軸流中の回転円筒上の層流境界層の研究*
(摂動法による流れパターン変化の解析)

中 村 育 雄**, 渡 辺 崇***

Laminar Boundary Layer on a Rotating Circular Cylinder
in an Axial Flow
(Analysis of Flow Pattern Variation Using Perturbation Method)

by Ikuo NAKAMURA and Takashi WATANABE

The transverse velocity component, the growth of the boundary layer and the transverse curvature cause self-induced favorable pressure gradient for the flow on a rotating circular cylinder in an axial flow. When the external pressure gradient is adverse, the effect of this favorable pressure gradient influences boundary layer separation and also the flow development downstream of this separation point. The types of post-separation behavior can be classified into several flow patterns varying with the ratio of the transverse surface velocity to the typical axial velocity. In this paper, by perturbing the solution for some surface velocity, the solution for slightly different surface velocity is obtained and the influence of the change of the surface to typical axial velocity ratio is investigated. The first-order and second-order perturbations are calculated and it is shown that the change of flow pattern can be predicted by the present perturbation method.

Key Words: Boundary Layer, Rotating Cylinder, Adverse Pressure Gradient, Laminar Separation, Perturbation Method

1. 結 言

軸流中の回転円筒まわりの流れは流体機械によく見られる現象であると同時に、三次元流れの基本的問題の一つを提示し工学上重要である。著者らは前報⁽¹⁾で層外軸流が減速流の場合、半無限円筒上の境界層に生ずる順圧力こう配作用が特徴的な流れ場をもたらすことを示した。

この流れの様子は、この流れを支配する基本的パラメータの一つである速度比 Q (=円筒周速度/代表主流速度) の値により変化する。図1は速度比を変えた場合の流れの変化を、軸を含んだ面内の流線により模式的に示したものである。速度比が零、つまり円筒が静止している場合や速度比がごく小さな場合、円筒前縁から順次行われてくる境界層の計算は、軸方向壁面せん断応力が零となるはく離点の近傍で、二次元の、Goldstein 形の特異性⁽²⁾の存在を示唆し、それ以降計算は進められなくなる(図1のI)。速度比を大きくすると、この特異性の存在は認められず、計算は、はく離点Dを越え、境界層内部に存在する特異点I.S.が

現れるまで続けることができる(図1のII)。この特異点I.S.は速度比の増大とともに下流へ移動する。この間に、回転の作用により壁面近傍には次第に順圧力こう配がもたらされ、流れは再び付着するようになる(図1のIII)。この流れは下流へ大きく開いたはく離領域をもつ。しかし、ある値以上の速度比になると、前縁からの流線のうち1本が境界層内のあん点Sに達し、流れははく離泡を含んだ形となる(図1のIV)。更に速度比を大きくすると、壁面からのはく離は生じなくなる(図1のV)。

流れのパターンが急変する例としては、テイラー

図1 円筒回転数による流れの様子の変化(模式図)

* 昭和59年8月29日 第927回講演会において講演。原稿受付 昭和59年1月30日。

** 正員、名古屋大学工学部 (〒464 名古屋千種区不老町)。

*** 正員、名古屋大学大学院。

渦、渦流崩壊などが知られている。しかし、図1のIII, IVのような変化は著者らの前報にのみ報告されているようであり、速度比の変化が流れに及ぼす影響について詳細に調べることは有用であろう。本論文では、ある速度比の流れを基本とし、異なる速度比の流れを、速度比の差をパラメータとした摂動により調べ、解析を試みる。

以下にここで用いた主な記号を示す。

x, y, r : 円筒座標系 (図2)

a : 円筒半径

z : 円筒壁面からの距離 $= r - a$

c : 層外主流速度の変化割合

f_i : 無次元ストークスの流れの関数
($i=0, 1, 2$)

g_i : 無次元 y 方向速度成分 ($i=0, 1, 2$)

