密閉容器内自然対流の振動現象について*

北村 健三**, 込山 公一***, 斎藤 武****

Oscillatory Motion of Natural Convection in Rectangular Cavity

by Kenzo KITAMURA, Kimikazu KOMIYAMA and Takeshi SAITO

An oscillatory motion of the natural convection in a rectangular cavity has been studied both experimentally and analytically. Experiments were conducted mainly with the case that the hot and cold surfaces were set up as the upper and lower half wall of a side plate, and the other walls were insulated. Periodic oscillations of the hot and cold cell were found to exist by the flow visualization in the certain range of Rayleigh number. The influence of Prandtl number and aspect ratios of the cavity on the oscillation frequency were also examined. Unsteady two-dimensional equations, which govern the laminar natural convection, were solved numerically to simulate the oscillation. And the calculated flow patterns and oscillation frequency were fairly in good agreement with the experiments. From these fact, the adoptability of above numerical schemes to the other systems of the oscillations were also discussed.

Key Words: Convective Heat Transfer, Natural Convection in Enclosure, Oscillatory Motion, Transition Phenomena, Flow Visualization, Unsteady Two-dimensional Analysis

1. 結 言

密閉容器内に振動する自然対流が発生することが一、二の系について知られている。たとえば Powe ら⁽¹⁾は水平二重円筒の外筒を冷却し内筒を加熱した場合に内筒上端からの上昇流が周期的に左右に揺れる現象を、また五十嵐⁽²⁾⁽³⁾は容器内に水平細線を張り加熱したところ細線からの上昇対流が図1(a)のように振動することをそれぞれ報告している。これらはいずれも上昇流の振動であるからここでは仮に上昇流振動と呼ぶことにする。これに対し著者らは長方形密閉容器の一側壁に図1(b)のように高温面を低温面より下に設置した時に、低温セルと高温セルが交互に周期的な縮小・拡大を繰り返す振動流が発生することを見いだした。これは伝熱面の中央部で分岐した水平で、上下に密度が逆転した流れの振動と考えられるので水平流振動と仮称する。これら一連の振動流の発生は容器内の流れが層流から乱流へ遷移していく段階でみられることから、室内や蓄熱槽内の流れなど実用上も重要

な高レイレー数域の密閉容器内自然対流を解明する上の基礎として重要である。特に本研究で明らかにする水平流振動についてはわずかに Küblbeck ら⁽⁴⁾が、図1(b)の場合にその存在を解析的に予測しているものの、彼らの解析手法や結果にはいくつかの誤りがあり、実際に振動流が存在するか否かについても不明であった。

以上のことから本研究では代表的な水平流振動の現れる系として図1(b)の場合を主にとりあげ、実験的に振動の発生領域、振動数あるいはそれらに対するプラントル数 Pr や容器アスペクト比の影響を調べた。ついでこの振動流が非定常二次元層流自然対流式を数値解析することにより模擬できることを明らかにし、流れの三次元性についても実験的に検討した。更に以

図 1

* 昭和58年11月21日 第922回講演会において講演、原稿受付 昭和58年5月9日。

** 正員、豊橋技術科学大学 (〒440 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1)。

*** 学生員、豊橋技術科学大学。

**** 名誉員。

上の結果をまとめていかなる場合に密閉容器内で振動する自然対流が発生するかについて一般的な指針を示し、これを基に新たに水平流振動、上昇流振動の生じる系を見つけた。また前記の数値解析法がいかなる場合に適用可能かを検討してみた。

2. 実験装置および測定

本実験で用いた長方形密閉容器を図2に示す。伝熱面は長方形容器の一側壁を構成しており、アクリル板の上部・下部にそれぞれ同じ大きさの銅板をはり合わせて、上部は冷水、下部はステンレスはく加熱器に直接通電加熱することにより銅板を冷却・加熱しそれぞれ等温面が得られるようにした。この伝熱面の温度測定および等温面の検定を兼ねて、両銅板裏面に $\phi 100 \mu$ のクロメル・アルメル熱電対を数箇所はりつけた。この結果両面とも $\pm 0.25 \text{ K}$ の範囲内で一樣な温度になることを確認した。またこの伝熱面の高さ a は、20, 40, 60 および 80 mm の4種類を製作、使用した。その他の容器壁は可視化の都合上アクリル板を用い、伝熱面に対向する壁あるいは天板にはスリット、測定孔を設け、可視化およびプローブ挿入用に充てた。

