熱線を用いた壁面せん断応力の測定法に関する研究*

藤原 秀 司**, 横山 伸 一***, 畑 田 裕 司†,
益 田 重 明††, 有 賀 一 郎††

Measuring Technique of Wall Shear Stress with Hot Wire Probe

by Shuji FUJIWARA, Shinichi YOKOYAMA, Hiroshi HATADA,
Shigeaki MASUDA, and Ichiro ARIGA

A measuring technique of wall shear stress based on the hot wire method is presented. Measurements were carried out in a two-dimensional turbulent channel flow, where a single hot wire sensor was placed close to the wall. Output voltage of a constant temperature anemometer was recorded with varying diameter, distance from the wall and temperature of the wire as well as Reynolds number of the flow. The measured results were compared with the standard values of wall shear stress obtained from the streamwise pressure gradient. Applicability of conventional calibration methods were examined. Finally, the new calibration curve was proposed where the heat conduction error and the additional heat loss due to the wall proximity were cancelled out by subtracting the heat loss without flow at the same position. The universality of the curve was confirmed in that it was quite independent of diameter, height and temperature of the wire.

Key Words: Flow Measurement, Wall Shear Stress, Hot Wire Anemometry

1. 緒 言

流体工学の進歩に伴って、これまで実験室内のよく整えられた流れにおいてしか定量的測定が困難と考えられていた壁面せん断応力を、工業分野においても正確に測定することが必要となってきた。その際、測定器の小形化、装着の容易さ、三次元流、非定常流やばく離流への適応性などとならんで、検定曲線の普遍性、すなわち検定流路と実際に使用する流路内での流れの特性や温度環境の相違に左右されない検定曲線を求めることが要求される。

本研究では上記の要求をふまえて壁面熱線法をとりあげ、実用化を目的として、実験的考察を行った。この方法についてはDrinkuh-Pierce⁽¹⁾、Kreplin-Meier⁽²⁾、Sandborn⁽³⁾、石田・琴浦⁽⁴⁾の報告がある。伝熱面積の小さい加熱細線を壁面近傍に設置し、この加熱細線からの熱伝達量を測定することにより壁面せん断応力を求めようとするもので、壁面に直接熱片を蒸着したホ

ットフィルム法に比べ、壁面への熱損失が小さいため、全出力中に占める壁面せん断応力変化に対応した信号の割合が大きいため、感度が良好で、しかも壁温に支配されにくいなどの利点をもっている。しかし、実際に使用してみると検定曲線の普遍性は良好でなく、定量的測定のためには、流れの特性や温度環境と熱線の寸法や配置についての詳細な検討が必要と思われる。

本研究では、熱線の直径、壁面からの距離および熱線温度を変えてヌセルト数を測定し、過去の整理方法について検討を加え、さらに普遍性の高い実験公式を求めた。

2. 壁面熱線法の原理と問題点

壁面熱線法の原理について、図1に示した。

壁面近傍に設置された熱線からの熱伝達量についての次元解析の結果から次の式が成り立つ。

$$Nu = f(Pr, Re, Gr, H/D) \quad \cdots \cdots (1)$$

式(1)からヌセルト数 Nu 、ワイヤレイノルズ数 Re_w を用いて

$$Nu = A + BRe_w^n \quad \cdots \cdots (2)$$

ただし、 n, A, B はプラントル数 Pr 、グラスホフ数 Gr 、熱線の径 D と設定高さ H の比 H/D の無次元数

* 昭和 58 年 9 月 2 日 第 921 回講演会において講演、原稿受付 昭和 58 年 2 月 14 日。

** 学生員、慶応義塾大学大学院 (〒223 横浜市港北区日吉 3-14-1)。

*** 准員、旭化成工業(株)川崎支社 (〒210 川崎市川崎区夜光 1-3-1)。

† 准員、トヨタ自動車(株) (〒471 豊田市トヨタ町 1)。

†† 正員、慶応義塾大学理工学部。

の関数である。

King⁽⁵⁾は壁の影響のない、つまり無次元数 H/D の無視できるところで、 $n=1/2$ となることを示した。また、Zemskaya ら⁽⁶⁾は、壁面近傍に置かれた熱線からの熱伝達について実験を行い、熱線が壁面に近づくにつれて、 n が $1/2$ から $1/3$ に近づくことを示し、この n の値に熱線の直径が重要な影響を及ぼすことを指摘している。

