乱流促進体をもつ二次元チャンネル内の乱流予測に関する研究*

(第 3 報, Large Eddy Simulation の改善および流脈の形成)

小林 敏雄**, 狩野 正徳**, 石原 智男**

Prediction of Turbulent Flow in Two-Dimensional Channel with Turbulence Promoters

(3rd Report, Improvement of Large Eddy Simulation and Formation of Streaklines)

by Toshio KOBAYASHI, Masanori KANO, and Tomo-o ISHIHARA

Fully developed incompressible turbulent flow in two-dimensional channel with turbulence promoters has been predicted numerically by large eddy simulation. Parameter C in Smagorinsky model can be assumed constant generally in the range of high Reynolds numbers. In this paper, C is varied with SGS Reynolds number in low Reynolds number region and SGS eddy diffusivity near the solid boundary is considered as a function of the distance from the boundary, the velocity gradient and the molecular viscosity. These improvements of SGS eddy viscosity model and the boundary condition of SGS eddy diffusivity have little effect on the mean velocity distribution, but have a significant effect on the distributions of turbulence and turbulent shear stress. Computed streaklines and Strouhal number of vortex shedding behind the turbulence promoter are compared with visual experiments. The Reynolds number in computation is set at 1.1×10^4 and 9 000 grid points are distributed.

Key Words: Turbulence, Numerical Prediction, Large Eddy Simulation, Channel Flow, SGS Reynolds Number, Eddy Diffusivity, Flow Visualization, Streakline

1. ま え が き

はく離を伴うような非平衡流れ場の数値予測に対して Large Eddy Simulation(以下 LES と略記する)が $k-\varepsilon$ 法と比較して有望であることを前報⁽¹⁾で明らかにした。この LES を複雑な流れ場に適用するにあたり幾つかの検討すべき点が生じてきた。その主なものは、低レイノルズ数領域における SGS うず拡散モデルと SGS うず拡散係数の壁面近傍分布である。

LES では通常、差分格子程度の小規模流れ場のモデル化に際し高レイノルズ数の等方性乱流を仮定しそのモデル定数 C を一定とする。本研究でも前報⁽²⁾においてこの考え方を採用している。しかしながら、はく離を伴うような流れ場においては比較的広い範囲にわたって主流に比して流速が低くなり、 $C =$ 一定の仮定が維持できるかどうかを検討する必要が生じる。また、うず拡散係数の壁面近傍の分布は前報では壁面からの距離のみの関数として与えたが、それに加えて速度こう配の影響を考慮する必要がある。本報はまずこの

二つの問題を考慮した計算システムを再構成し、うず拡散モデルとその壁面近傍分布の影響を明らかにすることを目的としている。

本研究で対象としているような乱流促進体をもつ二次元チャンネル流れでは、乱流促進体からのはく離流れが生じ、これに伴い混合層が形成され、うず放出が現れる。このような流れの構造を明らかにする手段として流れの観察が有効なことも多い。従来より本研究の流れ場に類似した流れを注入流脈法やけん濁法を適用し可視化した例⁽³⁾もあるが、概略の流れを観察したものが多く、たとえばはく離領域付近での個々の流跡・流脈に対する詳細な検討は行われていないようである。一方、LES を用いての乱流計算によれば流れ場の時々刻々の変化を追跡することができる。したがってあたかも可視化写真のような流跡・流脈やタイムラインを算出することが可能である。すでに堀内、Moin らは壁乱流の発達過程を LES で計算し、bursting や sweep のシミュレートも可能であるとしている⁽⁴⁾⁽⁵⁾。しかし、はく離を伴うような流れ場に LES を適用し、混合層のうず構造を追跡した例はまだ見当たらない。そこで本報では、計算機上で特定の時刻、特定の場所にトレーサを発生させ、流脈を計算し、染料注入法による流脈の可視化結果との比較を試みる。

