高レイノルズ数チャンネル乱流場における高プラントル数乱流熱輸送に関する 四象限・結合確率密度関数解析*

猿渡 祥悟^{*1}, 山本 義暢^{*2}

Quadrant and Joint Probability Density Function Analyses of High-Prandtl Number Turbulent Heat Transfer in High-Reynolds Number Channel Flows

Shogo SARUWATARI^{*1} and Yoshinobu YAMAMOTO

^{*1} Dept. of Mechanical Systems Engineering, University of Yamanashi
4-3-11, Takeda, Kofu, Yamanashi, 400-8511 Japan

The effects of the large-scale structure in a channel flow on turbulent heat transfer were investigated by using the high resolution Direct Numerical Simulations (DNS) database. The configuration is a fully developed turbulent channel flow with the constant wall-temperature difference condition. DNS database are the Reynolds numbers based on the friction velocity and the channel half-width of 150, 400, and 1000 and the molecular Prandtl number of passive scalar is 25. Joint probability density function (JPDF) profiles of the Reynolds shear stress and the wall-normal turbulent heat flux are independent of Reynolds number, outside the extent of the impact of the channel center or thermal boundary conditions. Though, a larger contribution of sweep events to both of the Reynolds shear stress and the wall-normal turbulent heat flux on the quadrant analyses, and one of strong turbulent intensities on the JPDF analyses, are founded with increase of Reynolds number. Furthermore, at the buffer layer, contributions of ejection events only to the wall-normal turbulent heat flux are increased with increase of Reynolds number.

Key Words : High-Re, High-Pr, Turbulent Heat Transfer, DNS, Channel Flow

1. 緒 言

壁面に沿って流れる乱流（壁面乱流）は、時空間にランダムな乱れではなく、組織立った構造を持つことは古くから知られており、この組織構造が境界層中の乱れエネルギーの生成や散逸に重要な役割を果たしている。

工学分野で出現する高レイノルズ数壁面乱流場においては、スパン方向へ時空間的に揺らぎながら流れ方向へ 20δ (δ は境界層厚) 程度の大きさをもつ構造が対数領域から粘性底層に存在することが報告されている⁽¹⁾⁽²⁾。この大規模構造は、実験室規模のみならず、大気境界層においても類似の構造の存在が指摘されている⁽²⁾。このようなスパン方向への運動を含み、流れ方向へ大きなスケールを持つ構造は、従来の組織構造の概念を超えるもので Super Structure (SS と略記する) と名付けられた。筆者ら⁽³⁾ は、摩擦速度 (u_τ) とチャンネル半幅 (h) に基づく乱流レイノルズ数 $Re_\tau (= u_\tau h / \nu, \nu$ は動粘性係数) = 2000 までのチャンネル乱流場の直接数値計算 (Direct numerical simulation, DNS) データベースを用い、大規模構造のレイノルズ応力の 4 象限解析及び確率密度関数分布に与える影響について解析を行った。その結果 4 象限解析において、レイノルズ数の増加に伴い、sweep の寄与が増加することがわかった。一方、ejection については、その寄与は一定であった。このように SS は乱流境界層中の平均速度プロファイルのみならず、運動量やエネルギーの輸送にも大きな影響を与えることが予想され、乱流モデリング・乱流制御及び乱流運動に伴う熱・物質輸送の解明において非常に重要な役割を占めていると考えられる。

* 原稿受付 2012 年 12 月 18 日 改訂原稿受付日 2013 年 5 月 8 日

^{*1} 学生員, 山梨大学大学院医学工学総合教育部 (〒400-8511 山梨県甲府市武田 4-3-11)

^{*2} 正員, 山梨大学大学院医学工学総合研究部

E-mail: g12mm014@yamanashi.ac.jp

大規模構造を含め組織乱流構造の熱・物質輸送に与える影響に関して、Nagano & Tagawa⁽⁴⁾ はバルクレイノルズ数 40000 ($Re_\tau \approx 1000$) の空気流において、初めてレイノルズ応力と乱流熱流束の同時計測に成功した。彼らは 4 象限解析、確率密度関数解析を行い、壁面せん断乱流の動力的構造と乱流による熱輸送プロセスにおけるコヒーレント運動の寄与について詳細に検討した。その結果、摩擦速度と動粘性係数によって無次元化された壁からの距離 $y^+ < 10$ の壁面近傍領域においては、4 象限解析より、sweep がレイノルズ応力と乱流熱流束の生成に対して支配的となり、その他の領域では ejection が支配的になることを明らかにした。また、壁面近傍領域においてはレイノルズ応力と乱流熱流束の瞬間的な構造と確率密度関数分布形状に相似性があると指摘している。

また、阿部・河村⁽⁵⁾ はプラントル数 $Pr (= \nu / \alpha, \alpha$ は熱拡散係数) = 0.025, 0.71 に対し $Re_\tau = 640$ までの壁面等熱流束加熱条件チャンネル乱流場の DNS を行った。その結果、乱流熱流束の 4 象限解析より、 $Pr = 0.71$ の場合においては、レイノルズ数によらず壁面から $y^+ = 15$ 付近までは sweep が ejection よりも大きな寄与を示し、 $y^+ = 15$ 以上ではこの寄与が逆転することを示した。一方、 $Pr = 0.025$ の場合においては、レイノルズ数によらず、内層領域では sweep が支配的、一方、外層領域では ejection が支配的になることを示した。また、 $Pr = 0.025$ の場合においてはレイノルズ数の増加に伴い壁面近傍では sweep が、チャンネル中心では ejection がわずかに増加する傾向が見受けられた。

さらに、Abe et al.⁽⁶⁾ は $Re_\tau = 1020$ までの $Pr = 0.71$ の場合のチャンネル乱流の DNS を行った。彼らは壁面乱流熱流束の可視化により、 $Re_\tau = 640$ 以上の場合において、スパン方向間隔が 1.3 - 1.6 δ のクラスタリングした密集構造が存在することを確認した。そして、 $Re_\tau = 1020$ の温度変動可視化により、外層において大規模構造が存在することを確認している。さらに、壁面乱流熱流束と外層における大規模構造の相似性から、粘性底層を含む壁面近傍において大規模構造の影響が存在することを示唆した。