壁面熱線法に関する従来の研究^{(1)~(4)}では $n=1/3$ としているが、この点は検討を要すると思われる。また、流れのレイノルズ数が大きい場合、粘性底層厚さの減少に応じて熱線を壁面に近づけねばならず、このために生ずる付加的熱損失についても検討する必要がある。図2は壁面近傍の熱線の冷却を模式的に示したもので、対流①、空気の熱伝導②、壁面への熱ふく射③およびサポートへの熱伝導④が考えられる。このうち③④が検定曲線の普遍性を妨げる要因であるが、③④は高さ、直径、熱線温度に、また④は直径と熱線温度に依存すると考えられる。そこで n , A , B が熱線の径 D , 設定高さ H , 熱線温度と流体温度の差（設定温度差）により、どのような影響を受けるか検討する必要がある。

3. 実験方法および装置

3.1 実験方法 本研究は、二次元流路内の十分発達した乱流における壁面せん断応力を圧力こう配法であらかじめ求め、同位置の壁面近傍に置いた熱線のヌセルト数を定温度形熱線風速計を用いて測定し、検定曲線を作成する方法をとった。

十分に発達した二次元定常乱流では、壁面せん断応力 τ_w は次のように表される。

$$\tau_w = -\frac{b}{2} \frac{dP}{dx} \quad (3)$$

ただし、 P は壁面静圧、 b は流路幅、 x は流れ方向座

図1 壁面熱線法原理図

標である。

3.2 壁面せん断応力計測用熱線プローブ 図3に検定に用いた壁面せん断応力計測用熱線プローブを示した。

①は、熱線用プロング部であり、太さ 0.72 mm の針を用いて図3の④部のように先端を加工している。プロングの先端には、センサ部約 1 mm 、直径が $5, 10, 15 \mu\text{m}$ のタングステン線②をハンダ付けしてある。熱線の壁面からの高さ H については、マイクロメータ付きのトラバース装置により $H=0.040 \sim 20.0 \text{ mm}$ の範囲で変化させ、これを読取顕微鏡で測定した（最小目盛： $2.5 \mu\text{m}$ ）。

3.3 温度の設定 壁面熱線法の欠点として、温度環境の相違に左右されやすいということがあげられる。そこで本研究において、熱線風速計の出力より得られるジュール熱 $I^2 R_s$ の値を次式により基準温度状態のジュール熱 $(I^2 R_s)_{\text{ref}}$ に換算している。

$$(I^2 R_s)_{\text{ref}} = I^2 R_s \cdot \frac{\Delta T_{\text{ref}}}{\Delta T} \quad (4)$$

ただし $\Delta T_{\text{ref}} = T_{s\text{ref}} - T_{a\text{ref}}$, $\Delta T = T_s - T_a$ で、 $T_{a\text{ref}}$, $T_{s\text{ref}}$ はそれぞれ基準設定温度、基準熱線温度である。本研究において $T_{a\text{ref}} = 293 \text{ K}$ として設定温度

図2 熱線から失われる熱量の模式図

図3 壁面せん断応力計測用熱線プローブ

差 ΔT_{ref} を 20, 45, 70, 95, 120 K の 5 とおりに変化させて検定した。また T_s は次式により算出した。

$$T_s = T_0 + \left(\frac{R_s}{R_0} - 1 \right) / \alpha \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし R_0 は温度 T_0 のときの冷抵抗値で α はこのときの抵抗の温度係数である。

この抵抗の温度係数 α の測定は、あらかじめプローブに張られた熱線を 1 本 1 本恒温そうの中に入れて、温度ごとの熱線の抵抗を測定したものから求めた。抵抗の測定には熱線風速計のブリッジ回路を用い、またこのときの温度測定には、熱電対を用いた。

3.4 測定流路 表 1 に使用した流路の仕様を示す。

測定位置は図 4 に示した測定流路図で、 $x=2880$ mm とし、この位置で流れが十分に発達した二次元定常乱流であることを確認して測定を行った。

3.5 実験に用いたパラメータ 表 2 に実験に用いたパラメータを示した。

4. 実験結果および検討

4.1 石田・琴浦⁽⁴⁾の整理方法による検定曲線 石田・琴浦⁽⁴⁾らが検定曲線の作成に用いた式は次のとおりである。

$$\frac{(I^2 R_s)_{ref}}{\Delta T_{ref}} = C_1 (\rho g \tau_w)^{1/3} + C_2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし石田・琴浦⁽⁴⁾の検定曲線と比較するため熱線の径として、5 μ m のものを用いた。