* 昭和 59 年 8 月 29 日 第 927 回講演会において講演、原稿受付 昭和 59 年 1 月 30 日。

** 正員、東京大学生産技術研究所 (〒106 東京都港区六本木 7-22-1)。

2. 低レイノルズ数流れ場のSGS うず拡散モデル

高レイノルズ数の流れにおいては分子粘性は高波数の乱れにのみ影響を与え、速度こう配は低波数の乱れにのみ影響を及ぼすとみなすことができる。しかし、流速が小さくなると速度こう配の影響は高波数領域にまで影響を与えるようになってくる。いいかえると低レイノルズ数の乱流場においては高波数領域すなわち小規模スケールの流れ場(Subgrid Scale, SGS と略記する)で速度こう配の影響を考慮することが必要となろう。この高波数領域におけるスペクトル関数 $E(k)$ は統計理論によると

$$\left. \begin{aligned} E(k) &= \frac{4(a'\nu\zeta^2 + a\varepsilon)^{2/3} k^{-5/3}}{(3a)^{4/3}} \\ \zeta &= (2\zeta_{ij} \zeta_{ij})^{1/2} \\ \zeta_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

となる⁽⁶⁾。ここに、 k : 波数、 ν : 動粘性係数、 a, a' : うず拡散係数に関するハイゼンベルグ定数、 ε : 乱流散逸、 $\int_0^\infty E(k)dk$ は乱流エネルギーを表す物理量である。

x_i は座標軸で前報と同様に x_1 は流れ方向、 x_2 は上下壁と垂直方向、 x_3 は長方形柱のスパン方向に選ばれている(図2)。 u_i は x_i 方向の速度成分である。高波数領域におけるSGS うず拡散係数 K は Heisenberg の仮定⁽⁷⁾を適用すると

$$K = \int_{k_0}^\infty a \left\{ \frac{E(k)}{k^3} \right\}^{1/2} dk \dots\dots\dots (2)$$

によって与えられる。ここに k_0 はフィルタ幅 Δ に相当する波数で π/Δ である。さて式(1)において a, a' は同種のハイゼンベルグうず拡散モデルに現れる定数であるが、ここでは a, a' がほぼ等しいと仮定する。Smagorinsky モデル⁽⁸⁾を使用すると

$$\varepsilon = (C\Delta)^2 \zeta^3 \dots\dots\dots (3)$$

式(1)~(3)より

図1 SGSレイノルズ数とパラメータ C, C_T

$$\left. \begin{aligned} K &= (C\Delta)^2 \zeta \\ C &= 0.25 a^{1/2} \left(1 + \frac{1}{C^2 Re_s} \right)^{1/4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

が得られる。ここに $Re_s = \Delta^2 \zeta / \nu$ はSGSレイノルズ数とよばれる。

さて、高レイノルズ数の二次元チャンネル流れなどの計算においては通常 $C=0.1$ が用いられることが多い⁽⁴⁾⁽⁹⁾。そこでここでも $Re_s \rightarrow \infty$ において C の値を0.1に一致させることにする。すなわち

$$C = 0.1 \left(1 + \frac{1}{C^2 Re_s} \right)^{1/4} \dots\dots\dots (5)$$

図1に式(5)の C と Re_s の関係を示す。図1から明らかなように式(5)によって与えられる C は Re_s が非常に小さい領域においてきわめて大きな値となる。これは式(4)より K も異常に大きな値をとることになり不合理と思われる。一方、従来のLESの乱流計算の報告によれば C として大きな値を選ぶことは不適当であるといわれている。たとえばDeardorffは二次元チャンネル内乱流を $C=0.17$ (一定)で計算した結果、乱れの減衰が生じてしまうと報告している⁽⁹⁾。また本研究の流れ場において $C=0.192$ (一定)を選ぶと同様に計算を進めるにつれて乱れが減衰してしまう。これらの経験を考慮して本報では

$$C = 0.142 - 0.0320 \tan^{-1} \left\{ 3.0 \left(\frac{Re_s}{37.0} - 1 \right) \right\} \dots\dots (6)$$

のような関係式を設定し、 C の Re_s 依存性を導入することにする。式(6)における C と Re_s の関係を図1に示す。なお、式(6)は Re_s が大きな領域で $C=0.092$ となる。これは次の理由による。 $C=0.1$ を用いているDeardorffや堀内らの計算においてはレナード項をSGS うず拡散モデルの中の一部と考えて大規模流れ場の基礎式から除外している。これに対して本研究ではレナード項をSGS うず拡散モデルと分離して考えている⁽²⁾。前者と後者の K の比はLeonard⁽¹⁰⁾によると約1.195であり、式(6)はこのことを考慮した結果である。温度に関するSGS うず拡散係数およびパラメータ C_T ($K_T = C_T K$) については理論的根拠もなく存在領域に対する従来の試みも乏しい。本報では便宜上式(6)と同じ形式で C_T を与えることにする。

$$C_T = 2.0 - 0.637 \tan^{-1} \left\{ 3.0 \left(\frac{Re_s}{37.0} - 1 \right) \right\} \dots\dots (7)$$