容器内流体として主に空気を、一部水を用い、加熱冷却面の温度差 $T_h - T_c$ は5~30 K程度に抑え、容器内流体の平均温度が室温と等しくなるよう伝熱面温度を設定した。これは伝熱面以外の容器壁を断熱条件にするためでもある。容器内流体の温度計測には $\phi 50 \mu$ のC-A熱電対を使用した。容器内流れの可視化はトレーサとして空気の場合煙草煙、水の場合アルミ粉を用い、容器にスリット光をあて x - y 平面で流れを切断し、写真撮影した。

3. 数値解析および計算

密閉容器内自然対流のうち本研究で取扱う層流-二

図2 実験装置

次元系については、すでにいくつかの数値計算法が提案され(たとえば Wilkes ら⁽⁵⁾, Cormack ら⁽⁶⁾, Küblbeck ら⁽⁴⁾), 本解析も一部を除いてそれらと大きく変わる所はないので、ここではその骨子のみを記述する。解析にあたって次の仮定を設ける。

(1) 容器内の流れは二次元・層流・非圧縮性流れである。

(2) 浮力に関する項以外の物性値は一定とする。

(3) Boussinesq 近似が成立する。

以上の仮定のもとで直交座標を用いて表した無次元基礎方程式は、次の3式となる：

エネルギー式：

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau^*} + u^* \frac{\partial \theta}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta}{\partial y^*} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^{*2}} \dots \dots \dots (1)$$

渦度 ω 方程式：

$$\frac{\partial \omega^*}{\partial \tau^*} + u^* \frac{\partial \omega^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \omega^*}{\partial y^*} = Pr(\frac{\partial^2 \omega^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \omega^*}{\partial y^{*2}}) + Gr Pr^2 \frac{\partial \theta}{\partial x^*} \dots \dots \dots (2)$$

流れ関数 ψ 方程式：

$$\omega^* = -(\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial y^{*2}}) \dots \dots \dots (3)$$

上式の無次元化は下記により行った：

$$\left. \begin{aligned} x^* &= x/a, \quad y^* = y/a, \quad u^* = u/u_0 \\ v^* &= v/u_0, \quad \omega^* = a\omega/u_0, \quad \psi^* = \psi(a u_0) \\ \tau^* &= a\tau/a^2, \quad Pr = \nu/\alpha, \\ \theta &= (T - T_c)/(T_h - T_c) \\ Gr &= g\beta(T_h - T_c)a^3/\nu^2, \\ u_0 &= a/a, \quad Ra = Gr Pr \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

境界条件として次を与える：

$$\left. \begin{aligned} x^* &= b/a \text{ で, } \theta_w = 1 \quad (0 < y^* < 1/2) \\ \theta_w &= 0 \quad (1/2 < y^* < 1) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} x^* &= 0 \text{ で, } (\frac{\partial \theta}{\partial x^*})_w = 0 \\ y^* &= 0, 1 \text{ で, } (\frac{\partial \theta}{\partial y^*})_w = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{壁で, } \psi_w^* &= 0 \\ \text{側壁で, } \omega_w^* &= -2\psi_{w-1}^*/\Delta x^{*2} \\ \text{上下壁で, } \omega_w^* &= -2\psi_{w-1}^*/\Delta y^{*2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

初期条件として以下を与える：

$$\left. \begin{aligned} \tau \leq 0 \text{ で, } \theta &= 1/2 \\ \psi^* &= \omega^* = u^* = v^* = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

式(1)~(3)を差分近似し数値計算するにあたって特に式(1), (2)中の対流項については収束の速さ、高レーレー数域での解の安定性から風上差分法を採用した。また式(1), (2)はADI法にて時間に対し陽的に解き、式(3)はSOR法で各時間ごとに収束計算させた。

