壁面近くにおける熱線風速計の測定誤差*

奥井 健一**, 三上 房男**

On the Reading Errors of Hot Wire Close to the Wall

by Kenichi OKUI and Fusao MIKAMI

When we measure the velocity close to a wall using a hot wire anemometer, the measuring errors of the velocity may be caused due to the heat loss from the wire to the wall. In a laminar boundary layer on a flat plate, these errors were experimentally shown depending on the wire Reynolds number and the distance of the wire to the wall. Moreover, the rate of heat transfer of the hot wire in the uniform shear flow was numerically solved by using a finite difference method and was compared with the experimental results. As a result, it was found that the rate of heat loss was dependent on the dimensionless velocity gradient.

Key Words: Flow Measurement, Hot Wire Anemometer, Numerical Analysis, Effect of the Wall, Heat Transfer

1. 緒 言

平板境界層内で流れに垂直におかれた水平加熱円柱の熱伝達に関する問題は、熱線風速計で壁面近くの速度を測定する場合や、熱線法による壁面せん断応力の測定などにあらわれる。まず、熱線風速計の問題としては、Wills⁽¹⁾が層流境界層を用いた実験から、速度の読みの誤差を、熱線と壁面との距離を熱線直径で割った無次元距離で示しているのに対し、Repikら⁽²⁾は乱流境界層を用い、熱線の直径には無関係で壁面からの距離のみでその誤差を表している。また、藤原ら⁽³⁾は熱線から壁面への熱損失から、壁面せん断応力を実験的に算出している。しかしながら、いずれも実験的研究のみで理論的に考察されたものは少ない⁽⁴⁾。

さて、平板境界層での壁面付近の流れは、層流の場合はもちろん、乱流の場合も粘性底層においては一樣せん断流とみなすことができる。そこで、本報は、平板上の流れが一樣せん断流として、流れに垂直におかれた二次元水平加熱円柱が平板近くにある場合を差分法を用いて解き、求められた流れ場および温度場から

壁面との距離およびレイノルズ数によって加熱円柱のヌセルト数の変化を調べ、速度の読みとり誤差を求めたものである。さらに、層流境界層内で実験を行い、計算値との比較をした。

2. 主 な 記 号

a_w : 加熱度 $= R_w/R_\infty$
 d : 円柱(熱線)直径
 N_u : 平均ヌセルト数
 P_r : プラントル数
 R_e : レイノルズ数 $= u_0 d/\nu$
 R_w, R_∞ : t_w および t_∞ における熱線の電気抵抗
 t_w : 円柱温度
 t_∞ : 平板および遠方流体温度
 T : 無次元温度 $= (t - t_\infty)/(t_w - t_\infty)$
 u_0 : 円柱中心への近寄り速度
 U, V : 無次元速度 $= u/u_0, v/u_0$
 X, Y : 無次元直交座標 $= x/d, y/d$
 Y_0 : 円柱と平板との無次元距離 $= y_0/d$
 α, β : 双極座標(図4)
 ζ : 無次元うず度
 ϕ : 円柱まわりの角度(図3)
 ψ : 無次元流関数

* 昭和59年8月29日 第927回講演会において講演、原稿受付 昭和59年2月27日。

** 正員、富山大学工学部 (〒930 富山市五福3190)。

3. 実験装置および方法

本研究で用いた風胴は吸込形で、測定部は厚さ 10 mm のアクリル樹脂板を用い、高さ 200 mm、幅 100 mm のく形に作られている。測定平板には、厚さ 10 mm、幅 100 mm、長さ 460 mm のベークライト板を用いた。この平板には、直径 0.5 mm の静圧孔、主流速度測定用ピトー管および壁面せん断応力測定用プレストン管を取りつけた。プレストン管は円管内の十分発達した領域で、圧力こう配法で検定されている。熱線の移動は、直進形マイクロメータヘッドを用いた自作の微動装置で行い、その距離を直流形差動トランスおよび読取り顕微鏡を併用して測定した。

使用した熱線はタングステン線で、その直径 d は金属顕微鏡で測定した結果、 $5.9\text{ }\mu\text{m}$ および $10.6\text{ }\mu\text{m}$ の 2 種類である。熱線のサポートは流れへの影響を除くため、直径 0.5 mm のピアノ線で L 字形に作られ、先端部をとがらせ、その部分に熱線をスポット溶接してある。熱線の長さ l は、熱伝達の二次元性を確保するため、アスペクト比 l/d で 400 以上とした。熱線温度

