有限幅平板上の乱流強制対流熱伝達*

鳴海 明**, 加藤 征三**
寺田 耕**, 泉 亮太郎***Forced Heat Convection in Turbulent Flow
over a Flat Plate with Finite Widthby Akira NARUMI, Seizo KATO,
Ko TERADA and Ryotaro IZUMI

Heat transfer characteristic in turbulent flow over a flat plate having finite width is experimentally studied with emphasis on the promotion of heat transfer caused by the edge effect due to the secondary flow at the plate corner. The measurements under the condition of uniform heat flux are performed for the geometries of finite widths $w=60\sim360$ mm and of finite thicknesses $2h=10\sim40$ mm.

The relatively great promotion of heat transfer is always obtained at the side edge region of finite width and it depends mainly on plate thickness. The local heat transfer coefficient in the lateral direction is well expressed by the empirical formulae of Eqs. (3)~(6) with plate thickness as a parameter. The formulae for the mean heat transfer coefficients are also established by the set of Eqs. (7)~(10).

Key Words: Convective Heat Transfer, Turbulent Boundary Layer, Finite Width Plate, Heat Transfer Enhancement, Edge Effect, Secondary Flow

1. 緒 言

熱交換器などに使用されるく形伝熱面の板幅や板厚が実用上有限であるため、とくに流れが乱流の場合、有限幅側端付近には、曲管内の遠心力による二次流れとは区別される、いわゆるプラントルの第2種の二次流れが生じ^{(1)~(4)}、したがって伝熱特性も二次元平板のそれとはかなり異なることが予想される。同種の現象は流れに平行な突起物を伝熱促進要素としたフィン付伝熱管にもみられる⁽⁵⁾。しかし、伝熱促進機構はいまだ明確でなく、それに結びつく流動や伝熱の詳細な特性を明らかにすることは工学上重要である。筆者らは先に⁽⁶⁾、有限幅平板の流動特性を種々の幾可学的条件下で調べ、側端付近で二次流れの発生を確認するとともに、二次流れの強さとそれによる側端効果の影響領域を定量的に明示し、これらによる伝熱促進効果を示唆した。本研究は、この流動特性を基礎として、平板の乱流境界層に加熱面を設置して、板幅と板厚を種々変化させた場合の有限幅平板上の強制乱流熱伝達特性を測定し、二次流れによる側端効果の影響を実験

的に調べたもので、それによる伝熱促進効果を検討し、定量的にもそれを評価しうる実験式の作成も試みた。

2. 実験装置と方法

本実験装置の概要を図1に示す。供試平板は前報⁽⁶⁾と同様に、前縁が半円形状で平板面に垂直な側端面をもつ全長約915 mmのベークライト製有限幅平板であり、板幅 w を60, 90, 120および360 mm(基準となる無限幅平板)に、板厚 $2h$ を10, 15, 20, 30および40 mmにそれぞれ変化させた。加熱領域を流動実験より前縁の影響がなくなり十分に発達した乱流境界層が形成される前縁コーナからの距離 $x=110$ mmから $x=715$ mmの範囲にとり、平板支持部の影響をなくするため更に200 mmの後端部を設けた。30 μ のステンレスはくを平板表裏の加熱領域にはり、直接通電して等熱流束加熱とした。壁温は x 方向に13箇所板幅の z 方向に4~8箇所に埋め込まれた $\phi 0.32$ のC-C熱電対により測定した。熱損失測定のため板断面中央部にも x と z 方向に各々4~5箇所、熱電対を設けた。この測定平板を360 mm $\times$ 360 mm、長さ2300 mmの風洞測定部中央に垂直に設置したが、平板表裏の流れの対称性が得られ、平板に沿う圧力こう配がないよ

