超音速翼列フラッタに及ぼす吸音壁の効果*

菊地 正 憲**, 平 野 公 孝**

Effect of Sound Absorbing Liner on Supersonic Cascade Flutter

by Masanori KIKUCHI and Kimitaka HIRANO

An actuator disk method for a supersonic cascade is applied to calculate the aerodynamic forces on vibrating cascade blades between a rigid wall and a sound absorbing liner, subject to two fundamental limitations. These are, firstly, that the wavelength of the flow disturbance due to vibrating blades must be long compared with the cascade spacing, and secondly, that the specific acoustic admittance of the sound absorbing liner must be small. An analytical result is obtained and the investigation of flutter characteristics, in both sub and super resonant regions, shows that there exists the sound absorbing liner which reduces the negative damping forces for torsional oscillation.

Key Words: Turbo Machinery, Unsteady Flow, Supersonic Flow, Blade Oscillation, Cascade Flutter, Sound Absorbing Liner, Actuator Disk Method

1. 結 言

航空機用ファンエンジンでは、ファン騒音を低減させるために、通常ダクト壁面は吸音構造となっている。ダクト内を伝ばする圧力波動の挙動は、剛壁の場合と異なるから、翼列フラッタに及ぼす吸音壁の効果を解明することは基本的に重要な研究課題である。吸音壁が翼列フラッタに及ぼす効果については、これまでに、Kurosaka⁽¹⁾の超音速流れにおける単独翼についての研究、亜音速流れでは、山崎・難波⁽²⁾の吸音壁が片側流路壁の一部から成る場合の有限ピッチ翼列理論、および渡辺・梶⁽³⁾の準アクチュエータディスク理論を用いた研究がある。

外側ケーシングの吸音壁に近い翼端では、相対速度が容易に超音速になる。本論文では、Whitehead-Davies⁽⁴⁾の二次元非定常超音速翼列に対するアクチュエータディスク法を用いて、超音速翼列のフラッタに及ぼす吸音壁の効果を検討する。アクチュエータディスク法を用いるため、解析解が得られるという長所がある反面、フラッタ限界が求まらない、無次元振動数

が小さい、翼間の位相差パラメータが小さいという制約がある。しかしながら、剛壁の場合、アクチュエータディスク法は、圧力波動の伝ば形態が全く異なるサブおよびスーパーレゾナンスの両領域まで含めた位相差パラメータにおいて、有限ピッチ翼列理論解と良く一致する結果を与えることが確認できるので、吸音壁の場合に拡張することにより、翼列フラッタに及ぼす吸音壁の効果の特徴を明らかにできると期待される。更に、超音速翼列の特徴である零入射角の性質を用いることにより、モーメント係数も求められることから、ねじりフラッタについても言及できる。

2. 吸音壁を有するダクト内の圧力場と速度場

図1に示すように、間隔 d の平行壁間において、弦長 C 、翼間隔 S 、食違い角 α の直線軸平板翼列が、平均軸流速度 U の一様流中を速度 V で横切っているものとする。翼列に固定した座標系を (x, y, z) 、平行壁に固定した座標系を (x', y', z') とする。両座標系には

$$x' = x, y' = y - Vt, z' = z \dots\dots\dots (1)$$

なる関係がある。翼は、振動数 ω 、翼間位相差 τ で調和振動しているものとし、翼の振動によって誘起される速度を $u = (u, v, w)$ 、圧力を p 、密度を ρ とする。 $z = 0$

* 昭和60年3月31日 第62期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和59年10月1日。

** 正員、宮崎大学工学部(〒880 宮崎市霧島1-1-1)。

の壁面は剛壁, $z=d$ の壁面は比音響アドミッタンス β の吸音壁とする。

基本仮定として,

- (1) 流体は非粘性である。
- (2) 相対速度 W は超音速, 軸流速度 U は亜音速で翼幅方向に一樣である。
- (3) 翼は, 翼幅方向に一樣な微小振幅で, 曲げあるいはねじり振動を行い, したがって非定常じょう乱の大きさは微小である。
- (4) 翼の定常負荷は無く, 流れは等エントロピ的である。
- (5) 翼の振動数および翼間位相差は小さい, すなわち翼振動による非定常じょう乱の波長は翼間隔に比して充分長い。
- (6) 吸音壁の比音響アドミッタンスは小さい,