石田・琴浦⁽⁴⁾は、式(6)により作成した検定曲線について、熱線の設定高さ H を一定にして設定温度差 ΔT_{ref} を小さくすると C_1 は大きくなり、 C_2 の値は、ほぼ一定となり、また設定温度差 ΔT_{ref} を一定にして、高さ H を大きくすると、 C_1 は大きくなり、 C_2

は、この場合も一定であると報告している。

この整理方法で本実験結果を整理した結果を図 5~8 に示した。

図 5 は石田・琴浦⁽⁴⁾の検定曲線と本実験の検定曲線を ΔT_{ref} が 120 K, H が 0.050 mm の場合について比較したものである。これによると石田・琴浦⁽⁴⁾のほうが検定曲線の傾き C_1 が大きくなっていることがわかる。これは、設定高さ H と直径 D の流れの尺度に対する相対的關係が異なるためだと思われる。しかし、図 6, 図 7 からわかるように設定高さ H と設定温度差 ΔT_{ref} が C_1 に与える影響については、石田・琴浦⁽⁴⁾と同様の傾向を示した。

また C_2 と H の関係の本実験結果を図 8 に示す。図 8 より H が大きくなるほど、 C_2 の値は小さくなり、 ΔT_{ref} が大きくなるほど、小さくなる傾向を示し、石田・琴浦⁽⁴⁾の結果と異なっている。図 8 の結果は図 2 の熱量のうち、空気の熱伝導^⑧、壁面への熱ふく射^⑨により失われる熱量が H に依存し、 H が大きくなるほど小さくなるからであると考えられる。

この整理方法による検定曲線では、粘性底層厚さや温度環境が検定状態に限りなく近い場合にしか、壁面せん断応力を正確に求めることができない。

4.2 Zemskaya ら⁽⁶⁾の整理方法による検定曲線 Zemskaya ら⁽⁶⁾が整理に用いた式は次の式(7)の通りである。

図 4 測定流路図

図 5 検定曲線 (石田・琴浦⁽⁴⁾との比較)

表 1 測定流路仕様

Working fluid	Air
Aspect ratio	15.5 : 1
U_{max}	24.5(m/s)
Length	5000(mm)
Material	Aluminum

表 2 実験に用いたパラメータ

D (μ m)	5, 10, 15
H (mm)	0.040 ~ 20.0
ΔT_{ref} (K)	20, 45, 70, 95, 120
Re	$5.30 \times 10^3 \sim 5.70 \times 10^4$

$$\log N'_{u\infty} = C + n \log Re_w \dots\dots\dots (7)$$

ただし n, C は、熱線の径 D , 設定高さ H , 設定温度差 ΔT_{ref} の関数として表される。また、 $N'_{u\infty} = N_u - N_{u0\infty}$ で、 $N_{u0\infty}$ は無風時に壁面から十分に離れた位置でのヌセルト数である。整理に用いた熱伝導率 k_f , 動粘性係数 ν_m は、熱線温度 T_s と流体温度 T_a の平均値 T_m の温度で算出した。

$\Delta T_{ref} = 120 \text{ K}$ のもとで式(7)により整理した結果を図9～12に示した。

n と熱線の設定高さ H と径 D の比 H/D の関係について、図9から、 $9 \leq H/D \leq 12$ の範囲で約1/3から1/2に変化していくことがわかる。

また、図10～12に、それぞれ $D = 5 \mu\text{m}$, $D = 10 \mu\text{m}$, $D = 15 \mu\text{m}$ の場合の検定曲線を示しており、Zemskaya⁽⁶⁾の結果とほぼ一致する結果を得た。

また、設定温度差が検定曲線に与える影響については、図13に示すように設定温度差 ΔT_{ref} が小さくなるにつれて、検定曲線が上に平行移動する傾向がある。すなわち、式(7)において n は変化しないが、 C

は大きくなる。

この整理方法で実際の検定を行う場合、 C の値は熱線の径 D , 設定高さ H , 設定温度差 ΔT_{ref} により、大きく影響を受け、普遍性がそこなわれることになる。また、この整理方法によれば、 $N_{u0\infty}$ の測定に際し、熱線を壁面の影響を受けない場所に置かなければならず、実用上の測定は困難である。