この C_T と Re_s の関係を図1に併記する。

3. SGS うず拡散係数の壁面近傍分布

壁面近くのように乱れの非等方性の顕著な領域ではうず拡散係数は壁面からの距離、速度こう配および分

子粘性係数に依存して変化すると思われる。前報ではこのうち壁面からの距離の影響のみを考慮して K の壁面近傍分布を設定した。本報では速度こう配および分子粘性係数の影響も考慮し Mellor らの 2 層モデル⁽¹¹⁾, Pletcher の境界層計算法⁽¹²⁾を参考にして, $0 \leq x \leq x_0$ の範囲で

$$\left. \begin{aligned} \frac{K}{K_0} &= \frac{1}{2} \frac{x}{x_0} \left\{ (9a_1 - 1) + 3(1 - 3a_1) \frac{x}{x_0} \right\} \\ a_1 &= 0.5 \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{x^+}{a_1'} \right) \right\}^2 \\ x^+ &= x \left(\frac{\zeta_M}{\nu} \right)^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

の形で与えることにする。ここに, x は最も近い壁面からの距離, x_0 は乱れの非等方性が顕著な範囲を示す距離で $x_0 = 3h/2$ (h は格子幅)と選んでいる。 K_0 は $x = x_0$ での K の値, ζ_M は $0 < x < x_0$ における ζ の平均値, a_1' は定数である。式(8)において $a_1 = 0.5$ (一定)としたのが前報の壁面近傍分布式である。本報では流れ場の中の乱流促進体の影響の少ない上壁付近の領域において a_1 が 0.5 になるように a_1' を定め, $a_1' = 2.0$ を採用している。

K_T に関しても式(8)の形を準用することにする。

4. 計算結果および考察

本報ではすでに構成したプログラムに前述の SGS

うず拡散モデルの改善と SGS うず拡散係数に対する壁面近傍分布の改善を加え, それぞれの影響を考察する。すなわち表 1 に示すように前報⁽²⁾における基本的 LES を Case I とし, C および C_T に式(6), (7)の SGS レイノルズ数依存性を加えたものを Case II, さらに Case II に式(8)で表される K の壁面近傍分布を加えたものを Case III とする。図 2 に対象とする流れ場を示す。流れ場の幾何形状は $d_1 = d_2 = d$, $p_i/d = 5.0$, $L/2d = 3.2$ である。レイノルズ数 Re およびペクレ数 Pe はそれぞれ 1.1×10^4 , 7.7×10^3 である。また, 流速および温度などに関する境界条件は前報⁽²⁾と同様に, 流速に関しては壁面において滑りなしの条件を, 流入・流出断面においては周期性を用いており, 温度に関しては壁面において熱流束の分布が与えられるものとし, 流入・流出断面においては周期性を考慮している。計算領域の分割数, 無次元格子幅 h , 無次元時間刻み δt を表 1 に記す。なお, 計算値は主として断面 III (図 2, $x_1 = 0.47$) について求めている。また, 本章の計算結果の整理に用いた平均量を示す記号は次のとおりである。 $\langle f \rangle$: 物理量 f の x_3 方向の平均値, $\langle \langle f \rangle \rangle$: $\langle f \rangle$ の時間平均値。

4.1 C , C_T の Re_{ϵ} 依存性及びその影響 図 3 に Case I の場合の断面 III における Re_{ϵ} の分布を示す。図 3 および図 1 より C の Re_{ϵ} 依存性の影響は, 流速の小さい乱流促進体の背後 ($x_2 = 0 \sim 0.15$ 付近) および速

表 1 計算条件と計算時間

	Number of Grids	h	δt	Convergent Condition	C	C_T	a_1	Integration Time per One Step (s)
Case I	40×25×9	1/50	1/1000	0.001	0.1	1.2	0.5	5.6
Case II	40×25×9	1/50	1/1000	0.001	Eq.(6)	Eq.(7)	0.5	6.9
Case III	40×25×9	1/50	1/1000	0.001	Eq.(6)	Eq.(7)	Eq.(8)	6.5