* 昭和58年11月21日 第922回講演会において講演、原稿受付 昭和58年5月10日。

** 正員、三重大学工学部 (〒514 津市上浜町1515)。

*** 正員、名古屋大学工学部 (〒464 名古屋市中種区不老町)。

うに風洞測定部の流路幅を調整した。最大ブロックage比 3.7% の $w=120$ mm, $2h=40$ mm 平板でも表裏の圧力差と圧力こう配は圧力係数にして各々 0.008, 0.01 であった。なお測定部入口においては $\pm 0.4\%$ 以内の速度の一樣性があり、また主流の乱れ強さは本実験範囲内の主流速度 $U_\infty=5\sim 20$ m/s では 0.6% 以下であった⁽⁷⁾。

3. 実験結果と考察

3.1 板側端の二次流れ 有限幅平板流れの特徴的特性の一つは、図 2 の等速度比線図に示すように側端部にプラントルの第 2 種の二次流れ（図中矢印で示す）が生じることである。（図中 U, U_0 はそれぞれ x 方向速度、境界層外側の x 方向速度を示す）二次流れの強さやその影響範囲は前報⁽⁶⁾によれば主に板厚に依存する。更に、境界層厚さや乱れ強さの分布も等速度比線図と同じ傾向を示しており、これらによる側端効果が熱伝達を促進させる因子となり得るものと思われる。

3.2 壁面温度分布 上述の側端効果が熱伝達特

図 1 有限幅平板と実験装置概略図

$w=120$ mm $2h=40$ mm
with T.W. $U_\infty/\nu_\infty=1.1 \times 10^6$ m¹
 $x=510$ mm

図 2 有限幅平板まわりの等速度比線図 (y - z 断面)

性に及ぼす影響をみるため、まず有限幅平板上の壁面温度分布を、無限幅平板との比較のため無次元温度差 $(\Delta T_{w=\infty} - \Delta T)/\Delta T_{w=\infty}$ を用いて表したのが図 3 である。ここで、 ΔT は壁温 $T(x, z)$ と主流温度 T_∞ との差、添字 $w=\infty$ は無限幅平板、横軸 x_h は加熱面前縁からの距離、また図中○印は熱電対埋込み位置を示す。図から明らかなように等値曲線が x_h 軸にほぼ平行になっていることより、有限幅平板の熱伝達に及ぼす影響は、流れ方向 x よりも板幅方向 z に依存している。また、温度差も全領域で無限幅平板の場合より小さく、側端に近づくほど著しい。すなわち、 $w=120$ mm, $2h=40$ mm の平板側端では約 60% も冷却されており、側端効果により伝熱が促進されることを示している。

3.3 側端面からの熱損失 側端効果による伝熱促進量を検討する前に、板側端面からの熱損失による冷却割合を検討しておく必要がある。本実験の熱損失としては、放射による熱量 $Q_r = \epsilon \sigma A (T(x, z)^4 - T_\infty^4)$ (ϵ : 放射率=0.39, σ : ステファン・ボルツマン定数, A : 加熱面積), 加熱領域前・後端部と側端面方向への熱損失 Q_{l1} と Q_{l2} があり、それらの値は加熱面の供給熱量 Q_h に対しそれぞれほぼ 4, 0.2, 2% 以下といずれもかなり小さい。しかし、 Q_{l2} が側端部の壁温に直接影響を及ぼす恐れがあるので、測定壁温を境界条件として、平板内部の局所的な温度分布を数値計算し、側端部の熱損失による局所的板幅方向の位置 z における平板内部への熱損失を算出した。その結果、3.6 節で後述する実験式作成の際用いる板幅中心 $z=0$ mm と板幅方向各 z での熱伝達率の比において、側端部の熱損失を考慮した場合としない場合、その差は高々 5% 以下であった。この結果から 3.6 節の実験式作成の際、基準となる $w=120$ mm 平板の板幅中心部の熱伝達率の 10% 以上の増加分を有限幅平板の側端効果による伝熱促進量とみなすことにした。

図 3 有限幅平板上の無次元温度分布

3・4 熱伝達率 本実験における局所熱伝達率を

$$h(x, z) \equiv \{(Q_t - Q_r)/A\} / \{T(x, z) - T_\infty\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