4.3 本研究において考案した整理方法による検定曲線 図14に本研究による整理の方法で求めた検定曲線を示した。

これは、無風時のヌセルト数として、設定高さ H において測定したヌセルト数 N_{u0} を用いて、 $N'_u = N_u - N_{u0}$ とワイヤレイノルズ数 Re_w の関係を求めたものである。ただし $\Delta T_{ref} = 120 \text{ K}$ として、熱線の径 D , 熱線の設定高さ H が検定曲線に与える影響を調べており、粘性底層内にある高さのものをプロットしている ($u_\tau H / \nu < 7$)。

図14より、熱線の径 D , 設定高さ H に関係なく、検定曲線はほぼ1本の直線で表され、次の関係式が成立することがわかった。

$$\log N'_u = 0.768 \log Re_w - 0.364$$

$$(0.1 \leq Re_w \leq 1) \dots\dots\dots (8)$$

式(8)は、乱流の粘性底層に限らず、壁面近傍の速度こう配が一定の流れであれば成り立つ。この条件を使えば壁面せん断応力 τ_w は次式により求められる。

$$\tau_w = 2.98 N_u^{1.30} \frac{\nu_m \mu}{DH} \dots\dots\dots (9)$$

ただし μ は流体温度における粘性係数である。

次に、設定温度差 ΔT_{ref} が検定曲線に与える影響について調べた。図15に $D = 5 \mu\text{m}$, $H = 0.050 \text{ mm}$ の場合について示している。図15から設定温度差により検

図6 検定曲線〔式(6)による本実験結果〕

図7 C_1 と設定高さ H の関係

図8 C_2 と設定高さ H の関係

図 9 n と H/D の関係

図 12 検定曲線 (Zemskaya らの方法)

図 10 検定曲線 (Zemskaya らの方法)

図 13 設定温度差が検定曲線に及ぼす影響

図 11 検定曲線 (Zemskaya らの方法)

図 14 考案した検定曲線

図 15 設定温度差が検定曲線に及ぼす影響

定曲線はほとんど影響を受けないことがわかる。これは、ほかに D, H を変化させても同様の結果が得られた。

5. 結 言

壁面近傍の速度こう配一定の領域に置かれた熱線の径、設定高さ、設定温度差を種々に変えて、在来の検

定方法の検討を行った。その結果、いずれの方法も上記諸因子の影響を受けて、検定曲線の普遍性がそこなわれることが示された。さらに壁面近傍における対流以外の熱損失をさしひくことにより、熱線のヌセルト数は、

$$\log N'_u = 0.768 \log Re_w - 0.364$$

$$(0.1 \leq Re_w \leq 1) \dots\dots\dots (8)$$

のように表されることがわかった。また定数は、熱線の径、設定高さ、設定温度差に依存しないことがわかった。

文 献

- (1) Drinkuh, P.H. and Pierce, F.J., *Rev. Sci. Instrum.*, **37**-6, (1966).
- (2) Kreplin, H.P., ほか 2 名, *DFVLR Interner Bericht*, IB 251-77 A 15, (1977).
- (3) Sandborn, V.A., *ASME*, 79-WA/FE-17, (1979).
- (4) 石田・琴浦, 長崎大研究報告, 13, (昭 54).
- (5) King, L.V., *Phil. Trans. Roy. Soc.*, 214 (1914), 373.
- (6) Zemskaya, A.S., ほか 3 名, *Fluid Mech. -Sov. Research*, 8-1 (1979).

討 論

〔質問〕 石 田 正 弘 (長崎大学工学部)

壁面熱線法について N'_u と Re_w の普遍性の高い実験式を見いだされたことに敬意を表す。質問者も以前この方法について試みたことがあるので、その困難さはかなりのものと思うが、以下の点についてご教示願いたい。

(1) 発生ジュール熱 $I^2 R_s$ と温度差 ΔT の直線性はどの程度か。図 6 から判断すると縦軸の $I^2 R_s / \Delta T$ の値が ΔT によって変化しているから直線性がないと思うが、直線性が悪ければ式(4)の補正だけでは不十分ではないのか。ただ図 15 で異なる ΔT のデータが N'_u で整理すれば重なることからすれば、 N'_u は ΔT と直線関係にあると考えられる。この理由をどのようにお考えか、 $I^2 R_s$ と ΔT の関係を、例えば流速零のときと、ある一定流速の状態について、また両者の差も示していただきたい。