図 2 モデル流路

図 3 Re_{ϵ} の分布

図4 SGS うず拡散係数の分布

図5 x_1 方向平均流速 図6 x_1 方向の乱れの分布

図7 乱流せん断応力の分布

度こう配の小さい流路中央部 ($x_2=0.3\sim0.35$ 付近) に現れるものと思われる。たとえば、図4に示すように K の分布は Case I と II とでは上述の領域で著しい差異を示している。なお、図4の K は断面IIIにおける平均速度 U と流路幅の2倍 L の積で無次元化されている。さて、この C の変化は平均速度分布にはあまり大きな影響を与えないようである。図5に x_1 方向平均流速の断面IIIにおける分布を示す。 x_2 の全領域にわたって C の変化が与える顕著な差異はない。これは平均流速は主として大規模流れ場の運動によって支配され、小規模流れ場の影響が小さいためと思われる。図6に断面IIIにおける x_1 方向の乱れの平均値を、図7に乱流せん断応力の分布を示す。図において K の差異に対応した領域で Case I と II とで乱れ、乱流せん断応力の値が異なることが示されている。すなわち、 C の Re_δ 依存性の乱れ、乱流せん断応力に及ぼす影響は乱流促進体の背後および速度こう配の小さい流路中央部で顕著となる。図8に平均温度分布に与える C の差異の影響を示す。温度に関する境界条件は壁面において熱流束の分布が与えられるものとし、また流入・流出断面においては周期性を考慮している⁽²⁾。縦軸は壁温の基準温度(断面Iにおける平均温度)からの差を、横軸の S は下壁面(図2のA B C D E)に沿う距離を L で無次元化した量である(上壁面については下壁面と向かい合う位置として記入している)。図8において乱流促進体の背面とその直後 ($B\sim s=0.5$) 付近において Case I と II に差が生じており、 C 、 C_T の変化の影響が現れることが示されている。しかし、この差が C の変化によるものか、 C_T の変化に依存するのかは本

図8 壁面温度分布

報では判別できていない。

4.2 SGS うず拡散係数の壁面近傍分布の影響

K , K_T の壁面近傍分布が計算結果に与える影響は式(8)より壁面境界付近で z の小さい領域で大きくなる。すなわち、乱流促進体背面(図2のBC)付近でその影響を強く受けられる。図9に代表的位置における壁面近傍の K の分布を示す。横軸の x は壁面からの無次元距離を表している。図9は乱流促進体の背面C'-C'領域で $\langle K \rangle$ が最も小さいこと、つまり最も小さいことを示している。図9の(a), (b)を比較することにより、この壁面近傍分布設定の影響が上壁付近のA'-A'領域でほとんど存在しないこと、乱流促進体背面付近のC'-C'領域で影響が強いことがわかる。さて、この壁面近傍分布の設定が断面IIIにおける諸流体力学的特性量に与える影響を調べてみる。図5に示すように平均流速分布に与える影響はきわめて小さいと言える。乱れあるいは乱流せん断応力に与える影響は図6, 7に示すように乱流促進体の背後で大きくなる。この傾向は図10に示す K の分布にも現れている。すなわち、乱流促進体背面での壁面近傍分布の設定の影響が流れによって下流に運ばれ、断面IIIにおける下壁側での乱れ、乱流せん断応力の差異を生じさせたものと思われる。

5. 流脈の形成

本章では乱流促進体の上面の端(図2のB)付近から発生する流脈に注目し、LESによる計算結果と可視化実験結果とを比較する。同時に乱流促進体背後でのうず放出の周波数についても計算結果と実験結果の比較を試みる。

5.1 可視化実験装置 図11に可視化実験装置の概略を示す。流路の幾何形状は計算対象流路(図2)と幾何学的相似に作製されている。流脈の可視化法としては染料注入法を選び、染料として赤色のローダミンBと緑色のフルオレセインを用いている。乱流促進体(一辺30mmの正方形柱)の上面の2点($x_1=0.073$, 0.115)に $\phi 1$ mmの小孔をあけ、そこから前述の染料を別々に注入することにより流脈を形成し、モータドライブ付きカメラによって0.2s間隔で連続カラー撮影を行った。同時にうずの発達・放出の過程を観察し、その周波数を計測した。主たる実験レイノルズ数は 5.9×10^3 , 1.2×10^4 , 1.9×10^4 , 3.5×10^4 である。

