うず理論による高速水平軸風車の性能予測*

前 川 博**

Application of the Vortex Theory to High-Speed Horizontal-Axis
Wind Turbines

by Hiroshi MAEKAWA

The vortex theory of screw propellers is modified and applied to the high speed horizontal-axis wind turbines. The turbine blade can be replaced by a bound vortex system, and when the energy loss per unit time is a minimum, the trailing vortices move backwards with a constant velocity and build a helical vortex sheet. The velocity potential function which represents the vortex system is obtained. The circulation distribution along the blade is calculated iteratively until the hydrodynamic pitch of helical vortices converges. This method is applied to two examples, one has the sectional shape of modified Clark-Y type and the other has the sectional shape of NACA 65-series type. Torque, power and resistance are computed for the turbine which has two to six blades, respectively. Numerical values agree well with the sectional shape of experimental ones and it is concluded that the vortex theory is applicable to high-speed horizontal-axis wind turbines.

Key Words: Horizontal-Axis Wind Turbine, Vortex Theory, Lifting-Line Theory, Circulation Distribution, Performance of a Wind Turbine

1. ま え が き

風力エネルギーへの関心の高まりの中で、最近、風車に関する研究は、特に多く行われている。大規模、中規模発電に利用されることが多い高速水平軸風車に関する実験的研究は、従来、多く行われてきているものの、理論的研究は、Glauert⁽¹⁾以来それほど大きな進展をみせておらず、現在でも、運動量理論を基礎とする解析⁽²⁾を見かける。しかし、翼数が2, 3枚程度の高速水平軸風車においては、流れ場の三次元性が強く、従来の理論では十分に実験結果を予測できているとは思えない。

本研究は、従来、船用プロペラの分野で発展してきたプロペラの揚力面理論を水平軸風車に応用した風車うず理論を扱い、高速水平軸風車の性能を予測し、実験結果と比較、考察したものである。本報では、一樣流が風車回転軸に平行に流入する場合を取扱い、流れ場は定常状態である。また、ここで採用する流体モデルは、プロペラの定ピッチ非線形理論と同じで、自由うずと束縛うずを、半径方向とら線方向にもピッチ

が一定のら旋面上に分布させている。計算においては、アスペクト比の大きい高速水平軸風車に対し、揚力線近似を行っている。

主 な 記 号

x, r, θ : 円柱座標

x', r', θ' : うず面上の座標

τ, σ, μ : ら旋座標

$$\tau = \theta + x/h, \sigma = \theta - x/h, \mu = r/h$$

ρ : 流体密度

V : 風車への流入速度 (x 軸の正の方向に流れる)

Ω : 風車の回転角速度 (x 軸を軸にして負の向きに回転する)

r_0 : 翼端の半径

r_b : 翼根の半径

$$\mu_0 = r_0/h, \mu_b = r_b/h$$

s : ら線うずに沿って測った長さ

$$u$$
: 翼端周速 $= \Omega r_0$

$$X$$
: 翼端速度比 $= u/V$

$2\pi h$: ら旋うずのピッチ

w_l : 翼の位置における揚力線の吹上げ

$$w_a = w_l \cos \varepsilon_l, w_t = -w_l \sin \varepsilon_l$$

* 昭和58年9月1日 第921回講演会において講演、原稿受付昭和58年2月14日。

** 正員、鹿児島大学工学部 (〒890 鹿児島市郡元1-21-40)。

$\bar{w}_a$: w_a の半径方向の平均値
 $\bar{w}_i/r$: w_i/r の半径方向の平均値
 $h = (V + \bar{w}_a) / (\Omega + \bar{w}_i/r)$
 Γ : 循環
 $G = \Gamma / 2\pi r_0 V$
 C_Q : トルク係数
 C_R : 抵抗係数
 C_P : パワー係数
 l : 翼枚数
 $\tan \varepsilon_I = 1/\mu$
 $\sin \varepsilon_I = 1/\sqrt{1+\mu^2}$
 $\cos \varepsilon_I = \mu/\sqrt{1+\mu^2}$
 $V^* = V + \bar{w}_a$, $W^* = V^* \sqrt{1+\mu^2}$