は $0\sim 180^{\circ}\text{C}$ の恒温そう中で測定した抵抗の温度係数によって決められた。

測定は、流れ方向の圧力こう配が零になるように平板を設置し、主流速度 $6\sim 24\text{ m/s}$ で行われ、その乱れ度は 0.8% であった。図 1 にブラジウス表示で速度分布を示す。壁面近くで速度の誤差が現れているが、この部分を除くと、ブラジウスの解と一致している。

次に、熱線の熱ふく射量を見積もるため、大気中および真空中 (7 Pa) における熱線と壁面との無次元距離と熱伝達量比 Q/Q_{∞} の関係を調べると、図 2 となる。ここで、 Q_{∞} は大気中における壁面の影響のない場合の熱伝達量である。真空中における場合は、自然対流や空気への熱伝導を減少させた場合に相当する。したがって、サポートへの熱伝導および熱ふく射による熱伝達量が、自然対流や壁への熱伝導によるものに比べ非常に小さく、 $Y_0=\infty$ でも 4% 以下であり、強制対流熱伝達を加われば更にこの比率が減少する。したがって、熱ふく射量は本研究では無視する。

4. 基礎式および計算方法

熱線風速計で平板層流境界層内の平板付近の速度を測定する場合を想定して、計算モデルを図 3 のように一様せん断流とする。数値解析するにあたり、次の仮定をおく。

図 3 計算モデル

図 1 速度分布

図 2 大気中、真空中の Q/Q_{∞}

図 4 双極座標

(1) 流れは二次元非圧縮性流体をあつかい、定常な層流とする。

(2) 流体の物性値は一定とし、自然対流、ふく射および粘性によるエネルギー散逸を無視する。

(3) 平板の温度は無限遠流体温度 t_∞ と同じとする。

また、無次元の流関数およびうず度を

$$U = \partial\psi/\partial Y \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$V = -\partial\psi/\partial X \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\zeta = \frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X} \quad \dots\dots\dots (3)$$

で定義すると、うず度方程式およびエネルギー方程式は、次のようになる。

$$\frac{\partial\psi}{\partial Y} \frac{\partial\zeta}{\partial X} - \frac{\partial\psi}{\partial X} \frac{\partial\zeta}{\partial Y} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \zeta \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial Y} \frac{\partial T}{\partial X} - \frac{\partial\psi}{\partial X} \frac{\partial T}{\partial Y} = \frac{1}{Pr Re} \nabla^2 T \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\zeta = \nabla^2 \psi \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $\nabla^2 = \partial^2/\partial X^2 + \partial^2/\partial Y^2$ である。

次に、円柱近傍には円柱面および壁面における境界条件の導入の容易さを考慮して、図4に示す双極座標 (α, β) を用いる。そこで式(4)～(6)を座標変換すると次のようになる。

$$\frac{\partial\psi}{\partial\beta} \frac{\partial\zeta}{\partial\alpha} - \frac{\partial\psi}{\partial\alpha} \frac{\partial\zeta}{\partial\beta} = \frac{1}{Re} \nabla'^2 \zeta \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial\beta} \frac{\partial T}{\partial\alpha} - \frac{\partial\psi}{\partial\alpha} \frac{\partial T}{\partial\beta} = \frac{1}{Pr Re} \nabla'^2 T \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\zeta = (1/J^2) \nabla'^2 \psi \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $\nabla'^2 = \partial^2/\partial\alpha^2 + \partial^2/\partial\beta^2$, $X = J \sin \beta$, $Y = J \sinh \alpha$, $J = a/(\cosh \alpha - \cos \beta)$, $a = (1/2) \sinh \alpha_0$ (α_0 : 定数) である。

境界条件は

$$\left. \begin{aligned} Y=0, \alpha=0 \text{ で: } & \psi = T = \partial\psi/\partial Y \\ & = \partial\psi/\partial\alpha = 0 \\ \alpha=\alpha_0 \text{ で: } & \psi = \text{const.} \\ & T = 1, \partial\psi/\partial\alpha = 0 \\ \text{遠方境界で: } & T = 0, \zeta = 1/Y, \\ & \partial\psi/\partial Y = Y/Y_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

である。

円柱まわりの流れおよび温度場に関する基礎式(4)～(9)および境界条件式(10)を用いて、差分法により解く。計算領域は遠方領域(以後 X, Y 面と記す)では 46×23 、円柱近傍領域(以後 α, β 面と記す)では 20×32 の、ともに正方格子とした。計算は ψ と ζ を連立させて求め、それぞれが収束した後求めた ψ を用いて T を求める。初めに、 α, β 面の ψ の値を内挿して、 X, Y 面との境界における ψ を求め、 X, Y 面の ψ を計算する。同様にして、 α, β 面の ψ を計算した後に、円柱面上の各点で境界条件式(10)の $\partial\psi/\partial\alpha = 0$ を満足するように ψ を求め、それらの平均値を円柱面上の ψ とする。次に、 ψ の値から円柱面および平板面における ζ を求め、 ψ を求めるのと同様の手順で流れ場全体の ζ を計算し、この過程を繰り返す。 T の計算は収束後の ψ を用いて、同様の過程を繰り返す。収束条件は、 ψ と ζ については反復計算の残差が 10^{-4} 、 T については 10^{-5} とした。