U, V, W : 各々 x, y, z 方向速度成分

P : 円筒前縁の値を基準とした圧力

ξ : x の無次元量 $= \nu x / U_e a^2$

η : z の無次元量 $= \sqrt{U_e / (\nu x)} (r^2 - a^2) / 2a$

τ : せん断応力

ρ, μ, ν : 各々流体の密度、粘度、動粘度

ϕ_i : ストークスの流れの関数 ($i=0, 1, 2$)

Q : 速度比 $= V_w / U_m$

添 字

0, 1, 2: 各々第零, 第一, 第二近似項

x, y : 各々 x, y 方向成分

w, e : 各々円筒壁面上, 境界層外縁

m : 円筒前縁での代表値

$\partial/\partial x, \partial/\partial z$: 各々 $\partial/\partial x, \partial/\partial z$ を示す

他の記号は必要に応じて規定する。

2. 基 礎 式

円筒曲率を考慮した軸対称円筒座標系境界層方程式および連続式は次式となる。

$$UU_x + WU_z = -P_x/\rho + (r\tau_x)_z/\rho r \quad \cdots (1\cdot a)$$

$$UV_x + WV_z + VW/r = (r^2\tau_y)_z/\rho r^2 \quad \cdots (1\cdot b)$$

$$V^2/r = P_z/\rho \quad \cdots (1\cdot c)$$

$$(rU)_x + (rW)_z = 0 \quad \cdots (1\cdot d)$$

ここで、 τ_x, τ_y は次式で表される。

$$\tau_x = \mu U_z, \quad \tau_y = \mu (V_z - V/r) \quad \cdots (1\cdot e)$$

第零近似項方程式

$$(f_0'' r^2/a^2)' + (m+1)f_0 f_0''/2 - m f_0' f_0' = x p_{0,x}/\bar{U}_e^2 + (m-1)\eta p_0'/2\bar{U}_e^2 + x(f_0' f_{0,x}' - f_0'' f_{0,x}) \quad \cdots (8\cdot a)$$

$$(g_0' r^3/a^3)' - (\xi^{1/2} g_0 r/a)' = \{-(m+1)f_0 g_0'/2 + x(f_0' g_{0,x}' - f_{0,x} g_0')\} r/a + \xi^{1/2} g_0 \{-(m+1)f_0/2 - (m-1)\eta f_0'/2 - x f_{0,x}'\} a/r \quad \cdots (8\cdot b)$$

$$p_0' = Q^2 \xi^{1/2} g_0^2 a^2/r^2 \quad \cdots (8\cdot c)$$

図2 座標系

境界条件は次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} r=a: U=W=0, V=V_w \\ r\rightarrow\infty: U\rightarrow U_e, V\rightarrow 0 \end{aligned} \right\} \quad \cdots (2)$$

層外主流速度は Howarth 流れに従うものとする。

$$U_e = U_m - cx \quad \cdots (3)$$

また、この時の層外逆圧力こう配の程度を、無次元量 ca^2/ν により表す。

図1のIII, IVに示した流れのパターンの変化を調べるにあたり、速度比を細かく変えた場合の計算に訴えることも可能である。しかし速度比の変化が流れに及ぼす効果をより明確にするため、速度比 Q_a の流れを基準とし、速度比 Q_b の流れが、パラメータ

$$\varepsilon = Q_b - Q_a \quad \cdots (4)$$

を用い、次のような展開式で表されるものとする。

$$(*)_0 + \varepsilon(*)_1 + \varepsilon^2(*)_2 + \cdots \quad \cdots (5)$$

ここで $(*)_i$ は、 U, V, W および P の第 i 近似項を示し、 $(*)_0$ は速度比 Q_a の時の解、つまり基本解である。これらの展開式を式(1)に代入すると、第零近似項については式(1)と同じ非線形方程式、そして高次項については線形方程式が得られる。これらの方程式を解くにあたり、ストークスの流れの関数 ϕ_i 、更に次のような無次元量を導入する。

$$\left. \begin{aligned} f_i &= \phi_i / \sqrt{U_e \nu x} a \\ g_i &= V_i / Q_a U_m \quad (i=0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \quad \cdots (6)$$