図 1 流体モデル

2. 理論解析

2.1 高速水平軸風車のうず理論 ここで展開する高速水平軸風車のうず理論は、プロペラの基礎理論⁽³⁾⁽⁴⁾を骨子としている。

2.1.1 速度ポテンシャル 風車の回転軸を x 軸とする。一様流が、 x 軸の正の方向に、速度 V で流れ、風車が x 軸の負の向きに、一定角速度 Ω で回転しているものとする(図 1 参照)。束縛うずとこれに随伴する自由うずとを、一定ピッチ ($2\pi h$) の同一のらせ面面上におくことにし、その循環密度を γ とすると、速度場は、このらせ面面上に $\int_{s_1}^s \gamma ds$ のポテンシャル飛躍があるほかは、いたるところ連続である。

風車翼とともに回転する座標系では、流れ場は定常であるから、速度ポテンシャル Φ は

$$\Phi(x, r, \theta) = \frac{1}{4\pi} \sum_{m=0}^{l-1} \int_{r_b}^{r_0} dr \int_{s_1}^{\infty} \frac{\partial}{\partial n''} G(xr\theta | x'r'\theta') ds' \int_{s_1}^s \gamma ds'' \quad \dots\dots\dots (1)$$

のように表される⁽⁵⁾。風車翼は対称で、 l は翼数、 r_0 , r_b はそれぞれ、翼端および翼根の半径を意味する。 s はらせ面に沿って測った長さ、 s_1 は翼前縁の s 座標、 $\partial/\partial n''$ はらせ面に対する法線微分である。また、 $G(xr\theta | x'r'\theta')$ はグリーン関数で、次のような形で表される。

$$G(xr\theta | x'r'\theta') = 1/R = 1/\sqrt{(x-x')^2 + r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \theta_m}$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda(x-x') + in\theta_m} I_n(|\lambda|r) K_n(|\lambda|r') d\lambda, & r' > r \\ \frac{1}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda(x-x') + in\theta_m} I_n(|\lambda|r') K_n(|\lambda|r) d\lambda, & r' < r \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2)$$

I_n , K_n は変形ベッセル関数であり、 $\theta_m = \theta - \theta' - 2m\pi/l$ とする。

式(1)の s' , s'' の積分順序を交換し、さらに、円柱座標をらせ面座標に変えると、

$$\Phi(\tau, \sigma, \mu) = \frac{h}{8\pi} \sum_{m=0}^{l-1} \int_{r_b}^{r_0} dr' \int_{s_1}^{s_2} \gamma \sqrt{1+\mu'^2} ds' \int_{\tau'}^{\infty} \frac{\partial}{\partial n''} \frac{1}{R} dT' \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。ただし、 s_2 は翼後縁の s 座標で、 R は

$$R = h\sqrt{(\tau - T' - \sigma + \sigma')^2 / 4 + \mu^2 + \mu'^2 - 2\mu\mu' \cos\{(\tau - T' + \sigma - \sigma')/2 - 2m\pi/l\}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

である。式(3)の $\partial/\partial n''$ は $\partial/\partial \tau$, $\partial/\partial \sigma$ をそれぞれ $\partial/\partial T'$, $\partial/\partial \sigma'$ で置き換え、 μ を μ' とした演算を意味する。

式(2)のグリーン関数を用いると

$$\sum_{m=0}^{l-1} \frac{1}{R} = \frac{l}{\pi h} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cos \frac{1}{2} \{(\lambda + lk)(\tau - \tau') - (\lambda - lk)(\sigma - \sigma')\} I_{lk}(|\lambda|\mu) K_{lk}(|\lambda|\mu') d\lambda, \quad \mu' > \mu \quad \dots\dots\dots (5)$$

の関係が得られる。式(5)を用い、式(3)において積分を実行すると

$$\Phi = \Phi_{II} + \Phi_I \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\Phi_{II} = -\frac{l}{4\pi^2 h} \int_{r_b}^{r_0} dr' \int_{s_1}^{s_2} \gamma ds' \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu' \lambda - lk/\mu'}{\lambda + lk} \cos \frac{1}{2} \{(\lambda + lk)(\tau - \tau') - (\lambda - lk)(\sigma - \sigma')\}$$

$$\times I_{lk}(|\lambda|\mu_<)K_{lk}(|\lambda|\mu_>)d\lambda \dots\dots\dots (7)$$

$$\Phi_1 = -\frac{l^2}{2\pi h} \int_{r_b}^{r_0} dr' \int_{s_1}^{s_2} \gamma ds' \sum_{k=1}^{\infty} k(\mu' + 1/\mu') I_{lk}(lk\mu_<)K_{lk}(lk\mu_>) \sin lk(\sigma - \sigma') \dots\dots\dots (8)$$