4. 結果および考察

4.1 振動流の可視化と数値解析 長方形密閉容器の側壁の上部に冷却面、下部に加熱面を設けた場合に、水平流振動がどのような条件で生じるかについて、流れの可視化および解析結果をもとに述べる。なお可視化の結果は断面アスペクト比 $A(=b/a)=1$ 、奥行アスペクト比 $C(=c/a)=5$ の場合であり、解析は実験と同一のレーレー数 R_a 、プラントル数 P_r に

図3 低レーレー数域定常セル 図4 流れ関数分布の解析値 ($R_a=7.03 \times 10^4$, $a=40$ mm)

対応させている。

図3および図4は低レーレー数域の空気の可視化と解析結果をそれぞれ示したものである。図4の解析結果は流れ関数値 ψ の最大・最小値の差を9等分割し奇数番目を白抜きにして図形処理したもので後述の温度 θ 分布についても同様である。図3では上側の低温セルと下側の高温セルは時計および反時計方向にそれぞれ定常的に回り続けており、一方、解析で得られたフローパターンも同様定常セルの存在を示している。

次にレーレー数 R_a を次第に上げてゆくと高温・低温セル界面が揺れ始め、ついには両セルが交互に縮小・拡大を繰り返す規則的な振動流が現れる。この振動現象の任意の一周期について一定時間ごとに連続撮影したのが図5である。写真中央部の白い棒は温度計測用プローブである。同様な振動現象は水の場合にも確認できた。その可視化結果を図6、流れ関数値および温度分布の解析結果を図7(a)、(b)にそれぞれ同一条件で比較してみた。流れ関数と可視化写真を対比

図5 規則的振動流の可視化(空気, $R_a=2.06 \times 10^5$, $a=40$ mm)

図6 規則的振動流の可視化(水, $R_a=7.23 \times 10^5$, $a=20$ mm)

(a) 流れ関数分布の解析結果 ($R_a=7.23 \times 10^5$, $P_r=7.0$)

(Values of θ ; 0=0.0-0.1, A=0.2-0.3, B=0.4-0.5, C=0.6-0.7, D=0.8-0.9)

(b) 温度分布の解析結果 ($R_a=7.23 \times 10^5$, $P_r=7.0$)

図7

してみるとセル中心位置に若干の相違はあるものの、振動のようすおよびその周期はほぼ一致しており、本解析によってこの振動流を模擬できることが分かる。また温度分布の解析結果は低温域と高温域が両セルの拡大・縮小に伴って交互に侵入していくようすをよく表している。

更にレーレー数 Ra を増加させると上述の振動流は次第に規則性が崩れ、ところどころに小さなセルが出現し複雑な三次元的流動をみせる。しかし依然として図8に示すように高温・低温セルの振動は生じており、本実験で実現しうる最大レーレー数 $Ra \approx 6 \times 10^6$ においても振動が確認された。このレーレー数域での流れ関数の解析結果は計算初期の段階では振動を示すものの、計算を進めるに従ってついには発散してしまった。

以上明らかにしたように一側壁に加熱・冷却壁を有する系では、低レーレー数定常セル→規則的振動流→不規則振動流から高レーレー数乱流という一連の流れの変遷をたどる。このうち本研究で問題とする規則的

図8 高レーレー数域不規則振動流
($Ra = 1.08 \times 10^6$, $a = 80$ mm)

図9 温度出力波形
(空気, $Ra = 2.13 \times 10^5$, $a = 60$ mm)

図10 規則的振動流の無次元振動数 f^+

振動流は層流解析で模擬できることから本質的には層流現象である。しかし振動自体はかなり高いレーレー数域に至るまで存在しており、その詳細を知ることは実用上も重要であるといえる。

4.2 振動数と容器内流れ 長方形容器中央部に流体温度計測用プローブを挿入しその出力をペンレコーダに記録すると、図9に示すような正弦波状の温度変動が得られる。この変動周期はセルの振動周期に一致することを可視化により確認した。この事実を利用して規則的振動流の振動数 f を測定した。