しかし筆者の知る限り、現在までに高プラントル数スカラー輸送における高レイノルズ数効果について、DNS を用いて、詳細に検討された例はない。そこで本研究では、上記速度場⁽³⁾ と同時に計算された、高プラントル数 $Pr = 25$ のパッシブスカラー場を対象として 4 象限解析・結合確率密度関数解析を行い、大規模構造の乱流熱流束に与える影響について考察を行う。なお対象としたプラントル数流体は、核融合炉先進ブランケットにおける冷却材の候補である FLiBe⁽⁷⁾ をターゲットとしており、本研究で得られたデータおよび知見は磁場効果を含めた乱流変動・熱伝達解析における基準データとして有用であると考えられる。

2. 解析方法

2・1 DNS データベースの概要

Table 1 Calculation parameters for turbulent channel

Re_τ	150	400	1000
Pr	25		
L_x	12.8 h		
L_y	2 h		
L_z	6.4 h		
N_x	800	2048	2560
N_y	370	870	2070
N_z	400	1024	1280
Δx^+	2.4	2.5	5.0
Δy^+	0.1-1.0		
Δz^+	2.4	2.5	5.0
$\Delta T^+ \times N_s$	150 $\times$ 12	320 $\times$ 4	640 $\times$ 3
$N \times 10^7$	0.768	1.678	1.966

本研究における直接数値計算の解析対象は、一定の圧力勾配で駆動される 2 次元チャンネル乱流場である。速度場の基礎方程式は、非圧縮性流体の運動方程式及び連続式とし、擬スペクトル法に基づき数値計算を行った。離散化手法は、主流及びスパン方向にフーリエスペクトル法、鉛直方向に 2 次精度の中心差分を使用し、主流及びスパン方向へのエイリアジング誤差は位相シフト法によりこれを除去した。時間進行は、対流項に 3 次精度 Runge-Kutta 法、粘性項に Crank-Nicolson 法、圧力項に Euler 陰解法を使用した。境界条件は、主流及びスパン方向に周期境界条件、壁面で no-slip 条件を課した。

温度場の基礎方程式は、パッシブスカラーを仮定したエネルギー方程式とし、数値解析手法は速度場と同様である。境界条件は、主流及びスパン方向に周期境界条件、壁面で温度一定条件（上壁温度 θ_{top} 、下壁温度 θ_{bed} $\Delta\theta = \theta_{\text{top}} - \theta_{\text{bed}} > 0$ ）を課した。

計算条件は、摩擦速度（ u_τ ）とチャンネル半幅（ h ）に基づくレイノルズ数 $\text{Re}_\tau (= u_\tau h / \nu)$ を 150, 400, 1000 とした。また、いずれのレイノルズ数においてもプラントル数 Pr を 25 とした。表 1 にそれぞれの Re_τ における主流、壁垂直、スパン方向（ x, y, z ）の計算領域（ L_x, L_y, L_z ）、格子点数（ N_x, N_y, N_z ）、格子分解能（ $\Delta x^+, \Delta y^+, \Delta z^+$ ）、データサンプリング時間間隔（ Δt^+ ）、時間方向サンプリング数（ N_t ）および本統計解析に用いたデータサンプリング数（ $N = 2 \times N_x \times N_y \times N_z$ ）を示す。ここで、サンプリング時間間隔はバルク平均流速により計算領域を 1 回程度流下するのに要する時間程度としている。上付き添え字 + は摩擦速度（摩擦温度 θ ）と動粘性係数により規格化した値であることを示す。また、本研究では平均温度 Θ^+ 、変動温度 θ を以下のように定義する。

$$\Theta^+ = (\Theta - \theta_{\text{bed}}) / \theta_\tau, \quad \theta = (\theta^* - \Theta) \quad (\text{下壁側}) \quad (1)$$

$$\Theta^+ = (\theta_{\text{top}} - \Theta) / \theta_\tau, \quad \theta = (\Theta - \theta^*) \quad (\text{上壁側}) \quad (2)$$

ここに、 Θ はアンサンブル平均より求めた平均温度、 θ^* は温度の瞬時値である。

本研究ではこの DNS データベースを用い、レイノルズ応力- uv （ u は主流方向変動速度、 v は壁垂直方向変動速度）と壁垂直方向乱流熱流束- $v\theta$ の 4 象限解析および、結合確率密度関数（Joint Probability density function: JPDF）解析を行い、高レイノルズ数乱流場特有の大規模構造の影響について考察を行った。

2・2 DNS データベースの検証（格子解像度の影響）

図 1 の (a) に主流方向変動速度の散逸スペクトルを示す。ここに、エネルギースペクトルはコルモゴロフ長（ l_k ）およびコルモゴロフ時間（ t_k ）により、また波数はコルモゴロフ長で規格化されている。図 1 (a) より、 $\text{Re}_\tau = 400$ と $\text{Re}_\tau = 1000$ の場合において速度変動の最小スケール（コルモゴロフ長）まで十分に解像できていることが確認できる。

図 1 (b) に変動温度の散逸スペクトルを示す。ここに、エネルギースペクトルは温度変動の散逸率（ ε_θ ）、バチェラー長（ l_b ）およびコルモゴロフ時間により、また波数はバチェラー長で規格化されている。 $\text{Re}_\tau = 400$ の場合においては、変動温度の最小スケール（バチェラー長）まで十分に解像できていることが確認できる。一方、 $\text{Re}_\tau = 1000$ の場合においては、バチェラー長の約 1.4 倍程度の大きさのスケールまでしか解像できていないことが分かる。

そこで、本研究では、十分な解像度を有する $\text{Re}_\tau = 400$ のケースについて、スペクトルカットオフフィルターをかけて $\text{Re}_\tau = 1000$ と同等の解像度を持つ温度場を作成し、 $\text{Re}_\tau = 1000$ の温度場における解像度の影響を確認した。表 2 に計算条件を示す。ここで、CASE 1 は $\text{Re}_\tau = 1000$ と同等の有効解像度となっている。図 1 (c) に CASE 1