となる。ただし、 $\mu_>$ 、 $\mu_<$ はそれぞれ μ 、 μ' のうち、大なるほうおよび小なるほうを意味する。

$$\lim_{\tau \rightarrow +\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\tau(\lambda+n)/2}}{\lambda+n} f(\lambda) d\lambda = i\pi f(-n) \dots\dots\dots (9)$$

の公式を用いて、 $\tau - \tau' \rightarrow +\infty$ における Φ_{II} を求めると、それは Φ_I と等しくなる。したがって、無限後方の速度ポテンシャル Φ_{∞} は、次のようになる。

$$\Phi_{\infty} = \lim_{\tau - \tau' \rightarrow +\infty} \Phi_{II} + \Phi_I = 2\Phi_I \dots\dots\dots (10)$$

2・1・2 吹上げとら旋うずのピッチ 揚力線理論の流体モデルは、 $\sigma = \sigma'$ の面上に分布する束縛うずを一つの動径上に集め、これを1本のうず糸で表したものであり、風車全体では l 本となる。そして、ら旋うず方向の誘導速度($\lim_{\sigma - \sigma' \rightarrow 0} \partial\Phi/\partial s$)は、そのうず糸上($\tau = \tau'$)では0になり、ら旋面上の法線方向の誘導速度(吹上げ)だけが存在する。吹上げを求めると

$$w = \partial\Phi/\partial n|_{\sigma=\sigma'} = w_{II} + w_I \dots\dots\dots (11)$$

$$w_{II} = \partial\Phi_{II}/\partial n|_{\sigma=\sigma'} = \frac{l}{4\pi^2 h^2 \sqrt{1+\mu^2}} \int_{r_b}^{r_0} dr' \int_{s_1}^{s_2} \gamma ds' \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\mu'\lambda - lk/\mu')(\mu\lambda - lk/\mu)}{\lambda + lk} \\ \times \sin(1/2)(\lambda + lk)(\tau - \tau') I_{lk}(|\lambda|\mu_<)K_{lk}(|\lambda|\mu_>)d\lambda \dots\dots\dots (12)$$

$$w_I = \frac{\partial\Phi_I}{\partial n}|_{\sigma=\sigma'} = \frac{l^3}{2\pi h^2 \sqrt{1+\mu^2}} \int_{r_b}^{r_0} dr' \int_{s_1}^{s_2} \gamma ds' \sum_{k=1}^{\infty} k^2 \left(\mu' + \frac{1}{\mu'}\right) \left(\mu + \frac{1}{\mu}\right) I_{lk}(lk\mu_<)K_{lk}(lk\mu_>) \dots\dots\dots (13)$$

である。式(12)より $w_{II}|_{\tau=\tau'}=0$ であるから、吹上げは、次のようになる。

$$w|_{\tau=\tau'} = w_I = \frac{1}{2} \frac{\partial\Phi_{\infty}}{\partial n}|_{\sigma=\sigma'} \dots\dots\dots (14)$$

非線形翼理論は、自由うずがその誘導速度によって変形を受ける効果を計算に入れるものであるが、ここでは、その要点だけを取上げ、揚力線の束縛うずの位置における誘導速度の、半径方向の平均値をとって、自由うずの流される量とする。したがって、揚力線の束縛うずの位置における、軸方向流速 w_a 、回転方向流速 w_t を用いて、ら旋うずのピッチを与えると

$$h = (V + \overline{w_a}) / (\Omega + \overline{w_t/r}) \dots\dots\dots (15)$$

となる。ただし、 $\overline{w_a}$ 、 $\overline{w_t/r}$ は、 w_a 、 w_t/r の半径方向の平均値である。これが定ピッチ非線形理論の仮定である。

