細線巻きつけによる水平管外凝縮の伝熱促進*

(蒸気流速の影響に関する理論的検討)

王 維 城**, 藤 井 哲***

Heat Transfer Enhancement for Condensation on a Horizontal Tube by Coiling Wires (Theoretical Consideration for Vapour Velocity Effect)

by Wei-Cheng WANG and Tetsu FUJII

Numerical solutions are presented for combined shear- and gravity-controlled condensation on a horizontal tube, around which a fine wire is coiled, by using a simplified physical model. The local Nusselt number distribution represents that the effect of surface tension upon heat transfer decreases with the increase of vapour velocity. The average Nusselt number can be expressed by a rule of forth-power combination of the equations for shear-controlled condensation and gravity-controlled condensation. The heat transfer enhancement ratio against a smooth tube decreases with the increase of vapour velocity, because the decrease of effective heat transfer surface becomes more significant than the heat transfer enhancement due to surface tension. The Nu-equation for gravity-controlled condensation can be applicable in the velocity range where the heat transfer enhancement is achieved.

Key Words: Phase Change, Combined Shear- and Gravity- Controlled Condensation, Heat Transfer Enhancement, Horizontal Tube, Theory

1. 緒 言

前報⁽¹⁾において水平円管上の体積力対流凝縮熱伝達を、外面に細い線をコイル状に巻きつけることによって、促進する方法を提案した。そして、理論解析と冷媒 R11 およびエタノールを用いた実験とによって、細線をその直径の2倍のピッチで巻いたとき最適であり、平滑管に比して約3~4倍の熱伝達係数が得られる場合があることを明らかにした。さらに、凝縮器内部のすべての凝縮管上で体積力対流凝縮であり、かつインテンシオンの悪影響もないと仮定すると、冷媒の凝縮器については、伝熱面積を約1/2にし得るであろうと単純に推算した。

しかし、実際の冷媒凝縮器の管群内では部分的に蒸気流速が数 m/s に達する。したがって、凝縮器の設計のためには、巻線の伝熱促進に及ぼす蒸気流速の影響を明らかにしておく必要がある。本報では、強制・体積力共存対流凝縮を前報と同様な方法で理論的に解明する。

はじめに主な記号を列挙する。

C_p : 定圧比熱 J/(kg·K)

D : 伝熱管外径 m

Fr : フルード数 $= U_\infty^2/gD$

g : 重力の加速度 m/s²

Ga : ガリレオ数 $= D^3g/\nu_L^2$

H : 相変化数 $= C_{pL}(T_s - T_w)/L$

k : 無次元数 [式(7)]

L : 凝縮の潜熱 J/kg

Nu : 平均ヌセルト数 [式(25)]

Nu_B : 体積力対流凝縮の場合の平均ヌセルト数

Nu_F : 強制対流凝縮の場合の平均ヌセルト数

Nu_S : 平滑管の平均ヌセルト数

$Nu_{\bullet}$: 局所ヌセルト数, 式(24)

P : 圧力 Pa

$\bar{P}$: 無次元圧力 [式(13)]

p : 細線コイルのピッチ m

Pr : プラントル数

R : $\rho\mu$ 比 $= \sqrt{\rho_L\mu_L/\rho\mu}$

Re : 二相レイノルズ数 $= U_\infty D/\nu_L$

r_s : 液膜表面の曲率半径 (図1) m

s : 細線間の距離 m

$\bar{s}$: 無次元細線間距離 $= s/D$

* 昭和60年4月2日 第62期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和59年10月26日。

** 正員、清華大学熱能工程系(中国北京市西郊清華園)。

*** 正員、九州大学生産科学研究所 (〒816 春日市春日公園6-1)。

- T_s : 飽和蒸気温度 K
 T_w : 伝熱管外表面温度 K
 U_∞ : 蒸気の近寄り速度 m/s
 u, w : ϕ および z 方向速度 m/s
 y : 管表面から外法線方向座標 m
 z : 管軸方向の座標 m
 $\bar{z}$: 無次元管軸方向座標 $= z/D$
 α, α_ϕ : 平均および局所熱伝達係数 $W/(m^2 \cdot K)$
 $\alpha^*, \beta^*, \gamma^*$: 無次元数 [式(17)~(19)]
 $\delta(\phi)$: 液膜厚さ m
 $\bar{\delta}$: 無次元液膜厚さ $= \delta/D$
 λ : 熱伝導率 $W/(m \cdot K)$
 μ : 粘度 $Pa \cdot s$
 ν : 動粘度 m^2/s
 ρ : 密度 kg/m^3
 σ : 表面張力 N/m
 ϕ : 管頂から測った角度座標
 添字 L は液膜, 添字なしは蒸気の物性値を示す。