Table 2 Validation conditions for present DNS database

CASE	Re_τ	Δx^+	Δy^+	Δz^+
1	400	5.0	0.1 - 1.0	5.0
2		2.5		2.5

Fig. 1 Effect of computational grid resolution on turbulent statistics: (a) pre-multiplied spectra of the streamwise velocity fluctuations at channel center; (b) pre-multiplied spectra of the temperature fluctuations at channel center; (c) probability density function distributions at $y^+ = 150$ for CASE 1 and 2

及び2の $y^+ = 150$ の位置における、変動温度の確率密度関数分布を示す。有効解像度の違いに拘わらず良い一致が確認でき、本研究で対象とする確率密度関数解析に対する格子解像度の影響は少ないと言える。したがって、本研究の DNS データベースにより、温度場の場合における大規模構造の影響を考慮した定量的な解析が可能と考えられる。

2・3 4象限解析

レイノルズ応力の4象限解析⁽⁸⁾は、主流-壁垂直方向への変動速度 ($u-v$) 平面を ejection ($u < 0, v > 0$), sweep ($u > 0, v < 0$), inward interaction ($u < 0, v < 0$), outward interaction ($u > 0, v > 0$) の4つの象限に分割したものである。特に sweep と ejection は、その発生期にレイノルズ応力 ($-uv > 0$) が生成され、乱れエネルギーの発生機構そのものである。そこで、本研究ではレイノルズ応力に対する sweep (第4象限) と ejection (第2象限) の寄与のレイノルズ数依存性について検討を加えた。レイノルズ応力に対する sweep, ejection の寄与および inward interaction, outward interaction の寄与 (uv)_i は以下の式 (3), (4) で定義される。同様に乱流熱流束の4象限解析は、乱流熱流束への寄与を第1象限 ($v > 0, \theta > 0$), 第2象限 ($v > 0, \theta < 0$), 第3象限 ($v < 0, \theta < 0$), 第4象限 ($v < 0, \theta > 0$) の4つの象限に分割したものである。乱流熱流束に対するそれぞれの象限の寄与 ($v\theta$)_i は以下の式 (5), (6) で定義される。

$$(uv)_i(H) = \int_H^\infty wq_i(w)dw > 0 (i = 2, 4) \quad (3)$$

$$(uv)_i(H) = \int_{-\infty}^{-H} wq_i(w)dw < 0 (i = 1, 3) \quad (4)$$

$$(v\theta)_i(H) = \int_H^\infty wq_i(w)dw > 0 (i = 2, 4) \quad (5)$$

$$(v\theta)_i(H) = \int_{-\infty}^{-H} wq_i(w)dw < 0 (i = 1, 3) \quad (6)$$

ここで H は閾値、 w は規格化されたレイノルズ応力 (式 (3), (4)), または乱流熱流束 (式 (5), (6)), $q_i(w)$ は4つの象限それぞれのイベントの確率分布を表す。本研究では閾値 $H = 0$ とした。

2・4 結合確率密度関数

2つの確率変数 x と y があり、 x がある値 ξ よりも小さな値をとるとき、同時に y もある値 η よりも小さな値をとる確率を結合確率密度分布関数⁽⁹⁾ と呼ぶ。

$$P(\xi, \eta) = \text{prob}[x \leq \xi; y \leq \eta] \quad (7)$$

結合確率分布関数が連続の場合には、結合確率密度関数 $p_J(\xi, \eta)^{(9)}$ が定義できる。

$$p_J(\xi, \eta) = \lim_{\Delta\xi, \Delta\eta \rightarrow 0} \left[\frac{\text{prob}[\xi \leq x \leq \xi + \Delta\xi; \eta \leq y \leq \eta + \Delta\eta]}{\Delta\xi \Delta\eta} \right] \quad (8)$$

ここで、新たな確率変数 $\zeta = p_J(\xi, \eta)$ を定義し、 $\zeta = \xi\eta$ を考えると分布関数は、

$$P(\zeta) = \int_0^{+\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\zeta/\xi} d\eta p_J(\xi, \eta) + \int_{-\infty}^0 d\xi \int_{\zeta/\xi}^{+\infty} d\eta p_J(\xi, \eta) \quad (9)$$

となり、これを微分し、 $\xi = u, \eta = v$ とするとレイノルズ応力の確率密度関数 $p(\zeta = uv)$ は、

$$p(\zeta) = \int_0^{+\infty} \frac{du}{u} [p_J(u, \zeta/u) + p_J(-u, -\zeta/u)] \quad (10)$$

となる。

3. 解 析 結 果

3・1 レイノルズ応力の4象限解析と結合確率密度関数

図2の(a)に壁面から各位置におけるレイノルズ応力に対する ejection と (第2象限: $(uv)_2$) と sweep (第4象限: $(uv)_4$) の寄与を示す。 $y^+ < 15$ においては、各レイノルズ数で ejection の寄与よりも sweep の寄与が大きく、 $y^+ = 15$ あたりで ejection と sweep の寄与が同程度となる。 $y^+ > 15$ においては sweep の寄与よりも ejection の寄与が大きくなる。 ejection と sweep の寄与のレイノルズ数依存性に関しては、sweep の寄与は壁面から各位置においてレイノルズ数の増加に伴い増加することが確認できる。一方、ejection の寄与は、壁面から各位置においてレイノルズ数の増加に対して普遍的な分布形状となることが確認できる。

図2の(b)に壁面から各位置におけるレイノルズ応力に対する outward interaction (第1象限: $(uv)_1$) と inward interaction (第3象限: $(uv)_3$) の寄与を示す。各レイノルズ数において壁面からバッファー層 ($y^+ = 12$) にかけては inward interaction よりも outward interaction が負側に大きく、バッファー層 ($y^+ = 12$) よりも壁面から離れた位置では両者の寄与が同程度となる。outward interaction と inward interaction のレイノルズ数依存性に関しては、outward interaction は壁面から各位置においてレイノルズ数の増加に伴い負側に増加する。一方、inward interaction

Fig. 2 Distributions of the contribution rate of Reynolds stress for different Re_τ : (a) contribution rate of ejection and sweep; (b) contribution rate of inward interaction and outward interaction