以上のようにして求めた数値解をもとに、円柱面の熱伝達量から局所ヌセルト数 $N_{u\beta}$ および平均ヌセルト数 N_u は、双極座標系で表した次式で算出した。

図5 等温線

$$Nu_{\theta} = -2(\partial T / \partial \alpha)_{\alpha=\alpha_0} \dots\dots\dots (11)$$

$$Nu = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial T}{\partial \alpha} \right)_{\alpha=\alpha_0} d\beta \dots\dots\dots (12)$$

本数値解析の精度を調べるため、上記の収束条件をさらに一乗ずつ厳しくしたところ、 Nu の変化は0.01%以下であった。また、計算領域を2.3倍と遠方境界を広げて計算した場合も Nu の変化は0.15~0.26%であった。数値計算は Y_0 を1.82から12.69までの6種類および Re を0.1から4.0までの8種類について行い P_r は0.72と一定にした。

5. 計算結果

図5に等温線を示す。 Y_0 が小さい場合、平板側で等温線が密になり、熱伝導が支配的と考えられる円形に近くなり、 Re が小さいほどこの傾向が強い。また、 Y_0 が小さいほど温度場が小さくなる。 Y_0 が大きくなる

と、等温線は全体に疎となり、平板の影響が小さくなる。 Y_0 も Re もともに大きくなると等温線の間隔が上下に狭くなり、下流側に広がっていく。また、せん断流の影響を受けて上下の疎密が逆転し、平板側で疎となる。

円柱まわりの局所ヌセルト数を式(11)より求め、図6(a)、(b)に示す(ϕ の定義は図3参照)。図中の直線は平均ヌセルト数を示す。また、曲線上の○印および△印は、流れ場の流線から求めた前方および後方のよどみ点位置を示す。これらのよどみ点位置は、せん断流と平板の影響を受け、例えば $Y_0=3.92$, $Re=1.0$ では、それぞれ $\phi=0.95$ と $\phi=0.09$ となり、一様流中の場合とは異なる。図6(a)は Re を0.3とし、 Y_0 を変えた場合、図6(b)は Y_0 を3.92とし、 Re を変えた場合を示す。 Re を一定として Y_0 を小さくすれば、全体に Nu_{θ} が大きくなるが特に $\phi=-0.5$ 付近、すなわち円柱の平板側で著しく大きくなる。このため Nu_{θ} の振幅も Y_0 の減少とともに大きくなる。また、 Y_0 を一定とし、 Re を大きくすれば、 $\phi=0$ 付近の後方よどみ点での Nu_{θ} は、ほとんど変化しないが、前方よどみ点付近で大きな変化がみられる。 Nu_{θ} の最大値および最小値を示す ϕ の値を ϕ_{max} , ϕ_{min} として図7に示す。 Y_0 が小さいとき、 $\phi_{max} \cong -0.5$, $\phi_{min} \cong 0.5$ であるが、 Y_0 が大きくなると、それぞれ前方および後方よどみ

図6 局所ヌセルト数

図7 ϕ_{max} , ϕ_{min} の変化

図8 平均ヌセルト数

点付近に移動し、 Re が大きいほどこの傾向が著しい。特に、 $\phi_{\max}$ は $Re \geq 1.0$, $Y_0 \geq 2.5$ で急激な変化がみられる。

平均ヌセルト数とレイノルズ数の関係を Y_0 をパラメータとして図 8 に示す。 Y_0 を 12.69 とし、 $0.5 \leq Re \leq 4.0$ における計算結果から

$$Nu = 0.495 Re^{0.45} + 0.312 \quad \dots\dots\dots (13)$$

となった。 $Re < 0.5$ では、式(13)の直線からはずれやや大きくなる。また、流れを一樣流とし、 $Y_0 \rightarrow \infty$, $0.3 \leq Re \leq 4.0$ において計算した結果より、式(13)と同様な次式が求められた。

$$Nu = 0.493 Re^{0.45} + 0.291 \quad \dots\dots\dots (14)$$

したがって、 Y_0 が大きくなれば、ヌセルト数が $Re^{0.45}$ に比例することがわかった。これは Collis ら⁽⁵⁾の実験結果と一致する。しかし、 Re が小さく、かつ Y_0 も小さくなるとこの直線性はくずれる。

