高さ・幅の小さい鉛直板周りの自然対流の三次元解析*

能 登 勝 久**, 松 本 隆 一**

Three-Dimensional Analysis of Natural Convection Around a Vertical Plate of Short Height and Narrow Width

by Katsuhisa NOTO and Ryuichi MATSUMOTO

Three-dimensional characteristics of natural convection around an isothermal, vertical flat plate of short height and narrow width were made clear by means of the three-dimensional numerical analysis. New transformation of coordinate system was introduced into the numerical analysis. From three-dimensional stream lines and distributions of the local Nusselt number obtained, it is found that three-dimensional behaviors are quite evident in the natural convective field with low Grashof number. Furthermore, the effect of the aspect ratio, viz. the width of plate, on heat transfer rate is qualitatively good agreement with the former experimental result.

Key Words: Three-Dimension, Numerical Analysis, Natural Convection, Low Grashof Number, Stream Line, Nusselt Number, Aspect Ratio

1. 緒 言

本報では、高さ・幅の小さい鉛直板周りの自然対流が三次元解析によって扱われている。鉛直板の高さが小さいため、対流を支配するグラスホフ数は比較的小さい。

従来から低グラスホフ数領域の幅の大きい鉛直板周りの二次元自然対流が実験的⁽¹⁾⁽²⁾にも理論的⁽³⁾⁽⁴⁾にも扱われてきている。しかし一般に鉛直板の幅は有限である。幅が小さくなれば、側縁の影響を無視することはできないと考えられる。さらに未知の三次元現象が発生し、熱流動場に強い影響を与えるかもしれない。現在までに鉛直板の三次元性を扱った研究は、鉛直板高さが大きい場合の実験的研究⁽⁵⁾のみである。それは主に鉛直板中央部の対称線上のみの測定であって、伝熱板全域の局所熱伝達率分布や伝熱板周囲の三次元流動分布など、詳しいことはまだ解明されていない。

したがって本研究では、三次元ナビエ・ストークス方程式とエネルギー式を数値解析することによって、高さ・幅の小さい鉛直板周りの自然対流を扱った。

すなわち、新たに導入された座標変換による三次元数値解析によって、三次元流線、温度分布、アスペクト比の影響、局所および平均ヌセルト数が求められた。得られた諸結果をでき得るかぎり、従来の二次元、三次元の研究成果と対比・考察し、三次元特性が明らかにされた。その結果、熱および流動学的に三次元性の影響がきわめて大きいことが明らかにされ、従来の実験的事実とも定性的に一致することがわかった。

記 号

Gr : グラスホフ数 $= (2L)^3 g\beta(\theta_w - \theta_\infty)/\nu^2$

h : 熱伝達率 [式(18), (19)]

L : 伝熱板の鉛直方向長さの 1/2

N_u : ヌセルト数 [式(18), (20)]

P : 無次元静圧 [式(4)]

p : 静圧

Pr : プラントル数

$V(U, V, W)$: v の無次元速度ベクトル [式(4)]

$v(u, v, w)$: 速度ベクトル (図 1)

$X(X, Y, Z)$: 無次元座標系 [式(4)]

$\bar{X}(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$: 変換座標系 [式(11)]

$x(x, y, z)$: 座標系 (図 1)

γ : 伝熱板のアスペクト比 = 幅/高さ (図 1)

* 昭和 58 年 11 月 22 日 第 922 回講演会において講演、原稿受付 昭和 58 年 5 月 10 日。

** 正員、神戸大学工学部 (〒657 神戸市灘区六甲台町)。

図3 三次元流線パターン

$\Delta\bar{Y}=\Delta\bar{Z}=0.1$ とした。格子点数は 2541 である。

図2に三次元流線の求め方を示す。距離 Δl が十分に小さいとし、点Pから点Qまで流体粒子は一定速度 V_P で移動する。その軌跡は流線の微小部分に一致する。同様の手順を繰返すことによって、流線が求められた。なお任意点の速度は、その点を取り囲む8格子点のそれぞれの速度から、内挿近似によって求められた。

5. 結果および考察

5.1 フローパターン まず流体粒子の軌跡について考察する。300個の始発点を与えられ、粒子軌跡が追跡された。その結果、流線は図3のように3種類のモードA~Cに分類されることがわかった。なお本節では代表的に $Gr=80$, $\gamma=1.0$ の結果を示す。モードAは $Z=0$ の面上の ϕ_z 分布に類似する。さらにモードAは三次元性の影響を受けない場合には、Gilmoreら⁽¹⁾が二次元対流場で可視化観察した循環渦に相当すると考えられる。モードBは伝熱板後縁近傍域で循環する流線である。モードBとCは互いに独立ではなく、相互に結びついている。

Z値域が異なるXY面内の流線分布を図4に示す。図4(a)ではモードAの分布が観察される。伝熱板近傍の流線分布はBrodowicz⁽¹¹⁾が二次元場で可視化観察した流線分布に類似する。Z値が大きい領域では、図4(c)に示すように、循環渦が明確に観察され