5.2 LESによる流脈の形成 ある時刻にある点を通じた流体粒子のその後の運動軌跡を各瞬間ごとの流速の計算結果から算出することができる。ここでは $t=6.005$ にある3点P(0.16, 0.165, 0), Q(0.16,

(a) Case II

(b) Case III

図9 壁面近傍の K の分布

図10 K の分布

図11 可視化実験装置の概略

0.18, 0), R(0.16, 0.205, 0) から同時にトレーサを発生させてその時点の速度で時間 $\Delta t = 0.001$ だけ移動させる。次に移動後の各点での速度で再び $\Delta t = 0.001$ だけトレーサを移動させる。この操作を $5\Delta t$ 行った後に点 P, Q, R に新しいトレーサを発生させ同様の操作を繰り返す。この $5\Delta t$ 間隔のトレーサを結べばその瞬間の計算流脈が表示されることになる。

5.3 計算結果と実験結果の比較 図 12 に LES (Case III) によって計算された流脈を示す。図 12 より大規模うずの形成の過程が流脈によって示されるこ

と、乱れが三次元的に発達する様子がわかる。

図 13 は 5.1 節で求められた流脈写真の中から、うず成長の位相が計算流脈の $t=6.435$ に相当するものを選び出し、図 12(b) の側面図と重ね合わせたものである。計算のレイノルズ数 ($=1.1 \times 10^4$) と実験のレイノルズ数 ($=1.2 \times 10^4$) とが異なること、流脈発生位置と方法が異なることなどの相違点があるが、両者の挙動は定性的には比較的良好に一致しているように思える。

図 14 はうず成長過程の周波数 f を無次元化した値 $St = fd/U$ の計算値と実測値とを比較したものである。計算値の f は前報で述べたようにうず領域中の特定点の流速の時間変化を追跡することによって得られる。

6. ま と め

長方形乱流促進体をもつ二次元チャンネル内乱流の数値予測を LES で試み、SGS 乱流モデル式および乱流拡散係数の壁面近傍分布について検討を行うとともに流脈の計算結果と実験結果の比較を試みた。本報での主な結論は次のとおりである。

(1) C の Re_d 依存性の影響は平均流速分布に対しては小さく、乱れに対しては乱流促進体のある下壁側で強く現れる。壁面温度分布に及ぼす C あるいは C_T の影響は乱流促進体の背面およびその直後で強い。

(2) K の壁面近傍分布の影響は平均流速に対しては大きくないが、乱れに対しては乱流促進体のある下壁側にいくぶん現れる。

(3) 染料注入法により乱流促進体背後での大規模うずの成長・崩壊が観察された。流脈の計算結果によってこの大規模うずの成長の過程が定性的に表現された。また、このうず発生周期のストローハル数は計算結果と実験結果とで比較的良好に一致する。

本報の計算手法について東京大学生産技術研究所吉沢徹助教授、村上周三助教授より有益な助言を得た。また、可視化実験については同所齊藤誠技官の助力を得た。記して感謝する。なお本報の計算は東京大学大型計算機センター HITAC M 200/280H システムにおいて行われた。

文 献

- (1) 狩野・ほか 3 名, 機論, 51-464, B (昭 60), 1166.
- (2) 狩野・ほか 2 名, 機論, 50-449, B (昭 59), 257.
- (3) 椎名・ほか 6 名, 第 4 回流れの可視化シンポジウム前刷集, (昭 51), 47.
- (4) 堀内, 日本物理学会誌, 37-9 (昭 57), 766.

- (5) Moin, P. and Kim, J., *J. Fluid Mech.*, **118** (1982), 341.
 - (6) Hinze, J. O., *Turbulence*, (1959), 249, McGraw-Hill.
 - (7) Heisenberg, W., *Z. Phys.*, **124** (1948), 628.
 - (8) Smagorinsky, J., *Monthly Weather Rev.*, **91** (1963), 99.
 - (9) Deardorff, J. W., *J. Fluid Mech.*, **41** (1970), 453.
 - (10) Leonard, A., *Adv. Geophys.*, **A, 18** (1974), 237.
 - (11) Mellor, G. L. and Gibson, D. M., *J. Fluid Mech.*, **24** (1966), 225.
 - (12) Pletcher, R. H., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **100-4** (1978), 427.
-