6. 実験結果と計算値との比較

熱線風速計の熱線が壁面に近づいた場合の熱伝達としてこの問題を考えると、円柱が平板に近づいたこと

図 9 K_w と Y_0 の関係

図 10 F と Y_0 の関係

による Nu の上昇分を Wills⁽¹⁾の実験結果と比較するため、 $Re^{0.45}$ の上昇分 K_w として表す。すなわち、誤差を含んだみかけの速度を代表速度として作ったレイノルズ数を Re_w とすれば、 $K_w = Re_w^{0.45} - Re^{0.45}$ である。図 8 に示したように、 Re および Y_0 がともに小さくなると Nu と $Re^{0.45}$ の直線関係がくずれるため、 Re をパラメータとして図 9 に示す。この図 9 より、 Re が大きくなれば壁面による影響が小さくなることがわかる。実験結果もこの傾向を示すが、計算値に比べると Y_0 の小さい領域で、やや小さくなった。これは熱伝導率の悪いペークライト板を測定平板としたため、数値計算における壁面での境界条件 $T=0$ が満たされていないことを示していると思われる。

Wills⁽¹⁾によれば、この K_w は Re に関係なく Y_0 のみの関数としている。これを破線で示す。Repik ら⁽²⁾は乱流境界層の粘性底層内で行った実験から、この補正量は Re が増加すると、Wills の K_w の値が $1/2$ に減少すると報告している。このことを考慮すれば、 Re の増加にともなって K_w が小さくなるという本研究結果は妥当なものと考えられる。

壁面に近づくことによる熱伝達量の増加は、壁面への熱伝導量によると考え、流れがない場合の熱伝導量との比 F を求める。すなわち、熱伝導のみとした場合の熱伝達量を Nu の表示で書く⁽⁶⁾

$$Nu = 4 / \ln(8 Y_0^2 - 1 + 4 Y_0 \sqrt{4 Y_0^2 - 1})$$

$Y_0 \gg 1$ のとき

$$Nu = 2 / \ln(4 Y_0) \quad \dots\dots\dots (15)$$

である。壁面の影響のない場合からの Nu の増加分は $\Delta Nu = B_0 K_w$ である。ここで B_0 は $Nu - Re^{0.45}$ 直線 ($Y_0 \rightarrow \infty$) の傾きである。したがって、 F は次式となる。

$$F = (1/2) B_0 K_w \ln(4 Y_0) \quad \dots\dots\dots (16)$$

また、無次元速度こう配として次式を定義する。

$$\frac{d^2}{\nu} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = Re \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)_{Y=0} = \frac{Re}{Y_0} \quad \dots\dots\dots (17)$$

これをパラメータとして、 F と Y_0 の関係を示すと、図 10 となる。 Y_0 が小さくなると、速度が零に近づくので円柱からの熱伝達は熱伝導が支配的となり、 F は 1 に近づく。また、速度こう配が小さい場合、 F が大きくなることがある。 $Y_0 \geq 4$ で実験値と計算値は、ほぼ一致している。このことは、図 10 における速度こう配一定の線上では、 Y_0 の増加にともない Re も増加するので、図 9 において、 Y_0 が大きくかつ Re も大きい場合に計算値と実験値がほぼ一致することに対応している。壁面せん断応力が大きい場合や乱流境界層については今後の課題としたい。

7. 結 論

熱線風速計が壁面から受ける影響を調べるため、低レイノルズ数の十分発達した層流における流れ場と、温度場を数値解析した結果および実験結果をまとめると、次のようになる。

(1) 円柱が平板に近づいた場合の温度場および円柱の局所ヌセルト数が明らかにされた。

(2) 円柱と平板との距離が大きい場合のヌセルト数は $Re^{0.45}$ に比例し、実験結果と一致する。

(3) 速度の補正量を表す K_w はレイノルズ数の増加にともなって小さくなる。

(4) 円柱から平板への熱伝導量の割合を表す F は、無次元速度こう配をパラメータとして整理することができ、 $Y_0 \geq 4$ で実験値と計算値はほぼ一致する。

文 献

- (1) Wills, J. A. B., *J. Fluid Mech.*, **12**(1962), 388.
- (2) Repik, Ye. U. and Ponomareva, V. S., *Heat Transfer-Sov. Res.*, **2-4**(1970), 43.
- (3) 藤原・ほか4名, 機論, **49-448**, B(昭58), 2937.
- (4) Bhatia, J. C., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **122**(1982), 411.
- (5) Collis, D. C. and Williams, M. J., *J. Fluid Mech.*, **6**(1959), 357.
- (6) 例えば, Eckert, E. R. G. and Drake, R. M., *Heat and Mass Transfer*, (1959), 60, McGraw-Hill.