図4 XY断面内の流線分布

る。この渦は流線 B に相当する。図 4 各図右部分で降下する流線はモード C に相当する。

YZ 面の流線分布を図 5 に示す。実線および破線は X および -X 方向へ進むことを示す。1 本の流線が、実線と破線を繰返している部分は、流体粒子が $1.0 \leq X \leq 3.1$ で上昇と下降を繰返し、渦運動を行っていることを意味する。

図 3~5 から、二次元対流場で可視化観察される循環渦⁽¹⁾は、伝熱板の幅が小さくなれば、伝熱板を取り囲むように渦輪を形成することがわかる。すなわち二次元現象とはっきり異なる三次元性が発生する。

5.2 アスペクト比の影響 X=0 面の X 方向速度分布を、2 種のアスペクト比について図 6 に示す。伝熱板近傍で U の大なる領域が $\gamma=1.0$ の場合には、 $U=1.5$ の実線で示されるように、伝熱板側縁近傍までまわりこまない。しかし $\gamma=0.5$ では、U の大なる領域は $U=1.6$ の破線で示されるように、伝熱板側縁を取り囲む。すなわちアスペクト比が小さくなれば、

図 5 YZ 断面の流線分布 ($1.0 \leq X \leq 3.1$)

図 6 U 分布に対するアスペクト比の影響 ($Gr=80$)

側縁近傍の速度は大きくなる。図 7 には $Y=0$ 面の等温線分布を示す。伝熱板近傍の等温線分布は、アスペクト比が小さいほど密になる。図示していないが、 $Z=0$ 面の等温線分布でも、このことは同様である。すなわち伝熱板のアスペクト比が小さくなれば、周辺近傍の熱交換は良好になると考えられる。なお Y 方向の板厚が増大すれば、アスペクト比 γ の増減と同様に後縁近傍速度が小さくなって、熱交換は劣化されると考えられる。

5.3 局所ヌセルト数分布 図 8 に同一グラスホフ数で、アスペクト比のみが異なる伝熱板上の局所ヌセルト数分布を示す。局所ヌセルト数は次式によって求められた。

図 7 等温線分布に対するアスペクト比の影響

(a) $\gamma=0.5$

(b) $\gamma=1.0$

図 8 局所ヌセルト数分布 ($Gr=80$)

図9 平均ヌセルト数

$$Nu = \frac{2Lh}{\lambda} = -2 \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} = -\frac{4}{\pi} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{\bar{Y}=0} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$Nu > 2.0$ の領域を黒および白帯で示した。1本の黒または白帯は $\Delta Nu = 0.2$ に相当する。伝熱中央部ほど、局所ヌセルト数は小さい。図8(a), (b)の $Z=0$ 線上中央部の局所ヌセルト数は、二次元境界層理論による値⁽¹²⁾よりも小さい。最大局所ヌセルト数の位置は、図8(a), (b)の右下端部である。最大局所ヌセルト数値は、図8(a), (b)でそれぞれ5.29, 4.52である。 $\gamma=0.5, 1.0$ の伝熱板中央部の最小局所ヌセルト数は、最大局所ヌセルト数の36.9および33.8%である。板周辺部の局所ヌセルト数が、中央部のそれより大きくなるのは、伝熱板の前縁、後縁および側縁の影響による三次元性の結果と考えられる。5・2節の考察のように、アスペクト比が小さい伝熱板ほど、周辺部の局所ヌセルト数が大きくなる。その結果、伝熱板中央部の局所ヌセルト数もアスペクト比が小さいほど大きくなる。これらの事柄は従来の実験的事実⁽⁶⁾と定性的に一致する。

5・4 平均ヌセルト数 伝熱板からの全放射熱量 Q は次式になる。

$$Q = 2 \int_{-L}^L \int_{-L}^L \dot{q} dz dx = 8\gamma L^2 \bar{h} (\theta_w - \theta_\infty) \quad \dots\dots\dots (19)$$

したがって平均ヌセルト数は次式になる。

$$\bar{Nu} = \frac{2L\bar{h}}{\lambda} = \frac{1}{2\gamma} \int_{-1}^1 \int_0^\gamma Nu dz dx \quad \dots\dots\dots (20)$$

アスペクト比1.0, 0.5での平均ヌセルト数は、2.317, 2.864であった。アスペクト比が1.0から0.5に小さくなれば、平均ヌセルト数は23.6%増大する。

本研究で得られた三次元対流場および従来の二次元対流場の平均ヌセルト数の比較を図9に示す。Suriano⁽³⁾と宮本⁽⁴⁾による二次元対流場の理論結果は、異なる傾向を示す。Saundersの実験値⁽²⁾に基づくMcAdamsの実験式⁽¹³⁾を示した。Saundersの実験値は、膜温度の物性値を用いれば、若干小さい値になることがわかっている⁽⁴⁾が、宮本の値より大きい。実線はJakob⁽¹⁴⁾の結果を示す。低グラスホフ数であるため、二次元対流場でも境界層は形成されない。しかし比較のために境界層近似による分布⁽¹²⁾も示した。