また、図2より

$$W^* = \sqrt{(V + \overline{w_a})^2 + r^2(\Omega + \overline{w_t/r})^2} \\ = (V + \overline{w_a})\sqrt{1+\mu^2} \dots\dots\dots (16)$$

であり、風車の翼素への流入速度は W^* であると仮定する。

2・1・3 揚力線の積分方程式 揚力線理論における風車翼の吹上げ角 α_i は、Munkの定理⁽⁶⁾より

$$\alpha_i = -\frac{w_t}{W^*} = -\frac{1}{W^*} \frac{\partial\Phi_I}{\partial n}|_{\sigma=\sigma'} \dots\dots\dots (17)$$

である。式(1)を法線方向に微分すると、揚力線の循環 $\Gamma(\mu)$ は

$$\Gamma(\mu) = \int_{s_1}^{s_2} \gamma ds \dots\dots\dots (18)$$

であるから

$$\alpha_i = \frac{1}{W^*} \int_{r_b}^{r_0} \Gamma(\mu') K(\mu, \mu') d\mu' \dots\dots\dots (19)$$

となる。積分核 $K(\mu, \mu')$ は

$$K(\mu, \mu') = -\frac{3\sqrt{1+\mu^2}(1+\mu'^2)^{3/2}}{8\pi} \\ \times \sum_{m=0}^{l-1} \int_{-\infty}^0 \frac{t \sin t_m}{(t^2 + \mu^2 + \mu'^2 - 2\mu\mu' \cos t_m)^{5/2}} dt \dots\dots\dots (20)$$

と表される。ただし、 $t_m = t - 2m\pi/l$ である。この関数には、 $\mu = \mu'$ に2位の極があるので、式(19)は発散積分となるが、Hadamardの意味の有限部分をとるものとする。

平均矢高線の接線が、回転面となす角を ε_0 とし、 $\tan \varepsilon = V/\Omega r$ で、 $\bar{\alpha}_\theta = \varepsilon - \varepsilon_0$ とすれば

図2 翼素に対する速度成分

$$\bar{\alpha}_g = \frac{1}{2\pi W^*} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{\gamma}{\tau - \tau'} d\tau' + \alpha_i + \bar{u} \quad \dots\dots\dots (21)$$

であり、これが揚力線の積分方程式である。 $\bar{u}$ は、揚力線に対する揚力面補正を意味する項で、アスペクト比の大きい高速風車翼では省略する。

無次元量

$$\left. \begin{aligned} \xi &= (\tau - \tau_0) / \bar{\tau}, & \bar{\tau} &= (\tau_2 - \tau_1) / 2, \\ \tau_0 &= (\tau_1 + \tau_2) / 2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (22)$$

を用いると、積分方程式(21)の解は

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{W^*} &= -\frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{1-\xi}{1+\xi}} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\xi'}{1-\xi'}} \frac{\bar{\alpha}_g}{(\xi - \xi')} d\xi' \\ &\quad - 2\alpha_i \sqrt{\frac{1-\xi}{1+\xi}} \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

となる。この式の両辺を s で s_1 より s_2 まで積分すると

$$\frac{\Gamma}{W^*} = 2c \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\xi'}{1-\xi'}} \bar{\alpha}_g d\xi' - 2\pi c \alpha_i \quad \dots\dots\dots (24)$$

ただし、 $2c = \bar{\tau} h \sqrt{1+\mu^2}$ で、 $2c$ は翼素の翼弦長になる。式(24)と式(19)を組み合わせたものが風車揚力線の積分方程式である。

2.1.4 核関数の特異性 核関数を

$$K(\mu, \mu') = \frac{\bar{K}(\mu, \mu')}{(\mu - \mu')^2} \quad \dots\dots\dots (25)$$

と書き換える。式(20)の m に関する総和のうち、 $m \neq 0$ の項には特異性がないので、 $\bar{K}$ の中の $m \neq 0$ の項は $\mu = \mu'$ の近傍では非常に小さい。 $\mu = \mu'$ の近傍では

$$\begin{aligned} \bar{K}(\mu, \mu') &\cong -\frac{1}{8\pi} \left\{ \sqrt{1+\mu^2} + \frac{(4-\mu^2)}{4(1+\mu^2)} \right. \\ &\quad \times \left. \frac{(\mu - \mu')^2}{2\sqrt{1+\mu^2}} \ln|\mu - \mu'| \right\} \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