を設定する。

仮定(3)のもとで, 非定常じょう乱に関する運動方程式および連続の式は, それぞれ次のように線形化される。

$$\rho_0 \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p \quad (2)$$

$$\frac{1}{\rho_0 a_0^2} \frac{Dp}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{u} \quad (3)$$

ここで, ρ_0, a_0 はそれぞれ平均流における密度および音速である。ただし, 翼列に固定した座標系では,

$D/Dt = \partial/\partial t + U\partial/\partial x + V\partial/\partial y$, $\nabla = i\partial/\partial x + j\partial/\partial y + k\partial/\partial z$, 平行壁に固定した座標系では, $D/Dt = \partial/\partial t + U\partial/\partial x'$, $\nabla = i\partial/\partial x' + j\partial/\partial y' + k\partial/\partial z'$ である。

更に, U, V が一定のとき, 速度ベクトル $\mathbf{u}$ は, 圧力変動に関係する渦なし部分 $\mathbf{u}_p$ と, 圧力変動を伴わ

ない渦あり部分 $\mathbf{u}_v$ とに分離できる⁽⁵⁾。すなわち,

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_p + \mathbf{u}_v \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{u}_p = \nabla \cdot \mathbf{u}_v = 0 \quad (5)$$

$$\rho_0 \frac{D\mathbf{u}_p}{Dt} = -\nabla p \quad (6)$$

$$\frac{1}{\rho_0 a_0^2} \frac{Dp}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{u}_p \quad (7)$$

$$\frac{D\mathbf{u}_v}{Dt} = 0 \quad (8)$$

一方, 平行壁面上の境界条件は

$$\partial p / \partial z = 0 : z = 0 \quad (9)$$

$$\beta = \rho_0 a_0 w / p : z = d \quad (10)$$

にて与えられる。

仮定(5)から, 変動量は翼列軸方向には連続的な周期関数で与えられる。じょう乱の翼列軸方向の波数を k_y とすれば, 翼間位相差 τ との間には,

$$k_y = \tau / S \quad (11)$$

なる関係がある。圧力変動を伴う渦なし部分のじょう乱を, 平行壁面上の境界条件, 式(9), (10)を考慮して

$$\left. \begin{aligned} p &= \bar{p} \cos(k_z z) \exp(i\Phi) \\ u_p &= \bar{u}_p \cos(k_z z) \exp(i\Phi) \\ v_p &= \bar{v}_p \cos(k_z z) \exp(i\Phi) \\ w_p &= \bar{w}_p \sin(k_z z) \exp(i\Phi) \\ \rho &= \bar{\rho} \cos(k_z z) \exp(i\Phi) \\ \Phi &= k_x x + k_y y - \omega t \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

とおく。ただし, k_x, k_z はそれぞれ x, z 軸方向の波数である。式(6)より,

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_p &= k_x \bar{p} / \rho_0 \omega_0 \\ \bar{v}_p &= k_y \bar{p} / \rho_0 \omega_0 \\ \bar{w}_p &= i k_z \bar{p} / \rho_0 \omega_0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

なる関係が得られる。ただし,

$$\omega_0 = \omega - k_x U - k_y V \quad (14)$$

また, 平均流の音速 a_0 を用いて,

$$\bar{\rho} = \bar{p} / a_0^2 \quad (15)$$

一方, 圧力変動を伴わない渦あり部分のじょう乱は, x 軸方向の波数を k_{xv} , z 軸方向の波数を k_{zv} とすれば,

$$\left. \begin{aligned} u_v &= \bar{u}_v \cos(k_{zv} z) \exp(i\Phi_v) \\ v_v &= \bar{v}_v \cos(k_{zv} z) \exp(i\Phi_v) \\ w_v &= \bar{w}_v \sin(k_{zv} z) \exp(i\Phi_v) \\ \Phi_v &= k_{xv} x + k_y y - \omega t \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