と定義して、その無限幅平板に対する比として得られた一例を図4に示す。この平板の場合 $z \leq 30$ mm では無限幅平板とほぼ同一で、 $z \geq 40$ mm になると伝熱促進が認められ始め、 $z \geq 50$ mm の側端付近になると著しく増加し $h_{w=\infty}$ の50~60%増にもなり、かなりの伝熱促進量となることを示している。 $h(x, z)/h_{w=\infty}(x)$ は x 方向に漸増する傾向があるが、 z 方向への変化割合に比べれば無視しうるほど小さい。

次に、乱流促進化のためトリッピングワイヤ (T.W.と略記) を設置した場合の影響を調べてみた。ここでは $\phi 1$ の円柱を前縁コーナ部から $x = 50$ mm の位置に設置した場合と設置しない場合をヌセルト数 $Nu(x, z) = h(x, z)x/\lambda$ とレイノルズ数 $Re_x = U_\infty x/\nu$ (λ : 熱伝導率, ν : 動粘性係数, 物性値は膜温度を用いた) との関係を用いて比較したところ、図5に示すように T.W. の有無による差異は現れなかった。前縁が半円形状の本実験の場合、本実験範囲内では $x = 110$ mm の加熱面開始点で T.W. を設置しなくてもすでに発達した乱流境界層が形成されている⁽⁸⁾ためと思われる。また図5には主流速度 U_∞ と熱流束 q の影響を調べた結果も併記してある。 U_∞ は5~20 m/s, q は500~2000 W/m² にわたって変化させたところ、いずれも顕著な差異はなく、有限幅平板に対しても $Nu(x, z)$ を Re_x の関数として用いればよいことを示している。

図6に $w = 120$ mm, $2h = 20$ mm の有限幅平板に対する $Nu(x, z)$ と Re_x との関係を示すが、 $z \leq 20$ mm の測定点がほぼ重なっており、さらに板幅中心部では無限幅平板の $Nu_{w=\infty}$ とほぼ一致し、しかも従来からの基準式 $Nu_x = 0.0296 Re_x^{0.8} Pr^{1/3}$ ⁽⁹⁾ や $Nu_x = 0.0296 Re_x^{0.8} Pr^{0.6}$ ⁽¹⁰⁾ とほぼ一致することを考え

図4 有限幅平板上の局所熱伝達率の変化

ば、 $w = 120$ mm 平板の板幅中心 $z = 0$ mm では側端効果の影響がほとんど及んでいないものと思われる。側端効果による伝熱促進は本平板では $z > 30$ mm で

図5 T.W.の有無, q, U_∞ の $Nu(x, z)-Re_x$ への影響

図6 有限幅平板上の $Nu(x, z)$ と Re_x の関係

認められ始め、側端に近づくほど顕著に増加する。

3・5 板幅と板厚の影響 有限幅側端効果による熱伝達促進量を種々の幾何学的大きさに対しても比較するため、流れ方向距離 x が陽に入っていないスタントン数によって検討する。この際 $h(x, z)/h_{w=\infty}(x)$ の x 方向への変化が z 方向に比し無視しうるほど小さいことを考えて、ある z における x 方向へ平均したスタントン数 $\overline{St}_t(z)$

$$\overline{St}_t(z) = \left| \frac{1}{x_h} \int_0^{x_h} \frac{h(x, z)}{\rho c_p U_\infty} dx \right|_z \dots\dots\dots (2)$$

(ρ : 密度, c_p : 定圧比熱, 物性値は膜温度を用いた) を用いて検討する。これを無限幅平板の $\overline{St}_{tw=\infty}$ との比として種々の幾何学的条件に対してプロットしたのが図7である。図には板幅 w 一定で板厚 $2h$ を、アスペクト比 $A.R. = w/2h = 6$ 一定で w と $2h$ を、 $2h$ 一定で w をそれぞれ変化させた場合の結果が、側端からの距離 $z' = w/2 - z$ を横軸にとって記してある。いずれの幾何学的形状に対しても側端効果の強い領域Ⅰと板幅中心部のほとんど影響を受けない領域Ⅱに明りように区分され、しかも各領域に対し各々ほぼ1本の直線で表すことができる。領域Ⅰでは板厚が強い決定因子であって、板厚が増すと直線のこう配が急になり、同一板幅であれば熱伝達率はより向上し、その影響がより板幅中心部へ広がるようになる。