となる。2位の極のほかに対数特異性があり、これは自由うずのわん曲に由来する⁽³⁾。

2.2 数値計算法 変数 μ, μ' の代わりに

$$\begin{aligned} \bar{\mu} &= (\mu_0 - \mu_b) / 2, & \mu_1 &= (\mu_0 + \mu_b) / 2, \\ \cos \varphi &= (\mu - \mu_1) / \bar{\mu}, \\ \cos \varphi' &= (\mu' - \mu_1) / \bar{\mu} \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

と、変数 φ' に変えると、吹上げ角の表示は、 $\bar{K}$ から対数特異性を分離し、 $2/(1+\mu^2)$ を乗じた関数 $\bar{K}^*$ を用いて

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \frac{1}{\bar{\mu}} H \int_0^\pi \frac{\gamma(\varphi') \bar{K}^*(\varphi, \varphi') \sin \varphi'}{(\cos \varphi - \cos \varphi')^2} d\varphi' \\ &\quad - \frac{\bar{\mu}(4-\mu^2)}{32\pi(1+\mu^2)^{5/2}} \int_0^\pi \gamma(\varphi') \sin \varphi' \\ &\quad \times \ln|\cos \varphi - \cos \varphi'| d\varphi' \quad \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

となる。ただし、 $\gamma(\varphi') = \Gamma(\varphi') / V^* h$ である。

最小二乗法による近似式を使って

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma(\varphi') \bar{K}^*(\varphi, \varphi') \\ \gamma(\varphi') \end{array} \right\} = \frac{2}{m+1} \sum_{j=1}^m \left\{ \begin{array}{l} \gamma(\varphi_j) \bar{K}^*(\varphi, \varphi_j) \\ \gamma(\varphi_j) \end{array} \right\}$$

$$\times \sum_{k=1}^m \sin k\varphi_j \sin k\varphi' \quad \dots\dots\dots (29)$$

のように表す。ただし、 $\varphi_j = j\pi / (m+1)$ である。式(29)を式(28)に代入して、積分を行うと、

$$\begin{aligned} \alpha_{iv} &= -\frac{2\pi}{\bar{\mu}} b_{vv} \gamma_v \bar{K}_{vv}^* + \frac{2\pi}{\bar{\mu}} \sum_{j=1}^m \gamma_j \bar{K}_{vj}^* b_{vj} \\ &\quad + \frac{1}{m+1} \sum_{j=1}^m \gamma_j P_{vj} \quad \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{vj} &= \frac{\bar{\mu}(4-\mu_v^2)}{32\pi(1+\mu_v^2)^{5/2}} \left\{ \ln 2 \cdot \sin \varphi_j \right. \\ &\quad + \sum_{k=2}^m \frac{\sin k\varphi_j \cos(k-1)\varphi_v}{k-1} \\ &\quad \left. - \sum_{k=1}^m \frac{\sin k\varphi_j \cos(k+1)\varphi_v}{k+1} \right\} \quad \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

と書かれる。ただし、式(30)で b_{vv} , b_{vj} は Multhopp の表示式⁽⁶⁾で、

$$\begin{aligned} b_{vv} &= (m+1)/4 \sin \varphi_v, \\ b_{vj} &= \frac{1 - (-1)^{j+v} \sin \varphi_j}{2(m+1)(\cos \varphi_j - \cos \varphi_v)^2} \quad \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

と表される。また、 $\sum_j'$ は $j=v$ を除いた j に関する総和を意味し、

$$\left. \begin{aligned} \varphi_v &= v\pi / (m+1), & \bar{K}_{vj}^* &= \bar{K}^*(\varphi_v, \varphi_j), \\ \gamma_v &= \gamma(\varphi_v), & \bar{K}_{vv}^* &= -1 / (4\pi \sqrt{1+\mu_v^2}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (33)$$

