管群の流動抵抗係数の推算法に関する考察*

藤井 哲**, 新里 寛 英***

On Pressure Loss of Tube Banks in Cross Flow

by Tetsu FUJII and Kan-ei SHINZATO

There are shown considerable discrepancies among existing diagrams, tables and empirical equations concerning pressure loss coefficient, Euler number, for tube banks of ten or more rows. In the sake of practical application, simple expressions are proposed for the diagrams of typical in-line and staggered tube arrangement in Heat Exchanger Design Handbook in the range $10 \leq Re \leq 2 \times 10^5$ within an accuracy of $\pm 3\%$. Procedure of the formulation and an interpolation technique for applying to the cases of the other tube arrangement, namely the other pitch to diameter ratios, are shown by using some examples. Also is proposed a new method of correlation for experimental data on tube banks with small number of rows.

Key Words: Heat Exchanger, Tube Bank, Pressure Drop, Pressure Loss Coefficient, Tube Arrangement, Tube Row Number, Formulation

1. 緒 言

シェルアンドチューブ形の熱交換器あるいはダクト内におかれた管群の熱交換器の設計に際して、管外流体の圧力降下を見積もることは必要事項の一つである。この圧力降下の本格的な測定は1937年のPierson⁽¹⁾およびHuge⁽²⁾に始まる。そして、Grimison⁽³⁾, Jakob⁽⁴⁾, Fishenden-Saunders⁽⁵⁾, Bergelinら⁽⁶⁾, Kays-London⁽⁷⁾, Žukauskas⁽⁸⁾, Engineering Science Data Unit⁽⁹⁾(以下ESDUと略す), 西川・石谷⁽¹⁰⁾, Heat Exchanger Design Handbook⁽¹¹⁾(以下HEDHと略す)が抵抗係数とレイノルズ数との関係についての推奨線図, 実験式あるいは数値表を提案している。いずれもそれらが発表された以前の実験結果を比較的良好に近似したものであるが, 推奨値にない管配列を内・外挿する際に不便さがある。さらに凝縮器の管群においては流れの方向に流量が変化するので, この場合の圧力降下を予測する際には, 広範囲のレイノルズ数について一つの式で表現された抵抗係数が要望される。

また, 少数列管群の推算については, 方法が確立されていない。

本報の目的は, 従来の推奨値を比較・検討し, 任意の管配列および任意の管列数の管群の抵抗係数を正確にかつ簡便に予測する方法を見いだすことにある。

2. 記号および抵抗係数の定義

A, B, C : 係数〔式(4), (6)および(7)〕

a : ピッチ対管径比 $= S_1/D$ (図1)

b : ピッチ対管径比 $= S_2/D$ (図1)

D : 管の外径

Eu_c : コア部の抵抗係数

Eu_N : N 列管群の抵抗係数(オイラー数)〔式(1)〕

Eu_{10} : 10列以上の管群の抵抗係数

Eu_{1e} : 入口損失を含む第1管列と出口圧力回復を組合せた抵抗係数

F_0, F_1, F_2 : 式(4), (6)および(7)

k : 形状係数〔図3(a), (b)の付図〕

N : 管群の流れ方向の全管列数

n : 式(4)の指数

Δp : 管列あたりの圧力降下(平均値)

Re : レイノルズ数 $= U_m D/\nu$

s_1 : 流れを横切る方向の管間距離(図1)

* 昭和59年11月21日 第928回講演会において講演, 原稿受付 昭和59年5月28日。

** 正員, 九州大学生産科学研究所(〒816 春日市春日公園6-1)。

*** 正員, 琉球大学工学部(〒903-01 沖縄県中頭郡西原町千原59)。

s_2 : 流れ方向の管間距離(図1)

U_m : 管間の最小流路における平均速度〔式(2), (3), (3)′〕

U_0 : 管群への近寄り速度(図1)

ρ : 密度

ν : 動粘度

図1 記号の説明

(a) 基盤目配列(正方形)

(b) 千鳥配列(正三角形)

図2 従来の推奨値の比較

管列数 N の管群の1列あたりの抵抗係数 Eu_N を次式⁽⁹⁾⁽¹¹⁾で定義する。

$$Eu_N = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho U_m^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに代表速度 U_m は次式で与えられる。