振動数 f の値は空気の場合 $5 \sim 20$ 1/min, 水の場合 $2 \sim 4$ 1/min 程度であるが、伝熱面高さ a および流体の動粘性係数 ν で無次元化 ($f^+ = f a^2 / \nu$) すると、レーレー数 Ra のみの関数として図10に示すように空気・水のそれぞれについて1本の右上がりの直線でまとめることができる。図は正方形断面 ($A=1$) の場合であり、図中の直線は数値解析で得られた値を示し、直線の始点・終点は規則的振動の開始・終了点をそれぞれ表している。実験値と解析値とを比較してみると無次元振動数 f^+ の値は水の場合ほぼ一致しており、空気の場合には解析値は実験値に比べ $10 \sim 20$ % 程度低い値を与えているものの直線のこう配は一致している。また規則的振動の開始点・終了点についても水の振動開始点を除いて実験値と解析値は良好な一致を示している。以上の事実から本解析法により規則的振動

図11 2断面の可視化
($Ra = 2.65 \times 10^5$, $a = 40$ mm) 図12 z 方向の振動波長 λ

図13 容器内流れの模型

現象の生じる領域およびその振動数 f^+ が十分予測可能であることが分かった。

次にこの振動現象に及ぼす容器アスペクト比の影響を調べるために断面アスペクト比 $A(=b/a)$ を $0.5 \sim 2.0$ の間で、また奥行き方向アスペクト比 $C(=c/a)$ を $1 \sim 5$ の範囲でそれぞれ変化させて振動数 f^+ の測定を行ってみた。その結果この程度の A , C の変化では f^+ の値にほとんど影響を及ぼさないことが確認できた。しかし容器アスペクト比が小さくなるに従って規則的振動の開始・終了点が高レーレー数側へ移行していく傾向にあることが分かった。

次に前述の振動現象が容器奥行き z 方向のどの断面においても同位相で生じるか否かを検証するために容器2箇所にスリットを設け流れの可視化を行った。その結果を図11に示す。写真で手前側では低温セルが奥側では高温セルが縮小し逆位相となっている。これは流れが三次元的であることを示すもので、この三次元性の程度を調べるために容器中央部に测温プローブ

図14 振動流の発生と熱伝達率

図15

図16 両側壁に加熱・冷却部を有する水平流振動 ($Ra = 2.60 \times 10^5$, $a = 40$ mm)

を固定しておき、もう1本のプローブを z 方向に移動させて両者の温度出力を図9と同様ペンレコーダに記録させた。こうすると両プローブ間距離が離れるに従って両者の位相がずれていき、ある距離 λ になると再び同位相で振動することがわかった。この距離 λ は z 方向の振動波長とも考えられるのでいくつかの実験条件のもとで λ の測定を行った。その結果を図12に示す。図で縦軸は前述の λ を伝熱面高さ a で無次元化し横軸をレーレー数 Ra で表した。図から z 方向の振動波長 λ はほぼ伝熱面高さの $1.5 \sim 1$ 倍程度で、レーレー数 Ra の増加とともに次第に小さくなることがわかった。

容器内になぜこのような三次元性が現れるかについては今後解明すべき問題と考えるが、二次元数値解析により振動現象が模擬できることから、この三次元性は振動自体に大きな影響を及ぼさないと考えられる。以上の事実をまとめて容器内の流動を模型的に表したのが図13である。

4.3 振動流の発生と熱伝達率 振動流の発生に伴って加熱面あるいは冷却面の平均熱伝達率 h がいかなる影響を受けるかについて検討した。密閉容器内自然対流では熱伝達率 h 自体がかなり小さく、本実験のように加熱・冷却面が近接している場合には、加熱器で発生した熱は大部分アクリル板を伝わって冷却水へ逃げてしまう。このため h を求めるに必要な表面熱流束 q_w の算出が困難である。そこで若干精度は劣るが加熱面極近傍の温度こう配を温度プローブで計測し熱流束 q_w を求め熱伝達率を計算した。図14は加熱面中央部での熱伝達率(時間平均値)をもとにヌセルト数 $Nu(=ha/k)$ を求め横軸をレーレー数 Ra で表したもので、参考のため1回の振動周期について時間平均した加熱(冷却)面全体の平均ヌセルト数の解析結果を併記した。図から明らかなように、この場合の振動開始条件 $Ra \approx 8 \times 10^4$ を越えるとヌセルト数は急激に増加していき、振動流の発生によって熱伝達率は大きく上昇する。またこの傾向は数値解析結果でも認められた。