これらの結果は、流動特性を調べた前報⁽⁶⁾の結果とよく対応しており、とくに本実験の伝熱促進領域と流動実験による側端効果の領域とはほぼ一致している。

図7 側端効果による伝熱促進への板幅、板厚の影響

3・6 板幅方向への熱伝達率の実験式 上述の結果から $z=0$ mm の板幅中心で側端効果をほとんど受けない $w=120$ mm 平板を評価基準に選び、まず各 $w=120$ mm 平板のすべての実験値について、板幅中心 $z=0$ mm における基準スタントン数 $\overline{St}_0$ に対する各 z の $\overline{St}_t(z)$ との比 $\overline{St}_t(z)/\overline{St}_0$ を算出して、この $\overline{St}_t(z)/\overline{St}_0$ を z' の関数として実験式を作成する。次に $w=120$ mm 平板以外の他の有限幅平板に対しても同様な操作を行うが、これらの平板中心での $\overline{St}_t(z)$ が無限幅平板のそれより大きいので、各板厚に対してすでに求めた $w=120$ mm 平板に関する実験式を用いてこれらの平板中心 $z=0$ mm での値を求め、この値を各 z における値に乘ずるという修正を施して、各 z における $\overline{St}_t(z)/\overline{St}_0$ を求めた。このようにして得られたすべての $\overline{St}_t(z)/\overline{St}_0$ から改めて各板厚に対する統一的な実験式をそれぞれ作成した。 $2h=10$ mm の場合を図8に示す。いずれの w に対しても同一の直線Ⅰ、Ⅱによって整理できることがわかる。この整理法を本実験で用いたすべての板厚に対して行った結果は図9のようになり、実験式を

領域Ⅰ:

$$\overline{St}_t(z)/\overline{St}_0 = a_1 z'^{-b_1} \dots\dots\dots (3)$$

領域Ⅱ:

$$\overline{St}_t(z)/\overline{St}_0 = a_2 z'^{-b_2} \dots\dots\dots (4)$$

なる形でおけば各係数は図10で与えられる。すなわち

$$a_1 = 0.547(2h)^{0.454}, \quad b_1 = 0.037(2h)^{0.556} \dots\dots (5)$$

$$a_2 = 0.703(2h)^{0.210}, \quad b_2 = 0.007(2h)^{0.753} \dots\dots (6)$$

ただし、適用範囲は $w \geq 60$ mm, $10 \text{ mm} \leq 2h \leq 40$ mm, $w/2h \geq 3$ である。ここで式(3)~(6)の z' と $2h$ は mm で表したときの数値であるが、式(2)の積分平均の際 x 方向には単位長さ (1 mm) を考えているので、実質的には無次元数と考えることができる。図からわかるように、板厚の増加とともに熱伝達は著し

図8 板厚による板幅方向の局所スタントン数の整理

く向上し、しかも側端効果による10%以上の伝熱促進の領域は、 $2h=10, 15, 20, 30, 40$ mmに対し各々 $z'=15, 21, 25, 27, 30$ mmと板厚に対応して板幅中心部へ広がっている。また本実験では $2h < 10$ mmの実験値はないが、上式より薄板平板(とくに $2h \leq 5$ mm)では側端効果による伝熱促進は実質上期待できないものと思われる。

なお実験式(3)、(4)の基準スタントン数 $\overline{St}_0$ を本実験では各板厚に対して $w=120$ mm平板の $z=0$ mmにおける値をとったが、実験自体の測定精度・再現性・熱損失などの誤差をすべて考慮したとき、 $\overline{St}_0$ を無限幅平板に対するスタントン数をとっても10%の精度内で本実験式(3)~(6)は成立し、伝熱促進量を過大評価する恐れもないものと考えられる。