である。そして、まとめると

$$\alpha_{iv} = B_{vv} \gamma_v - \sum_{j=1}^m \gamma_j B_{vj} \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$B_{vv} = \frac{b_{vv}}{2\bar{\mu}\sqrt{1+\mu_v^2}} + \frac{1}{m+1} P_{vv} \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$B_{vj} = -\frac{2\pi}{\bar{\mu}} b_{vj} \bar{K}_{vj}^* - \frac{1}{m+1} P_{vj} \quad \dots\dots\dots (36)$$

となる。式(35)の P_{vv} は、式(31)で $\varphi_j = \varphi_v$ と書き換えたものを意味する。

2.3 γ_v の逐次近似計算法 α_0 を翼素の無揚力角、 α_g を翼弦長に対する迎え角とすれば、 $\bar{\alpha}_g = \alpha_g - \alpha_0$ であるから、式(24)に代入して ξ' に関して積分を行うと

$$\Gamma / W^* = 2\pi c (\alpha_g - \alpha_0 - \alpha_i) \quad \dots\dots\dots (37)$$

揚力 C_l を迎え角の関数として、 $C_l(\alpha)$ と表せば、Kutta-Joukowski の定理を適用して、

$$\Gamma / W^* = c C_l(\alpha_g - \alpha_i) \quad \dots\dots\dots (38)$$

となり、 γ_v は

$$\gamma_v = \frac{C_v}{h} \sqrt{1+\mu_v^2} C_l(\alpha_g - \alpha_i) \quad \dots\dots\dots (39)$$

と表される。ただし、 C_v は半翼弦長である。

式(39)の計算においては、直進翼に関する Multhopp の逐次近似解法⁽⁷⁾を用いる。

最初に、 $\eta_v = \cos\{v\pi / (m+1)\}$ の位置における翼素の翼形特性を与えておく。その揚力-迎え角曲線におい

て、第 n 近似の $\gamma^{(n)}$ を式(34)に代入し、有効迎え角 $(\alpha_{gv} - \alpha_{iv})$ と揚力 C_l を求める。再び式(39)に代入し、第 $n+1$ 近似の $\gamma^{(n+1)}$ を得る。ら旋うずのピッチは、式(15)より、逐次近似の計算の各段階で新しく求め、それを計算につかう。ら旋うずのピッチが収束するまで計算を繰返す。

γ の第 1 近似値としては、無限翼数うず理論の値を用いる⁽⁶⁾。

3. 計算結果

3.1 風車幾何形状 本報では、2 種の風車翼について計算を行った。2 種の風車翼とも、動径方向に翼弦長は一定で、翼根で 21% 厚み、翼端で 9% 厚みになるように、途中の厚みを直線分布で与えている。ピッチ角 β は、 $\beta = \tan^{-1}\{(r_0/r) \times \tan 6^\circ\}$ で与えている。第 1 の風車翼の翼断面は、NACA 65 系翼の対称翼(翼端で、NACA 65-009)である(以後、NACA 65 系と呼ぶ)。第 2 の風車翼の翼断面は、Clark-Y 翼を基準としたもので、各断面の厚み分布を、最大厚さ分布に比例して与えている(以後、Clark-Y と呼ぶ)。

風車翼の翼断面の翼形特性のデータは、NACA 65 系では 6.0×10^6 付近、Clark-Y では 3.0×10^6 付近のレイノルズ数のものを使用した⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。風車翼数は、2 枚から 6 枚について計算した。

3.2 循環分布 図 3, 4 は、2 種の風車翼の、そ

れぞれ、翼端速度比 $X=5.0$, $X=6.0$ における循環分布を示す。同じ翼端速度比では、NACA 65 系に比べ、Clark-Y のほうが全体に循環は大きくなる。また、循環分布は、NACA 65 系では、比較的平坦になっている。翼枚数が少ないほど、循環は大きい。