基盤目配列では,

$$U_m = U_0 \frac{a}{a-1} \quad \dots\dots\dots (2)$$

千鳥配列では,

$$U_m = U_0 \frac{a}{a-1}, (a \leq 2b^2 - \frac{1}{2}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$U_m = U_0 \frac{a}{2\left[\left(\frac{a^2}{4} + b^2\right)^{1/2} - 1\right]}, \quad \left(a > 2b^2 - \frac{1}{2}\right) \quad \dots\dots\dots (3)'$$

3. 従来の推奨値

図2は10列以上の管群の Eu_{10} に関する従来の推奨値の比較を示す。図2(a)の基盤目配列において、 $10 \leq Re \leq 10^6$ の範囲で HEDH の値が最も高く、他の推奨値との差はピッチ対管径比 b が大きいほど大きく、それは $b=2.0$, $Re=400$ で約45%になる。 $2 \times 10^3 < Re < 5 \times 10^4$ では、推奨値相互の差は約10~20%程度であり、大小関係は b に無関係である。 $Re > 5 \times 10^4$ では推奨値間の差異はさらに小さい。図2(b)の千鳥配列においては、全般的に HEDH の値が高い。そして、 $10^3 < Re < 10^4$ のある Re のところで大部分の推奨値が一致している。

図3は HEDH の線図とその推奨式⁽¹¹⁾との比較を示す。実線で示されている線図は、基盤目配列では正方形配列が、千鳥配列では正三角形配列が基準となっている。その他の配列については、縦軸の Eu_{10}/k の k の値を図3中の付図より求めて修正するようになっている。一点鎖線で示されている推奨式は Re^{-n} の多項式(一部は Re^n の多項式)で表示されている。そして、それらの適用範囲が Re に関して2~3分割されており、その境界で不連続な場合があり、使用上、不便である。また、式の精度が不均一である。なお図3中の○印は後述の著者らの式(8)の値を示す。

4. 新しい表示式の提案

HEDH の線図は全般的に高めの Eu_{10} を与える傾向があるが、最新のものであるので、それを式化することにする。

図3の各線には全般的に次のような特徴がある。すなわち、 $Re \leq 10 \sim 20$ では $Eu_{10}/k \propto Re^{-1}$, $10^4 \leq Re \leq$

10^5 では千鳥配列の場合に $Eu_{10}/k \propto Re^{-0.25}$, $Re \geq (1 \sim 5) \times 10^5$ では両配列とも Eu_{10}/k はほぼ一定値とみなせる。そこで、まず概略の形として次式を与える。

$$F_0 = \left[A_0^n + \left(\frac{A_1}{Re} \right)^n + \left(\frac{A_2}{Re^{0.25}} \right)^n \right]^{1/n} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、基盤目配列の場合 $A_2=0$, 千鳥配列の場合 ($Re \leq 2 \times 10^5$ の範囲に限定) に $A_0=0$ とする ($a=2.5$ については基盤目配列と同様)。他の係数は、それぞれの b あるいは a に対する上述の特性より決定できる。次に $Re \approx 10^3$ (千鳥配列の $a=2.0$ では $Re \approx 10^2$) において、 F_0 と Eu_{10}/k とが一致するように試行錯誤的に n を決定する。

以下に、基盤目配列の $a=b=1.25$ の場合を例にとり、式作成の手順を説明する。図4(a)の実線は推奨値、破線は式(4)に対応する次式を示す。

$$F_0 = 0.29 + (220/Re) \dots\dots\dots (5)$$

図4(b)の実線は $Eu_{10}-F_0$ [図4(a)の実線と破線との差] と Re の関係を示す。 $10^3 \leq Re \leq 5 \times 10^3$ ($Eu_{10}-F_0$ の最大値が現れる Re の値) の範囲を次式 F_1 で近似する。

$$F_1 = B_0 \exp[-B_1(\log_{10} Re - B_2)^2] \\ = 0.15 \exp[-8(\log_{10} Re - 3.7)^2] \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $B_0=0.15$ は $Eu_{10}-F_0$ の最大値、 $B_2=3.7$ はその点の Re の常用対数の値、 $B_1=8$ は $Re \approx 2 \times 10^3$ における $Eu_{10}-F_0=0.05$ と一致するように決める。 $10^3 \leq Re \leq 5 \times 10^4$ の範囲で式(6)と実線との差が大きいつきには B_0 と B_1 を若干修正する。図4(c)の実線は $Eu_{10}-F_0-F_1$ を示す。この曲線を次式で近似する。

$$F_2 = C_0 \exp[-C_1(\log_{10} Re - C_2)^2] \\ = 0.07 \exp[-3(\log_{10} Re - 4.3)^2] \dots\dots\dots (7)$$