これらの無次元量 f_i, g_i および η を用い、各近似項の方程式を変換する。本論文では第二近似項までを考慮した。簡単化のため、

$$\left. \begin{aligned} m &= (x/U_e) dU_e/dx, \bar{U}_e = U_e/U_m \\ p_i &= P_i/\rho U_m^2 \end{aligned} \right\} \quad \cdots (7)$$

とすると、変換した方程式は次のようになる。

第一近似項方程式

$$(f_1'' r^2/a^2)' + G_{(I)} f_1 + G_{(II)} f_1' + G_{(III)} f_1'' + G_{(IV)} f_{1,x} + G_{(V)} f_{1,x}' - x p_{1,x} / \bar{U}_e^2 - (m-1) \eta p_1' / 2 \bar{U}_e^2 = 0 \quad (9 \cdot a)$$

$$(g_1' r^3/a^3)' - \xi^{1/2} (g_1 r/a)' + H_{(I)} f_1 + H_{(II)} f_1' + H_{(III)} f_{1,x} + H_{(IV)} g_1 + H_{(V)} g_1' + H_{(VI)} g_{1,x} = 0 \quad (9 \cdot b)$$

$$p_1' = 2 \Omega^2 \xi^{1/2} g_0 g_1 a^2 / r^2 \quad (9 \cdot c)$$

第二近似項方程式

$$(f_2'' r^2/a^2)' + G_{(I)} f_2 + G_{(II)} f_2' + G_{(III)} f_2'' + G_{(IV)} f_{2,x} + G_{(V)} f_{2,x}' - x p_{2,x} / \bar{U}_e^2 - (m-1) \eta p_2' / 2 \bar{U}_e^2 = \Sigma_x \quad (10 \cdot a)$$

$$(g_2' r^3/a^3)' - \xi^{1/2} (g_2 r/a)' + H_{(I)} f_2 + H_{(II)} f_2' + H_{(III)} f_{2,x} + H_{(IV)} g_2 + H_{(V)} g_2' + H_{(VI)} g_{2,x} = \Sigma_y \quad (10 \cdot b)$$

$$p_2' = \Omega^2 \xi^{1/2} (2 g_0 g_2 + g_1 g_1') a^2 / r^2 \quad (10 \cdot c)$$

ここで、ダッシュは η についての微分を示し、また式(9)、(10)に現れる係数は以下ととおりである。

$$\left. \begin{aligned} G_{(I)} &= (m+1) f_0'' / 2, \quad G_{(II)} = -2 m f_0' - x f_{0,x}, \quad G_{(III)} = (m+1) f_0 / 2 + x f_{0,x} \\ G_{(IV)} &= x f_0'', \quad G_{(V)} = -x f_0' \\ H_{(I)} &= (m+1) (g_0' r/a + \xi^{1/2} g_0 a/r) / 2, \quad H_{(II)} = (m-1) \xi^{1/2} \eta g_0 a / 2 r - x g_{0,x} r/a \\ H_{(III)} &= x (g_0' r/a + \xi^{1/2} g_0 a/r), \quad H_{(IV)} = \xi^{1/2} \{ (m+1) f_0 / 2 + (m-1) \eta f_0' / 2 + x f_{0,x} \} a/r \\ H_{(V)} &= \{ (m+1) f_0 / 2 + x f_{0,x} \} r/a, \quad H_{(VI)} = -x f_0' r/a \\ \Sigma_x &= m f_1' f_1' - (m+1) f_1 f_1'' / 2 + x (f_1' f_{1,x} - f_1 f_{1,x}') \\ \Sigma_y &= \{ - (m+1) f_1 g_1' / 2 + x (f_1' g_{1,x} - f_{1,x} g_1') \} r/a \\ &\quad - \xi^{1/2} g_1 \{ (m+1) f_1 / 2 + (m-1) \eta f_1' / 2 + x f_{1,x} \} a/r \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