2. 基礎式

物理モデルと座標を図1に示す。前報⁽¹⁾と異なるところは重力方向に蒸气流速 U_∞ があることである。基礎式を導出する際の仮定、細線の近くの境界条件などは前報と同様であるので、重複をさけ、必要な部分のみ再録する。

基礎式および境界条件は次のように書かれる。

$$\mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \rho_L g \sin \phi = 0 \quad (\phi \text{ 方向運動}) \cdots (1)$$

$$\mu_L \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (z \text{ 方向運動}) \cdots (2)$$

$$\frac{2}{D} \frac{\partial}{\partial \phi} \int_0^\pi u dy + \frac{\partial}{\partial z} \int_0^\pi w dy = \frac{\lambda_L (T_s - T_w)}{\rho L \delta} \quad (\text{熱収支}) \cdots (3)$$

$$y=0 \text{ で } u=w=0 \cdots (4)$$

$$y=\delta \text{ で } \mu_L \frac{\partial u}{\partial y} = k \frac{\lambda_L (T_s - T_w)}{L \delta} (2U_\infty \sin \phi) \cdots (5)$$

$$\partial w / \partial y = 0 \cdots (6)$$

図1 物理モデルと座標系

ここに

$$k = \left(1 + \frac{P_{rL}}{RH}\right)^{2.3} \cdots (7)$$

式(5)は、主流がポテンシャル流れであり、気液界面せん断力が凝縮質量流束に比例するという Shekrladze-Gomelaury⁽²⁾の考えに従ったものである。比例定数 k は藤井・小田⁽³⁾によって導入されたものである。この方程式系は極端に単純化されたものであるが、その解は、有機物質の水平平滑管上の凝縮については、実測値に近い値を予測する⁽⁴⁾。

前報と同様に、液膜が薄いので $\partial P / \partial z$ が y の関数ではないとみなして、式(1)、(2)を条件式(4)~(6)のもとに解くと、次式が得られる。

$$u = \frac{\rho_L g}{\mu_L} \left(\delta y - \frac{y^2}{2} \right) \sin \phi + \frac{2k\lambda_L (T_s - T_w) U_\infty \sin \phi}{\mu_L L \delta} y \cdots (8)$$

$$w = \frac{1}{\mu_L} \left(-\frac{\partial P}{\partial z} \right) \left(\delta y - \frac{y^2}{2} \right) \cdots (9)$$

式(8)、(9)を式(3)に代入し、無次元数を導入して変形すると次式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial \phi} (\bar{\delta}^3 \sin \phi) + \left(\frac{3kHR_e}{P_{rL} G_a} \right) \frac{\partial}{\partial \phi} (\bar{\delta} \sin \phi) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} \bar{\delta}^3 \right) - \frac{3}{2} \frac{H}{P_{rL} G_a \bar{\delta}} = 0 \cdots (10)$$

ここに

$$\bar{\delta} = \frac{\delta}{D} \cdots (11)$$

$$\bar{z} = \frac{z}{D} \cdots (12)$$

$$\bar{P} = \frac{P}{\rho_L g D} \cdots (13)$$

更に前報と同様に、次の条件

$$\bar{z}=0 \text{ で } \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} = 0, \bar{P}=0 \cdots (14)$$

$$\bar{z} = \frac{5}{2} \text{ で } \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} \neq 0 \right), \bar{P} = -\frac{\sigma}{\rho_L g D r_s} \cdots (15)$$

のもとに式(10)を $\bar{z}$ に関して積分し、変形すると、次式が得られる。

$$\left(\frac{3}{2} \bar{\delta}^2 + \frac{\gamma^*}{2} \right) (\sin \phi) \frac{d\bar{\delta}^2}{d\phi} + (\alpha^* + \cos \phi) \bar{\delta}^4 + \gamma^* (\cos \phi) \bar{\delta}^2 - \beta^* = 0 \cdots (16)$$