4.4 水平流振動と上昇流振動 本研究では水平流振動について主に述べてきたが、ここでは以上の事

図 17 両側面に加熱・冷却部を有する水平流振動に対する流れ関数値の解析結果

図 19 図 18 の解析結果

図 18 両側壁冷却・底面加熱の場合の上昇流振動 ($Ra = 8.50 \times 10^4$, $a = 40$ mm)

実をもとに密閉容器内で振動する自然対流がどのような場合に発生するかについて考察してみた。従来密閉容器内で振動する自然対流が発生するのは1章で述べたように一、二の特殊な場合に限られるとされていたが、従来あるいは本研究の結果をまとめると振動流の発生する条件としてはまず

- (1) 容器内に2個以上のセルが存在することが前提となる。そして
- (2) 上昇流振動の場合にはセルが鉛直方向に分かれていること
- (3) 水平流振動の場合には水平に分かれたセルが密度が逆転した状態で存在していることが必要であろう。著者らは条件(1)～(3)の指針をもとに長方形容器内で水平流振動と上昇流振動の発生する可能性のある系として図15(a), (b)の場合を取りあげ流れの可視化と前述の数値解析による検討を行ってみた。図16および図17は図15(a)の場合における可視化結果と流れ関数値の解析結果を示したもので、四隅にできた高・低温セルが対角線上に分離・合体する振動流が発生することを確認した。また図17に示すようにこの現象は本数値解析により模擬できることが分かった。一方図15(b)の系についても図18に示すような上昇流振動が実際に発生することをみいだした。しかし解析では実験より高いレーレー数域でも図19のような二つのセルが定常に存在する結果を与えるだけであった。またほかに上昇流振動の現れる系として、五十嵐⁽³⁾の報告した水平線熱源の場合についても数値解析を行ってみたが、実験で振動流が現れるレーレー数域でも解析解では振動現象は認められなかった。

以上得られた結果を総合すると、まず第1に振動流

の発生は従来考えられているほど特殊な現象ではなく、前述の条件(1)～(3)を満たす系であればかなり普遍的に発見できる可能性があること、第2に、特に水平流振動については本数値解析法によってその振動現象の模擬が可能であるのに対し、上昇流振動は本解析では模擬できないこと、が挙げられる。

上記の水平流振動と上昇流振動は別の見方をすれば、前者が密度成層流の、後者がサーマルブルームの安定性問題とも関連をもつことが予想でき、また本数値解析法の適用可能性をも考え併せると両者の振動機構は本質的に異なることが推測しうる。この点については今後更に検討の余地があると思われる。

5. 結 言

本研究は主に長方形密閉容器の一側壁に高温面を低温面より下に設置した場合に生じる自然対流の振動現象に着目し、実験および数値解析を行ったもので、以下のような結果を得た。

- (1) 容器内に発生する高温・低温セルはレーレー数 Ra を低いほうから順次増加させるにつれて、定常→規則的振動→不規則振動へと推移していく。
- (2) このうち定常および規則的振動については二次元層流数値解析によってその現象を模擬できる。
- (3) 規則的振動流の無次元振動数 f^+ は水・空気についてそれぞれレーレー数 Ra のみの関数として表される。
- (4) 振動流の発生に伴って加熱・冷却面の熱伝達率は急激に増加する。

また本研究では長方形容器について上記以外の系で新しく振動流が発生することを見だし、そのうち水平流振動は前記数値解析で模擬可能であることを明ら

かにした。

本研究は昭和 57 年度科学研究費(奨励研究(A) No. 57750163)の助成を受けた。また研究の遂行にあたり学振招へい教授 C. L. Tien(U. C. Berkeley 校)先生に多大の助言を受けたことを記し、謝意を表する。

文 献

- (1) Powe, R. E., ほか 2 名, *Trans. ASME, J. Heat Trans-*

fer, 93-3 (1969), 310.