各係数の決め方は式(6)の場合と同様である。式(7)を破線で示す。図4(a)の○印は次式の値を示す。

$$Eu/k = F_0 + F_1 + F_2 \dots\dots\dots (8)$$

同様な方法で得られた式(4), (6), (7)の係数および指数を表1に示す。また推奨線図との比較を図3に

○印で示す。いずれについても、±約3%の精度で線図を近似している。

5. 任意の管配列管群の抵抗係数

与えられたピッチ対管径比 $a \times b$ の管群について、まず図3においてパラメータ b (基盤目配列の場合) あるいは a (千鳥配列の場合) に関する内挿より、 $Eu_{10}/k(Re)$ を求める。次に図3付図においてパラメータ Re に関する内挿より a, b に対応する $k(Re)$ を求める。そして $(Eu_{10}/k) \times k$ より Eu_{10} 対 Re の関係が求まる。いずれの場合も、対数目盛上における不均一間隔のパラメータの間の内挿であるから、目安では確かな値が得られない。

以下に、与えられた a, b に対する Eu_{10} 対 Re の関係を求める方法を提案する。

(1) $10 \leq Re \leq 2 \times 10^5 \sim 10^6$ の間を対数目盛上で等間隔(本例では1けたあたり10点)に分割する。

(2) 各 Re について b (あるいは a) = 1.25, 1.5, 2.0, 2.5 に対する Eu_{10}/k を式(8)および表1を用いて計算し、 Eu_{10}/k 対 b (あるいは a) の関係を最小二乗法により二、三次式で近似する。

(3) 与えられた a, b について、図3の付図の線図を表す式(HEDH⁽¹¹⁾)を用いて、 $Re=10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ に対する k を算出し、 k と Re との関係を最小二乗法により一、二次式で近似する。

(4) 上記(2)で得られた Eu_{10}/k と(3)で得られた k とを掛け合わせて、 Eu_{10} と Re の関係が数値的に得られる。なお、基盤目配列の場合に、 $b=2.5, 10 \leq Re \leq 6 \times 10^2$ の範囲の Eu_{10}/k および $10 \leq Re \leq 6 \times 10^3$ の範囲の k , 千鳥配列の場合の $a=2.5, 10 \leq Re \leq 10^2$ の範囲の Eu_{10}/k はそれぞれの対応する式を外挿するので、不正確である。

(5) Eu_{10} と Re の関係を4章と同様な手順で式化する。

例えば $a \times b = 1.5 \times 1.0$ (Triangular Constant Gate

図3 HEDHの線図とその推奨式の比較

配列)について次式を得る。

$$Eu = \left[\left(\frac{139}{Re} \right)^{1.61} + \left(\frac{3.6}{Re^{0.25}} \right)^{1.61} \right]^{1/1.61} + F_1 + F_2 \quad (9)$$

ここに、

$$F_1 = 0.17 \exp[-1.4(\log_{10} Re - 2.1)^2]$$

$$F_2 = 0.08 \exp[-5.2(\log_{10} Re - 4.1)^2]$$

図5において、式(9)(実線)とŽukauskas⁽⁸⁾の実験値(□印)とはよく一致している。しかし、Kaysら⁽¹²⁾の実験値(△印)は同式より低いが、ESDUの推奨線(破線)と一致している。○印で示した Pierson⁽¹¹⁾の実験値は両者の中間にある。この例のように実験値を式化することは可能であるが、実験値にはまだかなりの不正確さが存在する(図2)。

6. 少数列($N < 10$)管群の抵抗係数

藤井ら⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾は $a \times b = 1.6 \times 1.6$ の基盤目配列および千鳥配列の管群について管列ごとの圧力降下を測定して、 $2 \times 10^3 < Re < 2 \times 10^4$ の範囲において、 N 管列の圧力降下 $N\Delta p$ は入口圧力損失を含む第1列の圧力降下 Δp_1 、コア部の圧力降下 $(N-1)\Delta p_c$ 、および出口からの圧力回復 Δp_e に分離できることを示した。また、