ここに、

$$\alpha^* = \frac{4\sigma}{\bar{\delta}^2 \rho_L g D r_s} \cdots (17)$$

$$\beta^* = \frac{3H}{2P_{rL} G_a} \cdots (18)$$

$$\gamma^* = \frac{3kHR_e}{P_{rL} G_a} \cdots (19)$$

境界条件は次式で与えられる。

$$\phi=0 \text{ で } \frac{d\bar{\delta}}{d\phi}=0 \dots\dots\dots (20)$$

式(16)において、 $\alpha^* \rightarrow 0$ の場合が平滑管に相当する。また、式(16)は $Re \rightarrow 0$ および $Ga \rightarrow 0$ のとき、それぞれ次のようになる。

$$\frac{3}{2} (\sin \phi) \bar{\delta}^2 \frac{d\bar{\delta}^2}{d\phi} + (\alpha^* + \cos \phi) \bar{\delta}^4 - \beta^* = 0 \dots\dots\dots (21)$$

$$\frac{1}{2} (\sin \phi) \frac{d\bar{\delta}^2}{d\phi} + \frac{\alpha^*}{\gamma^*} \bar{\delta}^4 + (\cos \phi) \bar{\delta}^2 - \frac{\beta^*}{\gamma^*} = 0 \dots\dots\dots (22)$$

式(16)は、特別の場合を除き、解析的には解けない。 $\phi=0$ および π の極限の $\bar{\delta}^2$ は次の二次式を解くことによって求められる ($\alpha^* \neq 0$ の場合)。

$$(\alpha^* \pm 1) \bar{\delta}^4 \pm \gamma^* \bar{\delta}^2 - \beta^* = 0 \dots\dots\dots (23)$$

$\bar{\delta}^2_{\phi=0}$ を初期値として (例えば Adams 法で) 式(16)を解くと、 $\bar{\delta}^2(\phi)$ が求まる。 $\bar{\delta}^2_{\phi=\pi}$ は数値解の精度の検証として用いることができる。ただし、 $\alpha^*=0$ の場合は $\bar{\delta}^2_{\phi=\pi} \rightarrow \infty$ 。

解かれた $\bar{\delta}$ を用いて、局所ヌセルト数および平均ヌセルト数は次式で計算できる。

$$Nu_{\phi} = \frac{\alpha_{\phi} D}{\lambda_L} = \frac{1}{\bar{\delta}(\phi)} \dots\dots\dots (24)$$

$$Nu = \frac{\alpha D}{\lambda_L} = \frac{D_s}{\lambda_L p \pi} \int_0^{\pi} \alpha_{\phi} d\phi \dots\dots\dots (25)$$

3. 数値解および考察

次の条件を与えた場合の解を代表例として考察する。冷媒 R11 の飽和蒸気、 $T_s=313 \text{ K}$ 、 $T_s - T_w = 5 \text{ K}$ 、 $D=25.4 \text{ mm}$ 、 $s/p=0.5$ 、したがって $Ga Pr_L/H=3.63 \times 10^{11}$ 、 $Re=10^5 U_{\infty}$ 、 $k=2.1$ 。

図 2 (a)～(c) はそれぞれ $Re=10^5, 5 \times 10^5, 2 \times 10^6$ 、($U_{\infty}=1, 5, 20 \text{ m/s}$) の場合の Nu_{ϕ} の分布を示す。体積力対流凝縮の場合⁽¹⁾は $\alpha^* > 15$ で Nu_{ϕ} が一様になり、 $Nu=(s/p)Nu_{\phi=0}$ とみなすことができた。しかし、図 2 においては、 $\alpha^*=100$ においてもまだ一様分布になっていない。そして、 U_{∞} が大きいほど、 Nu_{ϕ} の周方向変化は大きく、 $\alpha^*=0$ の場合との差が小さい。このことは、蒸気流速が増加すると、表面張力の伝熱促進効果が相対的に小さくなることを意味する。ただし、いずれの図においても、 $\alpha^*=0$ の場合の分布と比較すると、後縁 ($\phi=\pi$) に近づくとともに熱伝達の促進効果が大きくなっていることがわかる。

図 3 は $Nu/\sqrt{Re}$ と Pr_L/FrH の関係を示す。 $\alpha^*=0$ の場合の解 (×印) は次の藤井ら⁽⁵⁾の式 (一点鎖線) とほとんど一致している。

$$\begin{aligned} \frac{Nu_s}{\sqrt{Re}} &= \frac{(Nu_{uf} + Nu_{ub})^{1/4}}{\sqrt{Re}} \\ &= \left\{ 1.30^4 + 0.725^4 \left(\frac{Pr_L}{FrH} \right) \right\}^{1/4} \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