各近似項軸方向速度成分は次式で与えられる。

$$U_i = U_e f_i' \quad (i=0, 1, 2) \quad (12)$$

基本解の速度比を Ω_a 、そして $\Omega = \Omega_a$ とすれば、式(8)~(10)に対する境界条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \eta=0: & f_0 = f_0' = f_1 = f_1' = f_2 = f_2' = 0 \\ & g_0 = 1, \quad g_1 = 1/\Omega_a, \quad g_2 = 0 \\ \eta \rightarrow \infty: & f_0' \rightarrow 1, \quad f_1', f_2', \quad g_0, g_1, g_2 \rightarrow 0 \\ & p_0 \rightarrow p_e, \quad p_1, p_2 \rightarrow 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

これらの方程式をここでは Keller の box 法⁽³⁾により計算した。円筒前縁における初期分布として、 $f_0', 1 - g_0, 1 - g_1$ にブラジウス形に相似な分布を与えた。また f_1, f_2, g_2 に対しては、はじめこれらの値を零とし、円筒前縁近くをごく細かな軸方向ステップで計算して得られる値を用いた。各 x 断面における非線形方程式の反復計算の収束は、壁面せん断応力の値の収束から見積もり、反復計算が 100 回を越えた場合には計算が数値的に不安定になったものとして、計算を終了した。また、境界層外縁では各近似項速度こう配が零になることを考慮し、境界層厚さ方向の計算範囲を境界層の発達に応じて増加させた。

3. 計算結果と考察

以下では $ca^2/\nu = 12$ の場合の結果について述べる。そして流れの様子を示す流線図では、境界層中央部の特異性のため計算が終了する位置近傍までを示し、具体的に $U_m a/\nu = 10^3$ 、 $a = 0.04$ m とする。

3.1 摂動法による速度分布 最初に逆圧力こう配下の回転円筒上の流れに対する速度成分の第一、第二近似項について示す。まず基本解とした速度比 0.65 の流れの、軸を含んだ面内の流線を図 3 に示す。これは図 1 の III の流れに相当する。逆圧力こう配を発生してきた境界層は次第に減速され、図中点 D においては離層を起こす。その後、境界層厚さの増加、周方向速度成分の増大が生じ、半径方向圧力変化が大きくなる。そして、この自己誘導順圧力こう配作用が強まるに従い円筒壁面近傍には順圧力こう配がもたらされるようになり、このため流れは再び点 A において付着する。

図 4 (a) に、基本解では境界層の発達が比較的ゆるやかな、はく離点上流側の $\xi = 1.83 \times 10^{-2}$ における第一、第二近似項速度成分の分布を示す。周方向成分では第二近似項が第一近似項と比べオーダ的に小さくなっている。軸方向成分の両者のオーダは同程度である。

図 3 $\Omega = 0.65$ の流線

図4(b)はより下流側の付着点近傍 $\xi = 3.08 \times 10^{-2}$ における分布である。図4(a)と比べ境界層中央部から外縁近くにかけて、各成分の絶対値は大きくなっている。特に第二近似項の絶対値が第一近似項のものに比べ大きくなり、境界層中央部ではこれら高次項がかなり大きく速度分布に影響を与えるようになると思われる。更に下流側、境界層厚さの急増を伴う計算終了点近くの $\xi = 3.57 \times 10^{-2}$ における分布が図4(c)である。各近似項の絶対値はより増大し、また第二近似項は第一近似項と比べいっそう大きくなる。