(a) F_0

(b) F_1

(c) F_2

図4 表示式作成手順の例

図5 式(9)と従来の実験値との比較

藤井ら⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾は $a \times b = 1.5 \times 1.5$ の基盤目配列および千鳥配列の管群について、 $60 \leq Re \leq 300$ の範囲においても同様な特性があることを数値解析より明らかにした。すなわち、次式が成り立つ。

$$N\Delta p = \Delta p_1 + (N-1)\Delta p_c - \Delta p_e \quad (10)$$

したがって N 列管群の抵抗係数 Eu_N は次式で表すことができる。

$$Eu_N = [Eu_{1e} + (N-1)Eu_c]/N \quad (11)$$

ここに Eu_{1e} は入口損失を含む第1列と出口からの圧力回復の効果をとともに含んだものであり、 Eu_c はコア部の抵抗係数に対応する。10列以上の管群では、 Eu_{1e} と Eu_c との差が Eu_N に及ぼす影響が小さくなるので、3~5章の諸式は $Eu_c \approx Eu_{1e} \approx Eu_N$ とみなしたものである。

Piersonの実験結果〔文献(1)の図17, $Re = 8000$ 〕に式(11)を適用して($Eu_c \approx Eu_{10}$ と仮定) Eu_{1e} を求めると表2のようになる。 $N \geq 4$ の管群については、基盤目配列($a \times b = 1.5 \times 2.0$)で共通に $Eu_{1e} = 1.12Eu_{10}$ 、千鳥配列で $Eu_{1e} = 1.30Eu_{10}$ が得られる。すなわち式(11)が成り立っている。しかし1列および2列管群では Eu_{1e}/Eu_{10} は上記の値と異なる。すなわち $N = 1 \sim 2$ の実験値からは $N \geq 4$ の管群の Eu_{1e} を予測することはできない。

10列以下の管群の抵抗係数の推算に関して、HEDH および ESDU に推奨されている方法は、いずれも式(11)と異なる。前者では次式

$$Eu_N = C_N Eu_{10}, 10 \leq Re \leq 10^6 \quad (12)$$

において、 C_N が a, b には無関係に Re の関数として式および表で与えられている。後者では次式

$$Eu_N = (1 - \kappa)Eu_1 + \kappa Eu_{10} \quad (13)$$

において Eu_1 が Re と a の関数の線図、 κ が N, Re および a の関数の線図として与えられている。

表1 表示式(4)、(6)、(7)の係数および指数

(a) 基盤目配列($10 \leq Re \leq 10^6$)

b	n	A ₀	A ₁	A ₂	B ₀	B ₁	B ₂	C ₀	C ₁	C ₂
1.25	1	0.29	220	-	0.15	8	3.7	0.07	3	4.3
1.5	1	0.25	98	-	0.115	7	3.8	0.05	6	4.3
2.0	0.8	0.185	36	-	0.05	7	3.8	0.06	6	4.4
2.5	1	0.17	15	-	0.011	10	3.7	0.011	10	4.2

(b) 千鳥配列($10 \leq Re \leq 2 \times 10^4$)

a	n	A ₀	A ₁	A ₂	B ₀	B ₁	B ₂	C ₀	C ₁	C ₂
1.25	1.5	-	264	5.0	-	-	-	-	-	-
1.5	1.4	-	110	3.77	0.06	6	4.1	-	-	-
2.0	2.0	-	60	3.34	0.11	4	2.3	0.03	4	4.1
2.5	0.55	0.13	50	-	0.17	1.1	3.68	-	-	-

表 2 Pierson⁽¹⁾の実験結果 ($Re=8000$)
による Eu_{1e}/Eu_{10}

N		1	2	4	5	7	10
In-line	Eu_N/Eu_{10} *	1.42	1.095	1.03	1.024	1.017	1.0
	Eu_N	0.534	0.412	0.387	0.385	0.382	0.376**
	Eu_{1e}/Eu_{10}	1.42	1.19	1.12	1.12	1.12	—
Staggered	Eu_N/Eu_{10} *	—	1.235	1.075	—	1.043	1.0
	Eu_N	—	0.548	0.477	—	0.463	0.444**
	Eu_{1e}/Eu_{10}	—	1.47	1.30	—	1.30	—

* 文献(1)の図7には、N列管群の抵抗係数が10列管群の抵抗係数に対する比で示されている。

**10列管群の Eu_{10} は文献(1)の図9(千鳥配列) および図13(基盤目配列) から読み取った値を換算して示してある。

図6(a), (b)は基盤目配列および千鳥配列に関する Pierson⁽¹⁾の実験値 ($Re=8000$) とそれに対応する HEDH および ESDU の推奨値との比較である。いずれの配列についても1, 2列管群に関する実験値と推奨値との差異が大きい。