は、壁面からバッファー層 ($y^+ = 12$) にかけてはレイノルズ数の増加に対して普遍的な分布形状となるが、バッファー層 ($y^+ = 12$) よりも壁面から離れた位置ではレイノルズ数の増加に伴う負側の増加が確認できる。

図 3-5 には、それぞれ粘性底層 ($y^+ = 2.5$)、バッファー層 ($y^+ = 12$)、対数層 ($y^+ = 150$) の位置における主流方向変動速度 u と壁垂直方向変動速度 v の結合確率密度関数分布 ($p_J(u, v)$) を示す。横軸 u' は主流方向変動

Fig. 3 Joint probability density function distributions of u' and v' for different Reynolds number at $y^+ = 2.5$: (a) $Re_\tau = 150$; (b) $Re_\tau = 400$; (c) $Re_\tau = 1000$. Contour line: 0.02 (blue), 0.03, 0.05, 0.07, 0.08, 0.10, 0.13, 0.15, 0.16, 0.18 (red)

Fig. 4 Joint probability density function distributions of u' and v' for different Reynolds number at $y^+ = 12$: (a) $Re_\tau = 150$; (b) $Re_\tau = 400$; (c) $Re_\tau = 1000$. Contour line: 0.02 (blue), 0.03, 0.05, 0.07, 0.08, 0.10, 0.13, 0.15, 0.16, 0.18 (red)

Fig. 5 Joint probability density function distributions of u' and v' for different Reynolds number at $y^+ = 150$: (a) $Re_\tau = 150$; (b) $Re_\tau = 400$; (c) $Re_\tau = 1000$. Contour line: 0.02 (blue), 0.03, 0.05, 0.07, 0.08, 0.10, 0.13, 0.15, 0.16, 0.18 (red)

速度 u を乱流強度 (Root mean square, rms) で規格化した値, 縦軸 v' は壁垂直方向変動速度 v を rms 値で規格化した値を表す.

図 3 に示す, 粘性底層 ($y^+ = 2.5$) の位置における結合確率密度関数分布からは, いずれのレイノルズ数においても ejection (第 2 象限) より sweep (第 4 象限) の方が u' の正方向に膨らんでおり, 4 象限解析の結果で示したように sweep の寄与が卓越していることが確認できる.

図 4 に示す, バッファ層 ($y^+ = 12$) の位置における結合確率密度関数分布からは, 4 象限解析の結果と同様に, ejection と sweep の寄与が同程度となることが確認できる. しかし, 粘性底層とバッファ層の位置における結合確率密度関数分布形からは, レイノルズ数依存性は明確に確認することができない. そこで次式 (11) に示す, レイノルズ応力に対する特定乱流強度範囲の寄与割合を求め, レイノルズ数依存性について定量的な検討を行った.

$$\frac{\sum_{-4 < u' < 4, -4 < v' < 4} p_J(u, v)}{\sum_{total} p_J(u, v)}, \quad \frac{\sum_{-10 < u' < 10, -10 < v' < 10} p_J(u, v)}{\sum_{total} p_J(u, v)} \quad (11)$$

図 6 (a) に壁面から各位置における $-4 < u' < 4$, $-4 < v' < 4$ のレイノルズ応力に対する寄与割合, 図 6 (b) に $-10 < u' < 10$, $-10 < v' < 10$ のレイノルズ応力に対する寄与割合を示す. 両図より, 粘性底層 ($y^+ = 2.5$) とバッファ層 ($y^+ = 12$) の位置において $Re_\tau = 400$ と $Re_\tau = 1000$ の間に閾値のようなものがあるように見られ, レイノルズ数の増加に伴い強い乱れの割合が増加していることが確認できる.

一方, 図 5 に示す, 対数層 ($y^+ = 150$) の位置での結合確率密度関数分布におけるレイノルズ数依存性は, $Re_\tau = 150$ の場合のみ分布形状が大きく異なることが確認できる.

同様に, 図 7 に示す, 式 (10) より求めた対数層 ($y^+ = 150$) のレイノルズ応力の確率密度関数分布からも, $Re_\tau = 150$ の場合のみ分布形状が異なることが確認できる. これは $Re_\tau = 150$ 場合は $y^+ = 150$ の位置がチャンネル中心にあたり, u_{rms} と v_{rms} の値が小さくなるためだと考えられる. また, $Re_\tau = 400$, $Re_\tau = 1000$ の場合においては, $Re_\tau = 1000$ の方が $Re_\tau = 400$ よりも正側でテールが広がっており, レイノルズ数の増加に伴う正側の強い乱れの増加が確認できる (相対的に負側の強い乱れは減少している).

以上より, 粘性底層とバッファ層の位置においては, レイノルズ数の増加に伴い, 4 象限解析から sweep の寄与の増加, さらにレイノルズ応力に対する寄与割合から, 強い乱れ成分の寄与の増加が示された. Abe et al. ⁽⁶⁾ は, $Re_\tau = 1000$ 以上の高レイノルズ数の場合, 粘性底層を含む壁面近傍において, 大規模構造の存在を指摘している. 本研究の解析結果においても, 粘性底層とバッファ層の位置における sweep の寄与の増加と強い乱れ成分の寄与の増加においては, $Re_\tau = 400$ と $Re_\tau = 1000$ の間に閾値のようなものがみられる (図 2 (a), 図 6 参照). したがって, sweep の寄与の増加と強い乱れ成分の寄与の増加は, 大規模構造に起因するものと推察できる.