$\xi = 3.57 \times 10^{-2}$ において、速度比0.65の基本解から速度比0.66の速度分布を摂動法によって求めた結果が図5である。図中実線は、基本解の速度比ではなく、摂動法により予測しようとする流れの速度比を Q として解いた第零近似項方程式の解である。この解を摂動法による解と区別するため、直接解と呼ぶことにする。この直接解と摂動法による解が一致することは、

摂動法が良い予測を与えることを意味する。図5より、一次近似解は直接解とほぼ一致していることが分かる。また第二近似解は直接解と一致し、図的区別はできない。図6は同じ基本解に対する速度比0.7の場合の速度分布である。壁面近くでは軸方向、周方向成分ともに摂動項が小さく目立った変化はない。しかし境界層中央部では、速度比0.7の直接解の分布に近づく傾向はあるが、一次、二次近似解ともに良い予測を与えているとは言えない。特に外縁近くでは第一、第二近似項とも大きな絶対値をもつため、摂動法により求めた値は大きく変化し、本計算の範囲では摂動展開式の収束が悪くなる。一方、この計算終了点近くに比べて境界層の発達がゆるやかな上流側では高次項が小さく、速度比0.7の流れも良く予測できた。

計算終了点近くでも、壁面近傍の第一、第二近似項速度成分の半径方向変化は境界層中央部における変化と比べ小さく、このため図6のように速度分布は境界

図4 第一、二近似項速度成分 ($Q=0.65$)

図5 摂動法による速度分布 ($Q=0.65 \rightarrow 0.66$)

図6 摂動法による速度分布 ($Q=0.65 \rightarrow 0.7$)

図 7 境界層内あん点近傍の流れの様子 (模式図)

図 8 第一近似項流れの関数等値線 ($Q=0.65$) 図 9 第二近似項流れの関数等値線 ($Q=0.65$) 図 10 $Q=0.66$ の流線 図 11 一次近似解流線 ($Q=0.65 \rightarrow 0.66$) 図 12 二次近似解流線 ($Q=0.65 \rightarrow 0.66$)

層中央部で発散する傾向にあっても、壁面せん断応力は直接解と比較的良好一致した。

3.2 流れの様子の変化 次に、回転軸を含んだ面内の流線を示す。図 7 は、はく離後の境界層内に存在するあん点 S 近傍の流線の模式図であり、(a)、(c) が各々図 1 の III、IV の流れパターンに相当する。はく離点 D からの流線と付着点 A への流線にはさまれた領域にあん点 S を含んだ流れ図 7 (a) は、速度比が増大すると図 7 (b) の様式を経て、はく離泡の外側にあん点を含んだ流れ図 7 (c) に変化する。

図 8、9 は各々速度比 0.65 を基本解とした場合の第一、第二近似項流れの関数 ψ_1, ψ_2 の等値線を示す。図中、境界層外縁から突然線が現れるのは、境界層の発達により半径方向の計算範囲が広がったことによる。円筒壁面上 $r/a=1$ から $\psi_1, \psi_2=0$ の線が伸び、下流側でこの線が漸近線となっている様子が分かる。また図 3 に示した基本解と同様、計算終了点近くではその軸方向こう配が増加している。図 10 は速度比が 0.66 の時の直接解の流線である。これは速度比が 0.65 の時とは異なり、はく離点からの流線と付着点への流

図 13 一次近似解流線 ($Q=0.66 \rightarrow 0.65$) 図 14 $Q=0.4$ の流線 図 15 一次近似解流線 ($Q=0.41 \rightarrow 0.4$)

線が連なるはく離泡を含んだ流れとなっており、図1のIVに相当する。はく離泡より下流側では、逆圧力こう配下にある境界層中央部で逆流域が生じている。

さて、速度比0.65の基本解から速度比0.66の流線を求めてみる。図3の基本解に図8の第一近似項を考慮した一次近似解の流線を図11に示す。はく離点からの流線は依然として付着点への流線と連なることなく下流側へ伸びている。しかし基本解と比べると、はく離点からの流線と付着点への流線の間隔はいくぶん狭まっている。二次近似解の流線を図12に示す。このように第二近似項までを考慮するとはく離泡が現れ、流れのパターンは図10と同一のものとなる。図13は、図10の速度比0.66の流れを基本解として摂動法により求めた速度比0.65の流線である。図13の範囲では一次近似解ですでに、はく離点からの流線と付着点への流線は連なっておらず、図3の流れのパターンになっていることが分かる。