と表すことができる。式(8), (16)より,

$$\omega - k_{xv} U - k_y V = 0 \quad (17)$$

式(5), (16)より

$$i k_{xv} \bar{u}_v + i k_y \bar{v}_v + k_{zv} \bar{w}_v = 0 \quad (18)$$

図 1 座標系

なる関係が成立する。

次に、じょう乱の z 軸方向係数 k_z, k_{zv} を、平行壁面上の境界条件、式(9)、(10)から決定する。吸音壁面の内外で流体粒子の変位および圧力の連続性⁽⁶⁾を課すことにする。平行壁に固定した座標系では、じょう乱の振動数 ω' は、式(1)、(12)および式(16)から、

$$\omega' = \omega - k_y V \quad \dots\dots\dots (19)$$

となる。一方、波数は両座標系において不変である。じょう乱の渦あり部分は圧力変動を伴わないこと、更に渦なし部分とは波長が異なることから、式(10)の w には、渦あり部分は含まれない⁽³⁾ので、

$$w_v = 0: z = d \quad \dots\dots\dots (20)$$

したがって、式(16)から

$$k_{zv}^{(n)} = n\pi/d: n=0, 1, 2, \dots \quad \dots\dots\dots (21)$$

となり、両面とも剛壁の場合⁽⁷⁾と同じ波数となる。じょう乱の渦なし部分に対しては、式(10)、(12)および式(19)から、

$$k_z \tan(k_z d) = -i\beta(k_x U - \omega')^2 / a_0 \omega' \quad \dots\dots (22)$$

式(6)、(7)および式(12)から

$$(\omega' - k_x U)^2 = a_0^2(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \quad \dots\dots\dots (23)$$

なる関係が得られる。したがって、フラッタモードが与えられれば、すなわち ω, k_y が与えられれば、式(22)および式(23)から $k_x^{(n)}, k_z^{(n)} (n=0, 1, 2, \dots)$ が決定する。

式(22)、(23)は非線形の変立方程式である。しかしながら、ダクト壁が剛壁 ($|\beta|=0$) のとき、あるいは吸音壁であっても平均流がない ($U=0$) のときに限って、式(22)の右辺は各モードによらず一定値となるので、 k_z は k_x とは独立に決定される。したがって、じょう乱の z 軸方向のそれぞれのモード $\cos\{k_z^{(n)} z\}$ はお互いに独立となる。一方、吸音壁の場合で、しかも平均流があるときには、それぞれのモードは干渉する。そこで、仮定(6)のもとで、各モードの干渉の強さを調べることにする。 $k_z^{(n)}$ を剛壁のときの波数 $n\pi/d$ を用いて

$$k_z^{(n)} d = n\pi + \varepsilon_n \quad \dots\dots\dots (24)$$

とおけば、式(22)、(23)より

$$\begin{aligned} \varepsilon_n &\sim \sqrt{-i\beta a_0 d (k_x^{(n)2} + k_y^2) / \omega' (1 + i\beta a_0 / d \omega')} : \\ &n=0 \\ \varepsilon_n &\sim -i\beta a_0 \{k_x^{(n)2} + k_y^2 + (n\pi/d)^2\} / \omega' (1 \\ &+ 2i\beta a_0 / d \omega') / (n\pi/d) : n=1, 2, \dots \\ &\dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

となるので、各モード $\cos\{k_z^{(n)} z\}$ の内積は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{d} \int_0^d \cos^2\{k_z^{(n)} z\} dz &\sim O(1) \\ \frac{2}{d} \int_0^d \cos\{k_z^{(m)} z\} \cos\{k_z^{(n)} z\} dz &\sim O(\beta) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (26)$$

となる。上式から、比音響アドミッタンスが小さいときには、 $O(\beta)$ の誤差内で $\cos\{k_z^{(n)} z\}$ は互いに独立であるとみなせる。

仮定(3)から、一樣振幅の場合は、じょう乱の各モードの大きさは

$$\begin{aligned} \frac{2}{d} \int_0^d 1 \cdot \cos\{k_z^{(n)} z\} dz &= \frac{2 \sin\{k_z^{(n)} d\}}{k_z^{(n)} d} \\ &= \begin{cases} O(1): n=0 \\ O(\beta): n=1, 2, \dots \end{cases} \quad \dots\dots (27) \end{aligned}$$

となるので、高次モードの大きさは、零次モードよりも β 倍だけ小さい。また、渦あり部分の一次モード以上のじょう乱は、零である。このことから、本論文では、零次モードについてのみ考えることにする。