図7(a), (b)は藤井ら⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾の数値解 ($Re=120$) とそれに対応する上記の両者の推奨値との比較である。全体的に三者の値が大幅に異なる。ただし、 Eu_N の N に関する傾向は、数値解と ESDU の推奨値が類似である。図7(a)において、 Eu_N は $N=10$ で一定値に達していない。このことは、低レイノルズ数においては $Eu_c=Eu_{10}$ とみなせない(すなわち Eu_{1e} の影響が残っている)ことを示している。数値解から推測すると、この場合に、 Eu_N が3%以内で一定値をとるためには $N \geq 15$ でなければならない。図7(b)において、管列数が増すとともに管群平均の Eu_N が増加している。これは $Eu_{1e} < Eu_c$ であるためである。

図6, 7にみられるように、少数列 ($N < 10$) 管群の抵抗係数の推奨値は信頼性が低いので今後さらに実験的研究が必要である。その際、1, 2列管群と $N \geq 4$ の管群は特性を異にすることに注意せねばならない。 $N \geq 4$ の管群については、2種類の管列数の管群の実験値 Eu_N から、式(11)を用いて連立的に Eu_{1e} と Eu_c を求めれば、他の管列数の管群の Eu_N を推算することが可能である。そのほか、管群の上流および下流のダクトの状況についても実験あるいは実器への適用の際に注意する必要がある。

7. 結 論

HEDH の推奨線図をもとにして、10管列以上の正方形基盤目配列 ($10 \leq Re \leq 10^6$) および正三角形千鳥配列 ($10 \leq Re \leq 2 \times 10^5$) の管群の抵抗係数とレイノルズ数の関係の一つの式で表した。さらに任意の管配列の場合の式を導出する方法を示した。抵抗係数の実験値にはまだ不確かな点が多い(特に、両配列の $100 \leq Re$ 。

○ Pierson, × HEDH, + ESDU
(a) 基盤目配列 (1.5×2.0)
(b) 千鳥配列 (1.5×1.5)

図6 少数列管群 ($N < 10$) の抵抗係数 ($Re=8000$)

○ Fujii et al., × HEDH, + ESDU
(a) 基盤目配列 (1.5×1.5)
(b) 千鳥配列 (1.5×1.5)

図7 少数列管群 ($N < 10$) の抵抗係数 ($Re=120$)

≤ 1000 の範囲、および正三角形配列の $a=2.5$ の $10 \leq Re \leq 1000$ の範囲) ので、より信頼性の高い実験が望まれる。しかし、式の形に大幅な変更はないであろう。したがって、新しい実験値が得られた場合には本報の方法にしたがって係数および指数を修正すればよい。

10管列以下の少数列管群については、実験結果が少なく、推奨式の信頼性も低い。したがって実験値の整理法を提案し、実験に関する注意事項を挙げた。

おわりに、本研究に協力していただいた九州大学助教授 藤井丕夫、小山 繁の両君に感謝する。

文 献

- (1) Pierson, O. L., *Trans. ASME*, 59-7 (1937), 563.
- (2) Hoge, E. C., 文献(1)の573ページ.
- (3) Grimison, E. D., 文献(1)の583ページ.
- (4) Jakob, M., *Trans. ASME*, 60-4 (1938), 384.
- (5) Fishenden, M. and Saunders, O. A., *An Introduction to Heat Transfer* (1950), 132, Oxford Clarendon Press.
- (6) Bergelin, O. P., ほか2名, *Trans. ASME*, 74-6 (1952), 953.
- (7) Kays, W. M. and London, A. L., *Compact Heat Exchangers*, (1955), 120, McGraw-Hill.
- (8) Žkauskas, A., *Advances in Heat Transfer*, 8 (1972), 93, Academic Press.
- (9) ESDU, Data Item No. 74040 (1974), Engineering Science Data Unit.
- (10) 西川・石谷, 機論, 43-373 (昭52), 3310.
- (11) Schlünder, E. U., ほか編, *Heat Exchanger Design Handbook*, (1983), Sec. 2-2.4, 1-17, Hemisphere.
- (12) Kays, W. M., ほか2名, *Trans. ASME*, 76-3 (1954), 387.
- (13) 藤井・ほか2名, 冷凍, 52-602 (昭52), 1059.
- (14) 藤井・ほか2名, 冷凍, 57-658 (昭57), 787.
- (15) Fujii, M., ほか2名, *Numer. Heat Transf.*, 7 (1984), 82.
- (16) 藤井・ほか2名, 第21回日本伝熱シンポジウム講演論文集(昭57-5), 553.