前報で、 ca^2/ν の値に応じ、はく離しない限界の速度比が存在することを示した。 $ca^2/\nu=12$ の場合、本計算の範囲において、速度比0.71でははく離泡を含んだ流れとなり、速度比0.73でははく離を生じなかった。速度比0.71を基本解として速度比0.73の流れを求めた場合、一次近似解ではく離を生じない流れが得られ、また境界層厚さが急増して計算が終了する点に近づくに従い、高次項の影響が大きくなった。速度比0.73を基本解とした時の速度比0.71の流れは、一次近似解ではく離泡の生成が認められた。

図14は速度比0.4の直接解であり、図1のIIに相当する。内部特異点I.S.のため、図1のIIIの流れで付着点Aが生ずる位置まではこの図1のIIの流れの計算を進めることができず、このため図1のIIの流れを基本解とした場合には図1のIIIの付着点をもつ流れは得られなかった。図15は、図1のIIIの流れである速度比0.41の場合を基本解として、直接解では付着点を

生じない速度比0.4の場合を求めた一次近似解である。直接解の計算が特異性のため終了する位置より下流側の流れも予測することができ、付着した流れが得られる。しかし、この、より大きな速度比の場合を基本解とし、摂動法により予測された、直接解計算終了点以降の流れを直接解の延長とみなせるかについては明らかでない。

4. 結 言

層外軸流速度が円筒前縁からの距離に対し直線的に減少する場合、速度比の変化によりもたらされる回転円筒上の流れ様式の変化を、速度比の差をパラメータとした摂動により調べ、以下のことを明らかにした。

速度比による流れのパターンの変化は、この摂動法によっても十分予測することができ、このため、この変化は速度比に対して特異的なものではないと考えられる。

基本解の流れが、はく離、付着、そして境界層厚さの急増を伴う計算終了点へと下流に向かうに従い、第一、第二近似項の絶対値は大きくなる。絶対値の主流方向への変化は第二近似項で特に顕著である。これらの近似項は、このように円筒前縁からの距離に対して一様ではないと同時に、基本解の速度比に対しても一様ではない。摂動パラメータが小さな場合や、基本解の境界層の発達がゆるやかな場合は、一次、二次近似解は収束する良い予測が得られる。一方で、境界層厚さの急増に伴い摂動展開式の収束の悪化が示唆される。

文 献

- (1) 中村・ほか2名, 機論, 50-449, B (昭59), 219.
- (2) Brown, S.N. and Stewartson, K., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 1 (1969), 45.
- (3) Cebeci, T. and Bradshaw, P., *Momentum Transfer in Boundary Layers*, (1977), 213, Hemisphere Pub.

討 論

〔質問〕 石 沢 進 午

〔(株)日立製作所機械研究所〕

最近数値解析法が進歩しているが、これにはたとえば本研究のように特異点を含む解の数学的性質とか、条件変化にともなう流れ現象の変化傾向を調べるなどの目的にはきわめて不利という宿命がある。したがって本論文で級数展開にもとづく解析的方法をとられたことは当を得ているものと敬意を表す。

(1) 本研究によって回転速度比が大きくなってくるとはく離点D、再付着点Aあるいはあん点Sなどに特異性を生じないということがほぼ明確化され、これは一つの成果であると思う。そうなると、次なる課題として「境界層内部に存在する特異点I.S.」なるものの正体(数学的構造・性質)を知りたくなってくる。かなり困難とも思われるが、これに対する見通し、見解などおきかせ願いたい。