3.7 平均熱伝達率の実験式 有限幅平板全体の熱伝達率は実用上有用であるので、 $\overline{St}_i(z)/\overline{St}_0$ を板

幅にわたってさらに積分平均したスタントン数 $(\overline{St}_i(z)/\overline{St}_0)$ を求め、板幅 w の関数として図示すると図11となる。平均熱伝達率も3.6節と同様、領域IとIIに区分され、領域Iではかなり向上している。これより比較的板幅が小さく、板厚の大きい平板が実用上有利となる。なお本実験式の適用範囲は図に示す範囲内である。この場合も板厚をパラメータとすれば、各板厚に対して直線I、IIで整理することができるので、

領域I:

$$(\overline{St}_i(z)/\overline{St}_0) = \alpha_I w^{-\beta_I} \quad (7)$$

領域II:

$$(\overline{St}_i(z)/\overline{St}_0) = \alpha_{II} w^{-\beta_{II}} \quad (8)$$

なる形で表せば、各係数は図12で表される。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_I &= 0.837 \ln(2h) - 0.384 \\ \beta_I &= 0.064 \ln(2h) - 0.069 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{II} &= 0.169 \ln(2h) + 0.697 \\ \beta_{II} &= 0.019 \ln(2h) - 0.033 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

図9 全板厚に対する板幅方向の統一的局所スタントン数の整理

図11 全板厚に対する板幅全体での平均スタントン数

図10 実験式(3)と(4)に用いる係数 a, b の近似式

図12 実験式(7)と(8)に用いる係数 α, β の近似式

ただし、適用範囲は、 $w \geq 60 \text{ mm}$, $10 \text{ mm} \leq 2h \leq 40 \text{ mm}$, $w/2h \geq 3$ である。側端効果による 10% 以上の伝熱促進が期待できる板幅は $2h = 10, 15, 20, 30, 40 \text{ mm}$ に対してそれぞれ $w < 92, 144, 186, 214, 260 \text{ mm}$ となり、板厚とともに増加する。なお基準レイノルズ数 $\overline{S_{t0}}$ については 3・6 節と同様に、無限幅平板の Stanton 数を選んでも約 10% の精度内で本実験式は成立し、伝熱促進量を過大評価することもないものと考えられる。

4. 結 論

有限幅平板の側端付近に生ずる二次流れによる側端効果が伝熱特性に及ぼす影響を明らかにするため、平板上の乱流境界層に等熱流束加熱面を設置して、その伝熱特性を種々の板幅と板厚に対して実験的に調べ、主に無限幅平板と比較しながら検討した結果、以下の諸点が明らかになった。

- (1) 有限幅平板の側端部に生ずる二次流れにより、伝熱がかなり促進される。
- (2) 側端効果による伝熱促進の領域は板幅よりも板厚の影響を強く受け、その領域は板厚が増加するにしたがって側端から板幅中心部へ広がる。
- (3) 側端効果による伝熱促進量は板厚だけで評価でき、板厚をパラメータとすれば Stanton 数を用い