3.3 風車特性 トルク係数 C_Q , 抵抗係数 C_R , 動力係数 C_P は、それぞれ、揚力係数 C_l , 抗力係数 C_d を使って、次の式で計算される。

$$C_Q = \frac{2cl}{\pi r_0^3 V^2} \int_{r_b}^{r_0} (V - w_a)^2 \sqrt{1 + \mu^2} r (C_l - \mu C_d) dr \quad \dots\dots\dots (40)$$

$$C_R = \frac{2cl}{\pi r_0^3 V^2} \int_{r_b}^{r_0} (V - w_a)^2 \sqrt{1 + \mu^2} (\mu C_l + C_d) dr \quad \dots\dots\dots (41)$$

$$C_P = X C_Q \quad \dots\dots\dots (42)$$

図 5, 6 は、それぞれ、NACA 65 系と Clark-Y のトルク係数と抵抗係数を示す。

トルク係数は、NACA 65 系では翼数が多くなるほど大きくなるが、Clark-Y では 3 翼の場合が大きくなる。抵抗係数は、各風車翼とも、翼数が多くなるほど大きくなる。また、Clark-Y のほうが全体的に抵抗は大きい。動力係数の翼数による変化は、トルク係数の変化に準ずる。

図 3 循環分布

図 4 循環分布

(a) トルク係数

(b) 抵抗係数

図 5

4. 実験装置および方法

図7は、実験装置の概略を示す。その特徴は、トルクと抵抗を同時に計測できることである。回転数と、トルク、抵抗を、マイクロコンピュータに取り込み、信号解析して、プリンタに出力する。電磁ブレーキへの供給電圧の変化によって負荷を変え、風車回転数を変える。風車模型の幾何形状は数値計算例と同じである ($2c=50\text{ mm}$, $r_b=50\text{ mm}$, $r_o=300\text{ mm}$)。翼数が2枚から6枚について実験を行った。用いた風洞の吹口幅は $1.2 \times 1.2\text{ m}$ である。また、三とりの主流速度で性能試験を行い、乱れ強さは約3%であった。

5. 理論値と実験値の比較

図8, 9は理論値と実験値を比較した結果である。ここに示す理論値は、翼素の翼形特性を、模型試験のレイノルズ数に比較的近い値⁽⁹⁾⁽¹¹⁾を用いている。トルク係数は、理論値と実験値は比較的よく一致している。抵抗係数は、理論値では、全体的に少し小さくなっているが、各風車翼で、傾向はよく一致している。

また、翼端速度比が4.0近くになると、理論値でも、各風車翼とも、はく離域が存在するが、NACA 65系

の場合、実験値では、より大きな翼端速度比ではく離がはじまっているようである〔図8(a)参照〕。計算は、はく離が一部はじまるまで行われている。

実験では、3種の一様主流速度において、無次元性能がほぼ一致している。

6. ま と め

本研究は、風車翼の非定常揚力面理論の完成と実用化に先立ち行われたものであるが、揚力線理論のわくの中で、風車うず理論は有効であることが確かめられた。

① Rotor ② Load transducer ③ Amplifier ④ Electromagnetic brake ⑤ Tachometer ⑥ Microcomputer ⑦ Printer

図7 実験装置

(a) トルク係数

(b) 抵抗係数

図6

(a) トルク係数

(b) 抵抗係数

図8

(a) トルク係数

(b) 抵抗係数

図 9

また、風車翼の翼断面形状、翼数によって風車性能が変化することが、理論と実験によって確かめられた。

なお、本研究の計算においては、鹿児島大学計算機室 Melcom 800-IIIを用いた。

文 献

- (1) Glauert, H., *Aerodynamic Theory*, (1935), Springer Verlag.
- (2) たとえば, Mercadier, Y., *Wind Eng.*, 2-1 (1978), 25.
- (3) 花岡, 船研報告, 5-6 (昭43).

- (4) 花岡, 船研報告, 8-1 (昭46).
- (5) Lamb, H., *Hydrodynamics*, (1932), 236.
- (6) Durand, W.F., *Aerodynamic Theory*, 2 (1935), 132, Springer Verlag.
- (7) Multhopp, H., *Luftfahrt Forsch.*, 15 (1938), 153.
- (8) Kawada, S., 造船協会報, 40 (昭2).
- (9) Abbott, I.H. and Doenhoff, A.E., *Theory of Wing Section*, (1959), Dover.
- (10) Eastman, N.J. and Abbott, I.H., *NACA Rep.*, 416 (1932).
- (11) Eastman, N.J. and Albert, S., *NACA Rep.*, 586 (1937).