本研究の $\gamma=0.5, 10$ での平均ヌセルト数は、 $\gamma \rightarrow \infty$ でJakob⁽¹⁴⁾または宮本⁽⁴⁾の平均ヌセルト数に漸近到達するものと考えられる。

6. 結 論

(1) 高さと幅の小さい鉛直平板周りの自然対流の三次元特性が解明された。

(2) 三次元性の影響がきわめて大きいことが、三次元流線、局所および平均ヌセルト数分布から明らかにされた。

(3) 熱伝達に与える板幅の影響というアスペクト比特性は、従来の実験的事実と定性的に一致した。

なお高グラスホフ数領域および複雑な形状物体周りの三次元自然対流の解釈にも、本研究結果は有益と考えられる。数値計算には、神戸大学総合情報処理センター ACOS システム 900 を使用した。

文 献

- (1) Gilmore, R. J., ほか3名, *Proc. 5th Int. Heat Transfer Conf.*, III, NC. 16 (1974), 25.
- (2) Saunders, O. A., *Proc. R. Soc., Ser. A*, 157 (1936), 278.
- (3) Suriano, F. J. and Yang, K. T., *Int. J. Heat Mass Transfer*, 11 (1968), 473.
- (4) 宮本・栗間, 第18回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (昭56-6), 298.
- (5) 松村, 機論, 47-417, B (昭56), 911.
- (6) 能登・ほか2名, 第19回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (昭57-5), 139.
- (7) 能登・ほか2名, 第20回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (昭58-6), 517.
- (8) Hardwick, N. E. and Levy, E. K., *Trans. ASME, Ser. C*, 95-3 (1973), 289.
- (9) Aziz, K. and Hellums, J. O., *Phys. Fluids*, 10-2 (1967), 314.
- (10) Kuhen, T. H. and Goldstein, R. J., *Int. J. Heat Mass Transfer*, 23 (1980), 971.
- (11) Brodowicz, K., *Int. J. Heat Mass Transfer*, 11 (1968), 201.
- (12) 例えば, 甲藤, 伝熱概論, (昭39), 76, 養賢堂.
- (13) McAdams, W. H., *Heat Transmission*, (1954), 173, McGraw-Hill.
- (14) Jakob, M., *Heat Transfer*, 1 (1949), 522, Wiley.

討 論

〔質問〕 鶴野省三〔防衛大学校〕

無限空間におかれた垂直長方形平板周りの自然対流に関して複雑な計算をされ、平板周りの挙動を三次元的に示されたことに敬意を表す。特に図3に示された流線パターンは興味ある結果で、従来の境界層近似の世界では想像できないものかと思われる。

しかしこの種の計算の最大の難関はよく知られているように空間の大きさに対して物体があまりに小さいことで、それゆえ物体表面近傍の流れや温度分布を精密に計算しようとすれば格子点数が膨大なものになり、逆に空間の格子点を計算可能な範囲に設定すれば物体表面近傍の流れや温度の結果はややあいものにならざるをえないと思われる。したがって貴論文の場合も物体近傍の流れや温度分布を議論するには格子点間隔が大きいうで、その結果、端面の影響がかなり大きく現れたのではないかと(図7~9)。貴計算結果で熱伝達率を求め、従来の二次元解析結果と比較することはやや勇み足にならないか。ご見解をお聞かせ願いたい。

〔回答〕 ご指摘の膨大な格子点数を、回避する目的のため、本研究では無限自由空間 XYZ を式(11)によって、比較的小さい密閉空間 $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ に変換することを試みた。すなわち XYZ 座標での格子点構成を数値解析では直接に採用せず、 $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 空間で数値解を得た後、式(16・d)の位置で、ノイマン条件が確認され、 $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 空間内の格子点位置以外での値が内挿近似で求められた。それらの結果を XYZ 空間に変換した。このようにして求められた分布が図3~8に示されている。図5の YZ 断面上の計算面 ($\bar{Y}\bar{Z}$ 面) および物理面 (YZ 面) での格子点配分を付図1に示す。

アスペクト比 $\gamma=1.0$ の場合を $\Delta\bar{X}=0.05$ で再計算を行った。その結果、 $\Delta\bar{X}=0.10$ のときの $\bar{N}_u$ より、1.2%だけ小さな値になり、顕著な相違は認められず、その相違は無視できる程度であった。付表1に $\Delta\bar{X}=$

付図1 $\bar{X}, X$ 軸に垂直な断面上の格子点配分

$\Delta\bar{X}$	Δx					
	$x=1.00$	$x=1.30$	$x=1.90$	$x=3.00$	$x=4.00$	$x=6.00$
0.05	0.1459	0.2056	0.3307	0.6635	1.0876	2.1485
0.10	0.2735	0.3764	0.5862	1.1151	3.2361	3.2361

(a) 計算面

(b) 物理面

付表1 物理面での格子点間隔比較

0.05, 0.10 の場合の ΔX の値の比較を参考のため示した。