(2) 五十嵐・加田, 機論, 41-345 (昭 50), 1500.

(3) 五十嵐, 機論, 43-374 (昭 52), 3839.

(4) Küblbeck, K., ほか 3 名, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 23-2 (1980), 203.

(5) Wilkes, J. O., ほか 2 名, *AIChE J.*, 12-1 (1966), 161.

(6) Cormack, D. E., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, 65-1 (1974), 231.

討 論

〔質問〕 能 登 勝 久〔神戸大学工学部〕

(1) 貴研究で対象とされる現象は三次元現象の一つである。三次元数値解析または実験によって、どのような三次元現象かを解明・特定し、その後に、その三次元現象の考察の結果として近似モデル(例えば二次元モデルなど)の提案をされるのが、順序ではないか。

(2) 貴研究で対象とされる三次元現象での共軸らせん渦の発生の有無を明確にされたい。

(3) 貴二次元数値解析の記述は、文献(4)と同様〔式(1)~(3)は文献(4)の式(10), (9), (8)とまったく同一〕である。上記文献と異なる点を重点的に述べるべきではないか。

(4) 熱伝達率およびヌセルト数に含まれる特性値の代表温度の定義式を示されたい。

(5) Powe ら⁽¹⁾が対象とする自然対流振動流は、貴研究で提案される振動流発生条件を満たさないため、説明されたい。

(6) 波長 λ の幅 b の依存性はどのようなものか。

〔回答〕 (1) 流れ場の三次元性については本文 4・2 節に記述したとおりである。容器の奥行(z)方向のアスペクト比 c を 1~5 の範囲で変化させても(ほかに両端壁開放の場合も行った)セルの振動数 f 、波長 λ に変化がない結果は、逆に言うところ z 方向の流れ場の変化に対し振動自体は大きな影響を受けないことを示している。また波長 λ の値はセルの x - y 断面内の代表長さ $a/2$ の 2~3 倍程度有ること、などを基に二次元近似した解析を試みたもので、本文ではこれらの記述を省略した。振動現象の模擬は、実用上は二次元解析で十分と思われるが、更に詳細な現象の把握のためには三次元解析がより有効と考える。

(2) 流れの可視化を種々行ってみたが、共軸らせん渦の存在を確認するに至らなかった。したがってその存在の有無は明確になっていない。

付図 1

(3) 本体系のような二次元の自然対流場を記述する無次元基礎式〔式(1)~(3)〕は文献(4)のみならず、多くの研究者の採用しているものと大同小異であり、本文中で述べたように本解析も従来の解析と大きく変わる所はない。この解析手法をどのような体系に適用し、どこまで模擬できるかを実験と対比させ確認することが課題と考える。文献(4)との比較でいえば彼らはどの流体を対象に解析を行っているか不明であり、また仮に空気・水としても彼らの規則的振動の上限値 $Ra \cong 10^8$ は本実験・解析結果 $Ra \cong 10^6$ と大きく相違しており、振動数にいたっては本結果に比べ 10^2 程度も低い値である。このことから彼らの解析過程に誤りがあると考えざるを得ない。

(4) 物性値の代表温度には高温・低温両面の中間温度をとっている。

(5) 本研究で対象にするのは規則的に振動する自然対流で、Powe ら⁽¹⁾の二重円筒間の間隔が狭くグラスホフ数の大きな場合の振動流(付図 1, Bishop ら(付 1)により)がこれにあたる。付図 1 は鉛直に分かれたセルが左右に振動する、本研究でいう上昇流振動に対応している。むしろこの場合二重円筒であるから、セル本体は内筒上面より下に広がっており、その意味でセルをセル界面と訂正するほうがより厳密と思う。

(6) 著者の行った実験範囲内(アスペクト比 $A = 0.75 \sim 2$)では波長 λ の値は幅 b にほとんど依存しなかった。

(付 1) Bishop, ほか, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 11 (1968), 1741.