ることによって、熱伝達率を系統的に整理することができる。

(4) 有限幅平板における板幅方向の局所熱伝達率と板幅全体の平均熱伝達率はそれぞれ式(3)～(6)および(7)～(10)なる実験式で与えられる。

(5) 本実験範囲内では、トリッピングワイヤ設置の有無、熱流束 q および流速 U_{∞} による有限幅平板の熱伝達特性への影響はみられない。

(6) 有限幅平板の熱伝達特性は、流動特性を調べた前報⁽⁶⁾の結果とよく一致する。

文 献

- (1) Elder, J. W., *J. Fluid Mech.*, 9 (1960), 133.
- (2) 古屋・ほか 3 名, 機論, 41-350 (昭 50), 2878.
- (3) 古屋・ほか 3 名, 機論, 42-359 (昭 51), 2091.
- (4) 中村・ほか 3 名, 機論, 46-402, B (昭 55), 239.
- (5) Carnavos, T. C. (Afgan, N. H. and Schlunder, E. U. 編) *Heat Exchangers: Design and Theory Sourcebook*, (1974), 441, Scripta.
- (6) 鳴海・ほか 4 名, 機械前刷 (第 922 回), (昭 58. 7).
- (7) Kato, S., ほか 2 名, *Res. Rep. Fac. Eng. Mie Univ.*, 3 (1978), 37.
- (8) Narumi, A., ほか 2 名, *Res. Rep. Fac. Eng. Mie Univ.*, 7 (1982), 67.
- (9) Colburn, A. P., *Trans. Am. Inst. Chem. Eng.*, 29 (1933), 174.
- (10) 甲藤, 伝熱概論, (昭 51), 117, 養賢堂.

討 論

〔質問〕 熊田 雅 弥〔岐阜大学工学部〕

(1) 乱流境界層の原点は、板厚および U_{∞} に関係なく、また $T.W.$ がある場合でも、前縁コーナ部 ($x=0$) としてよいとする判断は、どのような理由からなされたか。

(2) 前縁非加熱部の影響は、どのように補正されたか。

(3) 実験式の適用範囲にアスペクト比の条件がついているが、図 7 の結果は、アスペクト比一定に対して、 $\overline{S_{t0}}(z)/\overline{S_{t0}}(z=0)$ は z' に対して相似でない。このアスペクト比は、現象を理解するうえでどのような物理的意味をもつ無次元量か、ご教示願いたい。

(4) x が実験式には陽的に含まれていないが、 $\overline{S_{t0}}$ の算出には必要である。 x (あるいは Re_x) には条件はいらないか。特に $w/2h=3$ 程度で、境界層厚さが w あるいは $2h$ と同程度以上になっても必要ないのか。

〔回答〕 (1) 本実験でも、ご指摘のような各場

合に対して乱流境界層の原点を求めたが、流れ場が前縁はく離、再付着、再発達を伴い、しかも側端部の影響を受ける場合もあり、統一的に精度よく決定することが困難であった。また、種々の前縁形状の熱伝達への影響を調べた太田らの研究(付 1)でも、前縁コーナからの距離 x を用いた $N_{ux}-Re_x$ 曲線上での差異は小さく Colburn の式に一致している。さらに $x > 110 \text{ mm}$ の板幅中心を基準とした本実験の整理法の場合には、原点の影響はほとんどないものと考えられる。

(2) 非加熱部の補正は Spalding 関数および Reynolds ら(付 2)の提案式によって検討したが、 x を質問(1)のように取れば加熱部直後の測定点 $x=160, 210 \text{ mm}$ で若干その影響がみられるもののそれ以後は

- (付 1) Ota, T. and Kon, N., *Int. J. Heat Mass Transfer*, 22 (1979), 197.
- (付 2) Reynolds, W. C., ほか 2 名, *NASA Memo.*, 12-2-58W (1958).
- (付 3) Antonia, R. A., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, 80 (1977), 153.

従来の二つの基準式内にあつてほとんどその影響はみられなかった。1830 mm の非加熱部のある Antonia ら (付3) の結果でも加熱開始後 250 mm ですでに Colburn の式と一致し、その影響はかなり小さいこと、また本実験では側端効果による伝熱促進量に関心があること、などを考えて、本実験ではあえてご指摘の補正をしないことにした。

(3) 側端効果は、本実験範囲内の比較的大きなアスペクト比の場合、その影響をほとんど受けず、むしろ板厚によって大きな影響を受ける。ここでのアスペ

クト比は板幅中心部に平板流れが残っている有限幅平板という意味の平板形状を示すのに用いた。本実験範囲外のアスペクト比については現在検討中である。

(4) ご指摘のように $\overline{S}_t$ の算出には x が入ってくるが、本実験のように $h(x, z)/n_{w=\infty}$ の x 方向への変化が非常に小さいという条件が満足されれば、 x に対する制限はいらないものと考えている。しかし、三次元性の強い流れ場で前述の条件が満たされない場合には x を含むパラメータの導入も必要であろう。