(2) 図 6 において、横軸の値が 2.0 以上では $i^2 R_s / \Delta T$ と $(r\tau_w)^{1/3}$ の比例関係が満足されている。元来この関係は強制対流熱伝達の概念から導かれているから流速の大きい範囲で成立し、流速が小さいときは自然対流熱伝達が支配的になって、多少の τ_w の変化に対しても $i^2 R_s / \Delta T$ の値がわずかしかな変化しないのは妥当であり、したがって図 10~12 において Re_w の

範囲によって n の値が変化するのは当然と考える。これらの図から判断すると、強制対流が支配的な大きな Re_w での n の値は H/D によらずほぼ一定のように見えるが、図 9 に示された n の値は Re_w のどの範囲の値か。また図 14 で種々の H/D に対して $n=0.768$ としておられることと矛盾はないのか。

(3) ワイヤレイノルズ数の定義が示されていないが、 $Re_w = u_2 D / \nu_m$ と推定する。また $u_2 = \tau_w H / \mu$ か。図 10~12 のデータの中で少なくとも $H=20.0$ mm の場合に速度分布を直線として $u^2 = \tau_w H / \mu$ とすることには問題があるが、いかが処理されているのか。

(4) ここに示された壁面熱線法が成功した理由は N'_u を用いたこと、すなわち自然対流およびふく射の影響を除去し、強制対流のみによる伝熱量に注目した点にあると思う。この方法で測定される壁面摩擦力の計測誤差はどの程度か。もし計測例があれば示していただきたい。

(5) 式(9)に関連して、流れの圧力こう配が大きいとき、特に逆圧力こう配の流れの場合では壁面近傍でも速度分布は直線的でない。このような場合どのように処理すればよいのか。

〔回答〕 (1) $I^2 R_s$ と ΔT の関係は、付図 1 に示すように直線関係にある。しかし原点を通らないた

め ΔT が変化すれば $I^2 R_s / \Delta T$ の値は変化する。一方、 N'_u の場合、

$$I^2 R_s = A \Delta T + B$$

$$(I^2 R_s)_0 = A_0 \Delta T + B_0 \quad [(I^2 R_s)_0 \text{ は流速零のジュール熱}]$$

$$N'_u \propto \frac{I^2 R_s - (I^2 R_s)_0}{\Delta T} \\ = A - A_0 + \frac{B - B_0}{\Delta T} \approx A - A_0$$

となり、図 15 のように ΔT の影響は小さくなる。

(2) 図 9 に示されている n の値は、図 10~12 の $0.1 \leq Re_w \leq 1$ の範囲のデータに基づいている。この範囲で n の値が変化するのは、熱線から壁面に空気の熱伝導により伝わる熱量と熱ふく射により壁面に伝わる熱量が影響していると考えており、 H/D がこれらの熱量に関係していると思われる。自然対流熱伝達により失われる熱量については、 $Re_w < Gr^{1/3}$ のとき重要となるという報告がある(付1)。これに従えば、本実験の場合、 $Re_w < 3.92 \times 10^{-2}$ のとき、自然対流の影響が重要となり、 $0.1 \leq Re_w$ の領域では、ほぼ無視され则认为している。 $0.1 \leq Re_w \leq 1$ の範囲でこの熱伝導により壁面に伝わる熱量と熱ふく射により壁面に伝わる熱量をさし引いて、強制対流熱伝達量のみに着目すると図 14 のようになり、種々の H/D に関係なく n の値は一定で 0.768 となった。

(3) ワイヤレイノルズ数 Re_w は、 $Re_w = uD/\nu_m$ で、 u は熱線の設定高さでの流速、 D は熱線の直径、 ν_m は平均膜温度での空気の動粘性係数である。図 10~12 のデータのうち、粘性底層内 ($u_\tau H/\nu < 7$) のデータについては、壁面せん断応力 τ_w から速度こう配が一定という条件を用いて、 $u = \tau_w H/\mu$ によって流速を算出しているが、 $H = 20 \text{ mm}$ の場合は、ピトー管により流速を測定している。

(4) 付図 2 は平板上の摩擦係数 c_f の測定例を前縁からの距離のレイノルズ数 Re_x に対して示したものである。○印は式(9)から求めたもので、またばら

