp 界面モデルを用いた相変化を伴う気液二相流れの数値解析”, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 76, No. 771 (2010), pp. 1819-1830.
 - (15) Inagaki, M., Kondoh, T. and Nagano, Y., “A mixed-time-scale SGS model with fixed model-parameters for practical LES”, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 127 (2005), pp. 1-13.
 - (16) Lourenco, L. M. and Shih, C., “Characteristics of the plane turbulent near wake of a circular cylinder, a particle image velocimetry study”, Unpublished, (1993), data taken from Beaudan and Moin ⁽¹⁷⁾.
 - (17) Beaudan, P. and Moin, P., “Numerical experiments on the flow past a circular cylinder at sub-critical Reynolds number”, Report No. TF-62 (1994), Thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University.
 - (18) Mittal, R., “Progress on LES of flow past a circular cylinder”, *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs*, (1996), pp. 233-241, Stanford University.
 - (19) Kravchenko, A. G. and Moin, P., “Numerical studies of flow over a circular cylinder at $Re_D = 3900$ ”, *Physics of Fluids*, Vol. 12, No. 2 (2000), pp. 403-417.
-