また, 対数層の位置においては, レイノルズ数の増加に伴い, 4 象限解析から sweep の寄与の増加, 第 1, 3 象限の寄与の増加, さらに, レイノルズ応力の確率密度関数分布から正側の強い乱れ成分の増加 (図 7 参照) が示

Fig. 6 Contribution rate of JPDP for Reynolds stress: (a) $-4 < u' < 4$, $-4 < v' < 4$; (b) $-10 < u' < 10$, $-10 < v' < 10$

Fig. 7 Probability density function distributions of the Reynolds stress for different Re_τ in case of $y^+ = 150$

された。この対数層における正側の強い乱れの増加も、この領域で sweep の寄与が増加していることから大規模構造の影響によるものと推察できる。

3・2 平均温度場による温度境界層の分類

図8に式(1)，(2)によって定義される、壁面から各位置における平均温度分布を示す。参考のため、破線で、Kader⁽¹⁰⁾による経験式を、一点鎖線で、 $Pr \cdot y^+$ の関係式を図中にプロットしている。 $Re_\tau = 400, 1000$ の場合は $30 < y^+ < 100$ の領域において、Kader⁽¹⁰⁾の経験式と比較的よく一致しているが、 $Re_\tau = 150$ の場合は経験式からのずれが大きい。これは、 $Re_\tau = 150$ の場合には壁面近傍にまで熱的境界条件（等温壁面の上下壁温度差一定条件）の影響が達しているためと思われる。また、 $Re_\tau = 400$ と1000を比較すると、レイノルズ数の低い $Re_\tau = 400$ の方が $Re_\tau = 1000$ の値をわずかに上回っている。これは、 $Re_\tau = 400$ においてもまだ熱的境界条件の影響が壁面領域にわずかに残っているためと思われる。

本研究では平均温度分布により温度境界層の分類を行った。つまり、壁面 ($y^+ = 0$) から平均温度分布と $Pr \cdot y^+$ が99%一致する位置 ($y^+ = 1.4$) までは伝導底層、伝導底層 ($y^+ = 1.4$) から平均温度勾配により求めたカルマン定数が一定に近づく位置 ($y^+ = 30$) まではバッファ層、さらに平均温度勾配により求めたカルマン定数がほぼ一定の値を示す区間 ($30 < y^+ < 200$) を対数層と分類した。以後、伝導底層、バッファ層、対数層の代表位置を、それぞれ、 $y^+ = 1.4$ ， $y^+ = 3.6$ （温度乱れ強さ θ_{rms} が最大の位置（後述、図9(b)参照））， $y^+ = 150$ とする。

Fig. 8 Mean temperature

Fig. 9 Wall-normal turbulent heat flux and turbulent temperature intensity profiles: (a) $-\overline{v^+ \theta^+}$; (b) θ_{rms}^+

3・3 壁垂直方向乱流熱流束及び温度変動強度分布

図9の(a)には壁面から各位置における壁垂直方向乱流熱流束を示す。 $Re_\tau = 1000$ の場合の乱流熱流束においては、高レイノルズ数効果により、1に漸近した後、チャンネル中央部に向かって減少する傾向が確認できる。

図9の(b)には壁面から各位置における変動温度のrms値を示す。主流方向変動速度のrmsにおいてはレイノルズ数効果により、バッファ層のピークの値が増加することが知られている⁽¹¹⁾⁽¹²⁾が、本研究の温度変動のrmsにおいては逆の傾向が確認できる。これらは図8に示した、熱的境界条件の影響による平均温度分布の違いに起因すると考えられる。同様にチャンネル中央付近においては、熱的境界条件に起因する、 θ_{rms} の第2ピークが確認できる⁽¹³⁾。

3・4 変動温度の可視化

図10-12の(a)-(c)に温度場の伝導底層 ($y^+ = 1.4$)、バッファ層 ($y^+ = 3.6$)、対数層 ($y^+ = 150$)の位置における変動温度 θ に関する可視化を示す。また、図10-12の(d)-(f)には $y^+ = 1.4$, $y^+ = 3.6$, $y^+ = 150$ の位置

Fig. 10 Instantaneous turbulent distributions of the temperature and streamwise velocity fluctuations for different y^+ locations in case of $Re_\tau = 150$: temperature fluctuations (a) $-10 < \theta^+ < 10$; (b) $-20 < \theta^+ < 20$; (c) $-4.0 < \theta^+ < 4.0$; velocity fluctuations (d) $-0.5 < u^+ < 0.5$; (e) $-1.0 < u^+ < 1.0$; (f) $-4.0 < u^+ < 4.0$

Fig. 11 Instantaneous turbulent distributions of the temperature and streamwise velocity fluctuations for different y^+ locations in case of $Re_\tau = 400$: temperature fluctuations (a) $-10 < \theta^+ < 10$; (b) $-20 < \theta^+ < 20$; (c) $-4.0 < \theta^+ < 4.0$; velocity fluctuations (d) $-0.5 < u^+ < 0.5$; (e) $-1.0 < u^+ < 1.0$; (f) $-1.5 < u^+ < 1.5$

Fig. 12 Instantaneous turbulent distributions of the temperature and streamwise velocity fluctuations for different y^+ locations in case of $Re_\tau = 1000$: temperature fluctuations (a) $-10 < \theta^+ < 10$; (b) $-20 < \theta^+ < 20$; (c) $-2.0 < \theta^+ < 2.0$; velocity fluctuations (d) $-0.5 < u^+ < 0.5$; (e) $-1.0 < u^+ < 1.0$; (f) $-2.0 < u^+ < 2.0$

における主流方向変動速度 u に関する可視化を示す。流れは左から右に流れており、温度場の場合は低温から高温を黒色から白色で、速度場の場合には低速から高速を黒色から白色で示している。過去に筆者ら⁽³⁾ によって行われた主流方向変動速度 u の可視化においては、 $Re_\tau = 400$ 以上で対数層から粘性底層にかけてスパン方向間隔が内部変数表示で 100 を超える大規模縞構造が存在することが報告されている。

図 10 に示す、 $Re_\tau = 150$ の場合の伝導底層から対数層の位置における変動温度の可視化と同位置における主流方向変動速度の可視化においては、スパン方向間隔が内部変数表示で 100 を超える大規模縞構造を明確に確認す

ることができない．一方，図 11-12 に示す， $Re_\tau = 400, 1000$ の場合の変動温度の可視化においては，主流方向変動速度の可視化と同様の構造が対数層から伝導底層にかけて存在することが確認できる．そのため，変動温度の可視化においても $Re_\tau = 400$ 以上において対数層から伝導底層にかけてスパン方向間隔が内部変数表示で 100 を超える大規模縞構造が存在するといえる．

以上より，変動温度と主流方向変動速度に関する可視化において， $Re_\tau = 400$ 以上で温度場においても対数層から伝導底層にかけて高レイノルズ数乱流場特有の大規模縞構造が存在することが確認された．次節では，乱流熱流束の 4 象限解析および乱流熱流束の結合確率密度関数解析を行い，可視化によって確認された大規模構造が各統計解析に及ぼす影響について考察を行う．