つきの範囲は図 14 のばらつきの範囲に対応している。また、測定プローブを個々に検定した上で用いれば、 $\pm 5\%$ 以内の測定精度で τ_w を求めることができる。精度を考える上で問題となるのは、熱線の設定高さ H の測定精度と壁温の影響による誤差である。設定高さ H については読取り顕微鏡(最小目盛 $2.5 \mu\text{m}$)を用いているが、この測定精度は $\pm 5\%$ 以内となる。また、 N_{u_0} の測定に際して、壁温の変化が問題となり、流体温度の補正のみでは、温度補正ができない。これは特に流体と壁との温度差が大きい場合、誤差の要因として重要となると思われる。

(5) 速度分布に圧力こう配の影響を考慮すると次のようになる。

$$u = \frac{u_\tau^2 y}{\nu} (1 + \varepsilon)$$

ここで、

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{2} \frac{u_2 y}{\nu}, \quad \Delta = \frac{\nu}{\rho} \left(\frac{aP/ax}{u_\tau^3} \right)$$

である。 $|\varepsilon| \leq 0.05$ であれば、図 14 のばらつきの範囲内にあると思われる。 $u_2 y/\nu = 10$ として、計算すると $|\Delta| \leq 0.01$ のとき、圧力こう配の影響を無視することができると思われる。また、圧力こう配が非常に大きい場合の円柱まわりの熱伝達については、式(8)そのものが変化することが考えられ、式(8)にこれが及ぼす影響についてはよくわからない。

〔質問〕 井上 雅 弘〔九州大学工学部〕

熱線による壁面せん断応力の評価式を新たに提案されたことに敬意を表す。

図 14, 15 において提案式からのデータのばらつきより、 τ_w の測定精度はどの程度と推定できるか。

〔回答〕 石田氏への回答(4)を参照されたい。

〔質問〕 亀本 喬 司〔横浜国立大学工学部〕

次元解析の結果からは、式(1)で表されているよう

付図 1 $I^2 R_s$ と ΔT の関係

付図 2 c_f と Re_x の関係

(付1) Collis, D. C. and Williams, M. J., *Fluid Mech.*, 6-3 (1959).

にヌセルト数 N_u が、レイノルズ数、プラントル数、グラスホフ数、熱線の径と設定高さの比の無次元数の関数であるのに対し、Zemskaya らの整理方法で用いられた壁面から十分に離れた位置での無風時のヌセルト数 $N_{u\infty}$ の代わりに設定位置での無風時のヌセルト数 N_{u0} を用いた貴整理方法による検定曲線式(8)で、熱線の径、設定高さおよび設定温度差によらずヌセルト数 N_u' がワイヤレイノルズ数のみによって決定されるのは、どのような理由によるものか。また、式(18)が、乱流の粘性底層に限らず、壁面近傍の速度こう配が一定の流れであれば成り立つと述べられているが、その根拠についてもご説明願いたい。

【回答】 壁面近傍に設置された熱線からの熱伝達量は式(1)のようになる。このうち右辺の R_e は強制対流熱伝達、 G_r は自然対流熱伝達、 H/D は空気熱伝導、熱ふく射に関係するものと考えている。Zemskaya らの整理に用いられている $N_{u'\infty}$ は熱線から失われる熱量のうち、サポートへの熱伝導により失われ

る熱量をさし引いたもので、 $N_{u'\infty}=f(P_r, R_e, G_r, H/D)$ となる。これに対し、 N_u' はサポートへの熱伝導に加えて、壁面に熱伝導、熱ふく射によって伝わる熱量がさし引かれたものである。つまり、 N_u' は強制対流熱伝達量のみを示していると考えられる。したがって、 $N_u'=f(P_r, R_e)$ となる。

また、式(8)は熱線が乱流の粘性底層(速度こう配が一定)に置かれたときのデータから得られた実験式であるが、 R_{ew} が1以下の流れに置かれているので、熱線まわりの局所的な流れは層流の場合と比較しても変化はないと考えている。本文中で「速度こう配が一定の流れであれば成立する」と書いているが、速度こう配が一定でない場合については、式(8)が成立するかどうかはよくわからない。しかし、本研究の目的は壁面せん断応力を求めることであって、速度こう配が一定という条件がなければ式(9)のように壁面せん断応力を求めることができない。