(2) 図3, 8~15には x m, 図4~6には ξ なる無次元量が用いられているが, わかりやすくするために統一もしくは両者を併記されるのがよいと思う(今の場合 $\xi = \nu x / U_e a^2 = \nu x / (U_m - cx) a^2 = (x/a) / [Re - A(x/a)]$, ここに $Re = U_m a / \nu = 10^3$, $A = ca^2 / \nu = 12$ であるから ξ と (x/a) の間には1:1の対応があるはず)。

(3) 式(8・c), (9・c), (10・c)中に「 Q 」が含まれているが, 式(6)の変換を使っているとすればこれは「 Q_a 」ではないか, そうすると, 式(12)すぐ下の「 $Q = Q_a$ とすれば…」とは具体的に何を指すか。

(4) 290ページ式(13)のすぐ下2~3行目, 「 $f_0, 1 - g_0, 1 - g_1$ にブラジウス形に相似な分布…」とあるが, 3番めの「 $1 - g_1$ 」は「 $1/Q_a - g_1$ 」あるいは「 $1 - Q_a g_1$ 」ではないか〔式(13)より〕。

〔回答〕 (1) 本研究でみられる特異点は, 2次元流のはく離に伴う特異点とは異り, 境界層内に存在するものであり, この点近くでの物理的特徴の把握は容易ではないと思われる。しかし, 2次元流における考察と同様に, 特異点近傍での流れの性質を考慮して, 支配方程式を解析的に扱うことは有効となるであろう。この場合, 流れの性質を反映させやすいように, 方程式を何らかの形で変換する必要も生じてくるかも知れない。一方で, この境界層内の特異性の存在は, 用いた境界層近似の限界を示す徴候とも考えられ, ナビエ・ストークス方程式の数値解との比較, 検討も必要であると思われる。

(2) ご指摘のとおり, パラメータ ca^2/ν , $U_m a/\nu$, a を規定すれば, x と ξ の間には1:1の対応があり, 誤解をさけるためにも, 具体的な実距離 x と, 無次元距離 ξ を併記すべきであった。なお, 境界層方程式を変換する場合, 独立変数 x, z を, ξ, η を用いて変換すれば, 方程式がよりエレガントな形になることは確かである。そして, この変換方程式を用いた場

合の解析は, 近似の程度を変えた境界層方程式の性質を明らかにする研究の一部として, 現在検討中である。

(3), (4) ご指摘のとおりであり, 原稿作成にあたっての注意が不十分であった。以下のように訂正する。

訂正箇所	誤	正
式(8・c), (9・c), (10・c)	Q	Q_a
式(12)の下, 1行め	「基本解の…とすれば」を削除	
式(13)の下, 3行め	$1 - g_1$	$1/Q_a - g_1$

なお, 計算プログラムは, ここで訂正させていただいたとおりに作成しており, 本文中で示した結果には変更ない。

〔質問〕 木谷 勝〔北海道大学工学部〕

(1) 図1に示されるようなはく離泡を含むフローパターンは非常に興味深く思われる。これは実験的にも(たとえば流れの可視化法などによって)確認されているものか, ご教示願いたい。

(2) 図3, 図8~15において, 横軸が x mとなっているが, x の定義が本文中にないように思う。ご教示願いたい。

〔回答〕 (1) 著者らの知る限りでは, このようにはく離を伴った流れパターン, およびその変化は, 実験的にはまだ確認されていない。本研究で数値的に予測された流れパターンが実際に生ずるかは, 興味ある点である。また境界層方程式に基づく計算が進められなくなる特異点の近傍では, 現実に境界層近似が成立しない流れとなっているかについても関心がもたれる。このため, 可視化実験が望まれ, この点については今後の課題の一つと考えてる。

(2) 説明不足であった。図2の座標系で示したとおり, x は円筒前縁からの, 回転軸に沿った距離である。