3・5 壁垂直方向乱流熱流束の 4 象限解析と結合確率密度関数

図 13 の (a) に壁面から各位置における壁垂直方向乱流熱流束に対する ejection と (第 2 象限: $(v\theta)_2$) と sweep (第 4 象限: $(v\theta)_4$) の寄与を示す． $y^+ < 5$ においては，各レイノルズ数で乱流熱流束に対する ejection の寄与よりも sweep の寄与が大きく， $y^+ = 5$ あたりで ejection と sweep の寄与が同程度となる． $y^+ > 5$ においては sweep の寄与よりも ejection の寄与が大きくなる．阿部・河村⁽⁵⁾ によるプラントル数 $Pr = 0.71$ の場合のチャンネル乱流の DNS においては， $y^+ = 15$ において乱流熱流束に対する ejection と sweep の寄与が同程度となることが報告されている．本研究においては阿部・河村⁽⁵⁾ の結果よりも壁面に近い位置 ($y^+ = 5$) で ejection と sweep の寄与が同程度となることが示された．この違いはプラントル数の違いによるものと考えられ，高プラントル数の場合でもバッファ層の位置において ejection と sweep の寄与が逆転することが同様に確認された．乱流熱流束に対する ejection と sweep の寄与のレイノルズ数依存性に関しては，sweep の寄与は壁面から ejection の寄与のピークの位置 ($y^+ = 25$) にかけてレイノルズ数の増加に伴う増加が確認できる．

一方，ejection の寄与は，壁面からバッファ層 ($y^+ = 3.6$) においてレイノルズ数の増加に伴う減少がみられ，バッファ層 ($y^+ = 3.6$) から ejection の寄与のピークの位置 ($y^+ = 25$) にかけてはレイノルズ数の増加に伴い増加することが分かる．しかし，レイノルズ応力 (図 2) においては，ejection の寄与にレイノルズ数依存性は存在せず，乱流熱流束の場合とは異なることが分かる．

図 13 の (b) に壁面から各位置における乱流熱流束に対する outward interaction (第 1 象限: $(v\theta)_1$) と inward interaction (第 3 象限: $(v\theta)_3$) の寄与を示す．乱流熱流束に対する outward interaction と inward interaction の寄与は各レイノルズ数において，壁面からの各位置でほぼ同等の寄与となる．これは，阿部・河村⁽⁵⁾ による $Pr = 0.71$ の場合と同様である．また，乱流熱流束に対する outward interaction と inward interaction の寄与のレイノルズ数依存性に関しては，outward interaction は壁面から各位置においてレイノルズ数の増加に伴い負側に大きくなることを確認できる．一方，inward interaction は壁面からバッファ層 ($y^+ = 3.6$) にかけてレイノルズ数の増加に伴う負側への減少，バッファ層 ($y^+ = 3.6$) から ejection のピークに位置 ($y^+ = 25$) にかけてはレイノルズ数の増加に伴う負側への増加が確認できる．

Fig. 13 Distributions of the contribution rate of turbulent heat flux for different Re_τ : (a) contribution rate of ejection and sweep; (b) contribution rate of inward interaction and outward interaction

Fig. 14 Instantaneous turbulent distributions of the temperature and wall-normal velocity fluctuations in case of $Re_\tau = 1000$:
temperature fluctuations (a) $-4.0 < \theta^+ < 4.0$; velocity fluctuations (b) $-1.0 < v^+ < 1.0$

outward interaction は高温流体の内層から外層への輸送現象である．平均温度分布を考慮した場合，逆平均温度勾配の熱輸送現象を意味する．本研究の場合，大規模渦構造の影響により一度外層に運ばれた高温流体が，高プラントル効果により拡散することなく再び大規模構造の影響を受け内層への輸送されているものと思われる．同様に inward interaction は低温流体の外層から内層への輸送現象であり，本研究の場合，一度内層に運ばれた低温流体が拡散せずに再び外層への輸送されているものと思われる．したがって outward interaction と inward interaction のレイノルズ数依存性は高レイノルズ数効果と高プラントル数効果の複合効果と思われる．実際に，阿部・河村⁽⁵⁾による $Pr = 0.71$ の場合においては outward interaction と inward interaction にレイノルズ数依存性は確認されていない．図 14 の (a) には変動温度 θ^+ のスパン方向 - 壁垂直方向平面の可視化，図 14 の (b) には壁垂直方向変動速度 v^+ のスパン方向 - 壁垂直方向平面の可視化を示す．図 14 の (b) に赤丸で示した流体の上昇領域（壁垂直方向変動速度 v^+ の高速領域）において，図 14 の (a) に赤丸で示したようにフィラメント状の高温流体の輸送現象が確認できる．これが outward interaction にあたる．また，図 14 の (b) に青丸で示した流体の下降領域（壁垂直方向変動速度 v^+ の低速領域）において，図 14 の (a) に青丸で示したように低温流体の輸送現象が確認でき，これが inward interaction にあたる．

図 15-17 には，それぞれ伝導底層 ($y^+ = 1.4$)，バッファー層 ($y^+ = 3.6$)，対数層 ($y^+ = 150$) の位置における温度変動 θ と壁垂直方向変動速度 v の結合確率密度関数分布 ($p_J(\theta, v)$) を示す．横軸 θ' は温度変動 θ を rms 値で規格化した値，縦軸 v' は壁垂直方向変動速度 v を rms 値で規格化した値を表す．

図 15 に示す，伝導底層の位置 ($y^+ = 1.4$) における結合確率密度関数分布は，ejection（第 2 象限）より sweep（第 4 象限）の方が θ' の正方向に広がっており，sweep の寄与が卓越していることが 4 象限解析の結果(図 13 (a))と同様に確認できる．

図 16 に示す，バッファー層の位置 ($y^+ = 3.6$) における結合確率密度関数分布は， θ' の高温側および v' の負側へ張り出す分布形状となっている．これは高プラントル数効果により，温度乱れのピーク位置 ($y^+ = 3.6$) より上方の速度乱れのピーク位置 ($y^+ = 12$) における高温流体が，sweep 運動に伴い，温度乱れにおけるバッファー層の位置へ輸送されたためと思われる．