$\alpha^*=100$ および 1000 の場合の解をそれぞれ○印および□印で示す。蒸気流速が大きい (Pr_L/FrH が小さい) ところで平滑管より低い値になるのは、細線巻きつけによる有効伝熱面積の減少が表面張力による伝熱促進効果より大きいことによる。

細線を巻きつけた場合の強制対流凝縮 ($Re \rightarrow \infty$) および体積力対流凝縮 ($Re \rightarrow 0$, $\alpha^* > 15$) の場合の式はそれぞれ次のようになる。

$$Nu_{uf} = 0.90 \left(\frac{s}{p} \right) \sqrt{k} Re^{1/2} = 0.65 Re^{1/2} \dots\dots\dots (27)$$

$$Nu_{ub} = 1.246 \left(\frac{s}{p} \right) \left\{ 0.725 \left(\frac{Ga Pr_L}{H} \right)^{1/4} \right\} (1 + \alpha^*)^{1/4} \dots\dots\dots (28)$$

式(26)と同様な四乗結合則がなりたつと仮定すると、次式が得られる。

図 2 局所ヌセルト数
(R11 飽和蒸気、 $Ga Pr_L/H=3.63 \times 10^{11}$ 、 $k=2.1$)

図 3 平均ヌセルト数
(R11, $Ga Pr_L/H=3.63 \times 10^{11}$ 、 $k=2.1$, $s/p=0.5$)

図4 伝熱促進率

(R11, $G_a Pr_L/H = 3.63 \times 10^{11}$, $k = 2.1$, $s/p = 0.5$)

$$\frac{Nu}{\sqrt{Re}} = \left\{ 0.65^4 + 0.452^4 (1 + \alpha^*) \frac{Pr_L}{FrH} \right\}^{1/4} \dots (29)$$

図3に式(29)を実線で、式(28)を破線で示す。実線と数値解とはよく一致している。なお、 Nu が平滑管より高い部分では、体積力対流凝縮の式(28)が適用できる。

細線を巻きつけた場合の伝熱促進の程度は式(29)と式(26)を比較することによって判断できる。 Nu/Nus と Pr_L/PrH の関係を α^* をパラメータとして図4に示す。例えば、 r_s が体積力対流凝縮の場合と同じ式で与えられると仮定し、直径0.3 mmの線をピッチ0.6 mmで巻きつけたとすれば、 $\alpha^* = 1100$ となる。

以上の議論は特定の物性値を与えて、 α^* のみをパラメータとして仮想的に変化させた例を用いて行われた。しかし、得られた基本的諸特性は異なる物性値の

組合せについてもなりたつ。蒸気流速が r_s に(したがって α^* に)及ぼす影響については、体積力対流凝縮の場合と同様に実験的に求めざるを得ないだろう。

4. 結 論

単純化されたモデルにより、細線を巻きつけた水平円管上の強制・体積力共存対流凝縮についての数値解を求めた。局所ヌセルト数の特徴は、蒸気流速が高くなると、表面張力の効果が小さくなることを示す。平均ヌセルト数は強制対流凝縮と体積力対流凝縮の式との四乗結合則で精度よくあらわされる〔式(29)〕。

蒸気流速が高い場合は、有効伝熱面積の減少が表面張力による伝熱促進効果を上まわり、平均ヌセルト数が平滑管の場合より小さくなる。そして、平均ヌセルト数が平滑管のそれより高い Pr_L/PrH の領域においては体積力対流凝縮の式(28)を適用してよい。

文 献

- (1) 藤井・ほか3名, 第62期通常総会講演会講演前刷, 論文No. 84-0386 A.
- (2) Shekriladze, I. G. and Gomelaauri, V. I., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 9-6 (1966), 581.
- (3) 藤井・小田, 第21回伝熱シンポジウム講演論文集, (昭59), 298.
- (4) Lee, W. C. and Rose, J. W., *Proc. 7th Int. Heat Transf. Conf.*, Munich, Germany, 5 (1982), 101.
- (5) 藤井・ほか2名, 機論, 37-294 (昭46), 364.