討 論

〔質問〕 松 宮 輝〔工業技術院機械技術研究所〕

(1) 定ピッチ非線形理論の仮定についてであるが、ら旋うずのピッチをロータ回転面での平均値により代表することの物理的ないしは数学的根拠を教えてください。

(2) 逐次近似の繰返し計算回数および収束性について、実際の計算ではどのような傾向となるのか。またそれらは、吹き上げの大小によって傾向が異なるのか。

〔回答〕 (1) プロペラ理論と同様に、風車理論においても自由うずの位置が誘導速度によって、翼の運動軌跡面上より変位するための影響を計算に取り入れることは、計算結果の精度を向上させるのにかなりの効果があると思われる。自由うずのピッチは普通ブラントル提案に従って、誘導速度の軸方向成分 w_a と回転方向成分 w_i によって

$$\frac{h(r)}{r} = \frac{V + w_a}{\Omega r + w_i}$$

のようにとる。したがって、自由うずら旋面のピッチは半径方向に一定でないのが一般である。しかし、ら

旋うずのピッチを式(15)において示すように半径方向の平均値で表されると仮定すると、非線形理論とはいっても、線形理論の展開式はほとんど変わりなく、線形理論の簡潔さはそのまま保存される。そしてこの時、無限後方の流れ場は、 σ , μ を変数として書き表したラプラスの微分方程式

$$\left(\mu \frac{\partial}{\partial \mu}\right)^2 \phi + (1 + \mu^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial \sigma^2} = 0$$

を満足する。

(2) 翼端速度比 X が大きいところでは速く収束し2~3回の繰返しで収束したが、翼端速度比が小さく、翼素の一部においては離れを示す場合には、5~6回の繰返しによって収束した。また、吹き上げの大きいときは、概して、繰返し回数は多くなるようであるが、1~2回多くするだけである。

〔質問〕 清 水 幸 丸〔三重大学工学部〕

(1) 図3, 4に示された循環分布は計算から求めたものであるが、実際に翼が回転している状態ではそれほど根拠のある値なのかご教示願いたい。

(2) スパン方向の有効迎え角分布はどのような

るか、 $X=6\sim7$ 程度の例をお示し願いたい。

(3) 図8(a), 9(a)により $X=6$ または 6.5 について、 $C_P(=XC_Q)$ を求めてみると、約 0.36 または約 0.33 となりねじりのない翼を使用しておられるように見受けられる。これに関連して、貴実験条件の内不明な点、アスペクト比、ソリディティ(全翼面積/風車回転面積)、翼のねじりの有無、ピッチ角、回転軸系の損失トルクの補正方法、トルクと抵抗を同時に計測できる方法などご教示願いたい。

[回答] (1) 図3, 4に示された循環分布は、式(38)により、揚力係数 C_l に変換されるが、翼素に対する揚力係数が得られれば、抗力係数 C_d のデータを与えて、式(40)~(42)によって風車性能が得られ、実験結果と比較される。圧力分布を計測していないので、循環分布や計算結果と実験結果と直接比較できないが、トルク係数などの風車性能の理論値と実験値を比較することによって、循環分布が適当であるか知ることができると思われる。

(2) NACA 65系の風車翼の翼数が3枚で、翼端速度比 $X=6$ の場合における有効迎え角 α_e の分布を付図1に示す。

(3) 付図2に、Clark-Yの風車翼の概略を示す。アスペクト比は約5であり、ソリディティは3翼の場合には約0.16で、翼端で 6° のピッチ角をもち、各半径位置では $\beta = \tan^{-1}\{(r_0/r)\tan 6^\circ\}$ で与えられるピッチ角分布をもっている。

また、回転軸系の損失トルクは、性能試験装置において、電磁ブレーキをとりはずし、軸端に小形直流モータをとりつけ、回転数を変えて翼をとりはずした軸

付図1 有効迎え角分布

付図2 風車翼概略

を回転させ、その時のトルクを計測することによって得られる。トルクと抵抗の同時計測は次のように行う。電磁ブレーキのアームの一方を荷重計と糸で結び、他方を釣り合いのおもりにとりつけ、荷重計の引張力を読取り、トルクが計測される。そして、回転軸は軸方向に自由に動くので、軸端が他方の荷重計に点接触し、トルクの計測と同時に抵抗の計測ができる。