上記の伝導底層とバッファー層の位置における結合確率密度関数分布からは，速度場の場合と同様に，レイノルズ数依存性が明確に確認できない．そこで，速度場と同様に，乱流熱流束に対する特定乱流強度範囲の寄与割合を求め，レイノルズ数依存性について定量的な検討を行った．図 18 (a) に，壁面から各位置における $-4 < \theta' < 4$ ， $-4 < v' < 4$ の乱流熱流束に対する寄与割合，図 18 (b) に，壁面から各位置における $-10 < \theta' < 10$ ， $-10 < v' < 10$ の乱流熱流束に対する寄与割合を示す．速度場と同様に伝導底層 ($y^+ = 1.4$) とバッファー層 ($y^+ = 3.6$) の位置に

Fig. 15 Joint probability density function distributions of θ' and v' for different Reynolds number at $y^+ = 1.4$: (a) $Re_\tau = 150$; (b) $Re_\tau = 400$; (c) $Re_\tau = 1000$. Contour line: 0.02 (blue), 0.03, 0.05, 0.07, 0.08, 0.10, 0.13, 0.15, 0.16, 0.18 (red)

Fig. 16 Joint probability density function distributions of θ' and v' for different Reynolds number at $y^+ = 3.6$: (a) $Re_\tau = 150$; (b) $Re_\tau = 400$; (c) $Re_\tau = 1000$. Contour line: 0.02 (blue), 0.03, 0.05, 0.07, 0.08, 0.10, 0.13, 0.15, 0.16, 0.18 (red)

Fig. 17 Joint probability density function distributions of θ' and v' for different Reynolds number at $y^+ = 150$: (a) $Re_\tau = 150$; (b) $Re_\tau = 400$; (c) $Re_\tau = 1000$. Contour line: 0.02 (blue), 0.03, 0.05, 0.07, 0.08, 0.10, 0.13, 0.15, 0.16, 0.18 (red)

において $Re_\tau = 400$ と $Re_\tau = 1000$ の間に閾値のようなものがあるように見られ、レイノルズ数の増加に伴い、強い乱れ成分の寄与が増加していることが確認できる。しかし、 $10 < y^+ < 150$ においてはレイノルズ数が低いほど強い乱れの寄与が増加している。これは、図 19 に示すように、無次元化に用いる $v_{rms} \theta_{rms}$ のレイノルズ数効果 (図

Fig. 18 Contribution rate of JPDF for heat flux: (a) $-4 < \theta' < 4$, $-4 < v' < 4$; (b) $-10 < \theta' < 10$, $-10 < v' < 10$

19 (a)) によるものと考えられ、図 9 の (b) に示す温度乱れにレイノルズ数依存性がほとんど存在しないことから、壁垂直方向乱れの増加 (図 19 (b)) に起因すると考えられる。また、この壁垂直方向の乱れの増加の影響がみられる領域では、上述の乱流熱流束特有に **ejection** の寄与がレイノルズ数に伴い増加する (図 13 (a)) 領域とほぼ一致する。したがって、この **ejection** の寄与の増加も壁垂直方向乱れに起因すると考えられる。

さらに、乱流熱流束の寄与においては $7 < y^+ < 15$ において、一旦強い乱れの寄与が増加し、 $15 < y^+ < 30$ において再び強い乱れの寄与が減少する分布形 (V 字型) を示していることが分かる。これは、図 19 (b) , 図 9 (b) に示す v_{rms} と θ_{rms} のピーク位置の違い (高プラントル数効果) によるものと推察される。

図 17 に示す、対数層 ($y^+ = 150$) の位置における結合確率密度関数はレイノルズ数の違いにより分布形状が異なっている。 $Re_\tau = 1000$ の場合においては速度場の結合確率密度関数分布との相似性があるのに対し、 $Re_\tau = 150$, 400 の場合においては速度場の場合と分布形状が異なっている。これは、 $Re_\tau = 150$ の場合では $y^+ = 150$ の位置がチャンネル中心となり、第 2 象限と第 4 象限の分布形が対称となるためである。一方、 $Re_\tau = 400$ の場合では、図 8 の平均温度分布の場合と同様に熱的境界条件の影響と考えられる。つまり、チャンネル中央付近の平均温度勾配による第 2 ピークの温度乱れ (図 9 (b) 参照) が **sweep** 運動により対数層付近にまで達し、高温の温度乱れが増加するためだと思われる。

以上より、速度場におけるレイノルズ応力の 4 象限解析と寄与割合の解析結果と同様に、伝導底層とバッファ一層の位置においては、レイノルズ数の増加に伴い、乱流熱流束の 4 象限解析より、**sweep** の寄与の増加、乱流熱流束の寄与割合より、強い乱れの寄与の増加が示された。そのため、伝導底層とバッファ一層の位置における乱流熱流束に対する **sweep** の寄与の増加と強い乱れの増加は大規模構造の影響によるものと推察できる。

Fig. 19 Statistical data obtained in the DNS of a turbulent channel flow: (a) $v_{rms}^+ \theta_{rms}^+$; (b) v_{rms}^+

Fig. 20 Joint probability density function distributions of u' and θ' for $Re_\tau = 1000$: (a) thermal conduction sublayer ($y^+ = 1.4$); (b) buffer layer ($y^+ = 3.6$); (c) logarithmic layer ($y^+ = 150$). Contour line: 0.02 (blue), 0.03, 0.05, 0.07, 0.08, 0.10, 0.13, 0.15, 0.16, 0.18 (red)

3・6 主流方向変動速度と温度変動の相関性

最後に高プラントル数流体の本熱的境界条件における主流方向変動速度 u と変動温度 θ の相関性について検討を行う。

図 20 に $Re_\tau = 1000$ の場合における、伝導底層 ($y^+ = 1.4$)、バッファ層 ($y^+ = 3.6$)、対数層 ($y^+ = 150$) の位置での主流方向変動速度 u と温度変動 θ の結合確率密度関数分布 ($p_J(u, \theta)$) を示す。いずれの位置においても、結合確率密度関数分布は、第 1, 3 象限に張り出しており、主流方向変動速度 u と温度変動 θ に高い相関性があることが確認できる。また、伝導底層 ($y^+ = 1.4$) と対数層 ($y^+ = 150$) の位置における結合確率密度関数分布は、 $u' = \theta'$ の直線に対して対称であるが、バッファ層 ($y^+ = 3.6$) における結合確率密度関数分布は u' の正側に張り出している。これは、高プラントル数効果による速度境界層厚と温度境界層厚の違いに起因する。つまり、温度場におけるバッファ層 ($y^+ = 3.6$) の位置において、速度場は粘性底層となっており、 u' の正側の寄与が卓越している⁽³⁾ ためである。なお、 $Re_\tau = 150, 400$ のケースにおいても同様の傾向を示す (図省略)。

以上より、本熱的境界条件下における高プラントル数流体の主流方向変動速度 u と温度変動 θ においては、各層で、高い相関性があるものの、バッファ層 ($y^+ = 3.6$) においては高プラントル数効果により結合確率密度関数分布の相似性が崩れることが確認された。

4. 結 語

本研究では、2次元チャンネル乱流場の DNS データベースを用い、4象限解析、確率密度関数を用いた統計解析により、高レイノルズ数壁面乱流場における大規模構造の影響について考察を行った。その結果、

- (1) 速度場および温度場の可視化において従来指摘されている高レイノルズ数乱流場特有の大規模構造が確認され、実際に速度場と温度場の 4 象限解析において、大規模構造の影響により、外層から内層へのエネルギー輸送である sweep の寄与が増加することが示唆された。
- (2) レイノルズ応力および乱流熱流束の乱流強度による寄与割合 (図 6, 18) において、粘性底層および伝導底層、バッファ層の位置で大規模構造に起因すると思われるレイノルズ数の増加に伴う強い乱れの寄与の増加が示された。
- (3) レイノルズ応力及び乱流熱流束の結合確率密度関数分布形 (図 3-5, 15-17) は、チャンネル中央付近の影響あるいは熱的境界条件の影響が及ばない範囲においては、レイノルズ数に依存せず普遍的な分布形を示す。一方、
- (4) ejection については速度場ではレイノルズ数の増加に拘わらずその寄与は一定となるが (図 2 (a))、温度場ではバッファ層から ejection のピークの位置にかけてレイノルズ数の増加に伴う寄与の増加 (図 13 (a))

が確認された。この温度場の場合における, *ejection* の寄与のレイノルズ数依存性は, 壁垂直方向乱れのレイノルズ数効果によるものと推察される。

- (5) さらに, レイノルズ応力 (図 6 (a)) 及び乱流熱流束の乱流強度による寄与割合の比較により, 乱流熱流束においては, 高プラントル数効果によるものと思われる, V 字型の変化 (図 18 (a)) を示す領域が確認された。
- (6) 本熱的境界条件下における高プラントル数流体の主流方向変動速度と温度変動においては, 各層で, 高い相関性があることが確認されたが, バッファ層においては高プラントル数効果により結合確率密度関数分布の相似性が崩れることが示された。

謝 辞

本研究は科研費 MEXT/JSPS (24760161) の助成及び学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点の支援を受けたものである。また本計算は東北大学 (NEC・SX-9, 課題番号 hp120215), 理化学研究所 (京, 課題番号 hp120124), 海洋研究開発機構 (NEC・地球シミュレータ), 京都大学 (Cray・XE6) を利用して数値計算を行った。記して謝意を表する。

文 献

- (1) Kim, K. C. , and Adrian, R. , “Very large-scale motion in the outer layer”, *Physics of Fluid*, Vol. 11, No. 2 (1999), pp. 417 - 422.
- (2) Hutchins, N. , and Marusic, I. , “Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers”, *The Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 579, (2007), pp. 1 - 28.
- (3) 猿渡祥悟, 山本義暢, “高解像度 DNS データベースを用いた高レイノルズ数チャンネル乱流場の四象限・確率密度関数解析”, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 78, No. 795 (2012), pp. 1951 - 1966.
- (4) Nagano, Y. , and Tagawa, M. , “Statistical characteristics of wall turbulence with a passive scalar”, *The Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 196, No. 1 (1988), pp. 157 - 185.
- (5) 阿部浩幸, 河村洋, “ $Re_\tau = 640$ までの平行平板間乱流熱伝達の DNS (レイノルズ数・プラントル数の影響の検討)”, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 69, No. 686 (2003), pp. 2291 - 2298.
- (6) Abe, H. , Kawamura, H. , and Matsuo, Y. , “Surface heat-flux fluctuations in a turbulent channel flow up to $Re_\tau=1020$ with $Pr=0.025$ and 0.71 ”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 25, (2004), pp. 404 - 419.
- (7) Sagara, A. , Motojima, O. , Watanabe, K. , Imagawa, S. , Yamanishi, H. , Mitarai, O. , Sato, T. , Chikaraishi, H. , and FFHR Group, “Blanket and diverter design for force free helical reactor (FFHR)”, *Fusion Engineering and Design*, Vol. 29, (1995), pp. 51 - 56.
- (8) Nakagawa, H. , and Nezu, I. , “Prediction of the contributions to Reynolds stress from bursting events in open-channel flows”, *The Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 80, part 1 (1977), pp. 99 - 128.
- (9) 辻義之, 田中宏彦, 大野哲靖, “確率密度関数とその応用”, プラズマ・核融合学会誌, Vol. 85, No. 10 (2009), pp. 665 - 673.
- (10) Kader, B. A. , “Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary layers”, *International Journal Heat Mass Transfer*, Vol. 24, No. 9 (1981), pp. 1541 - 1544.
- (11) DeGraff, D. B. , and Eaton, J. K. , “Reynolds number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer”, *The Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 422, (2000), pp. 319 - 346.
- (12) Moser, R. D. , Kim, J. , and Mansour, N. N. , “Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau= 590$ ”, *Physics of Fluids*, Vol. 11, No. 4 (1999), pp. 943 - 945.
- (13) 川元昇, 河村洋, “熱的境界条件の異なる平行平板間乱流熱伝達の DNS”, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 65, No. 637 (1999), pp. 3117 - 3124.