以下、波数の上付きの (n) を省略する。仮定(6)から $(k_z d) \tan(k_z d) \sim (k_z d)^2$ と近似できるので、零次モードに対する波数は、式(22)、(23)から

$$\begin{aligned} k_{zj}^2 &= -i\beta(k_{xj} U - \omega')^2 / a_0 \omega' d \quad \dots\dots\dots (28) \\ j &= 1, 2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} k_{x1} \\ k_{x2} \end{aligned} \right\} = \frac{-\omega' U A \mp \sqrt{A a_0^2 \omega' - a_0^2 k_y^2 (a_0^2 - A U^2)}}{a_0^2 - A U^2} \quad \dots\dots\dots (29)$$

となる。ここに、

$$A = 1 + i\beta a_0 / \omega' d \quad \dots\dots\dots (30)$$

式(28)、(29)の添字 1, 2 はそれぞれ翼列上流・下流領域に対応している。根号の分岐は、音響エネルギーの伝ば方向が外向きになるよう、分岐点 $\pm a_0 k_y \sqrt{a_0^2 - U^2}$ から $-i\infty$ に至る線分としている。

波数 k_{x1}, k_{x2} は、 $k_y=0$ のとき、すなわち平面波の伝ば方向が軸流方向となると、文献(6)の結果と一致する。なお、 $\omega' = \omega - k_y V = 0$ すなわち、圧力波動の翼列軸方向位相速度 ω/k_y と翼列の周速 V が一致するときには、たとえ β が小さくとも、式(22)の右辺は大きくなるので、本解析法は適用できない。

3. アクチュエータディスク法の適用

前述のように、微小な比音響アドミッタンスを有する吸音壁ダクト内で、翼列翼が一樣な振幅で振動するときには、零次モードのみを考えればよい。したがって、じょう乱の翼幅方向の変化は緩慢であるから、二次元のアクチュエータディスク法⁽⁴⁾を、本解析モデルに適用できると考えられる。流入する流れは渦なしとしているので、翼列上流における速度は、式(31)に示

すように圧力変動を伴う渦なし部分のみから成る。

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \bar{p}_1 \cos(k_{x1}z) \exp(i\Phi_1) \\ \rho_1 &= \bar{\rho}_1 \cos(k_{x1}z) \exp(i\Phi_1) \\ u_1 &= \bar{u}_{p1} \cos(k_{x1}z) \exp(i\Phi_1) \\ v_1 &= \bar{v}_{p1} \cos(k_{x1}z) \exp(i\Phi_1) \\ w_1 &= \bar{w}_{p1} \sin(k_{x1}z) \exp(i\Phi_1) \\ \Phi_1 &= k_{x1}x + k_{y1}y - \omega t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

翼列下流では、翼の振動により渦が放出されるので、式(32)に示すように渦なし部分および渦あり部分から成る。

$$\left. \begin{aligned} p_2 &= \bar{p}_2 \cos(k_{x2}z) \exp(i\Phi_2) \\ \rho_2 &= \bar{\rho}_2 \cos(k_{x2}z) \exp(i\Phi_2) \\ u_2 &= \bar{u}_{p2} \cos(k_{x2}z) \exp(i\Phi_2) + \bar{u}_{v2} \exp(i\Phi_{v2}) \\ v_2 &= \bar{v}_{p2} \cos(k_{x2}z) \exp(i\Phi_2) + \bar{v}_{v2} \exp(i\Phi_{v2}) \\ w_2 &= \bar{w}_{p2} \sin(k_{x2}z) \exp(i\Phi_2) \\ \Phi_2 &= k_{x2}x + k_{y2}y - \omega t \\ \Phi_{v2} &= k_{xv2}x + k_{yv2}y - \omega t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

式(31), (32)の振幅は未知であるが、渦なし部分に関しては、速度と密度は圧力と式(13), (15)の関係があり、また渦あり部分については、式(17), (18)の関係があるから、残る未知数は、例えば $\bar{p}_1$, $\bar{p}_2$ および $\bar{u}_{v2}$ の3個である。これらは、流入条件、アクチュエータディスク面における連続およびエネルギー保存の関係から決定される。

(1) 流入条件 亜音速翼列では、翼後縁で Kutta の条件が課せられる。一方、超音速翼列では翼後縁で圧力の不連続が許されるから、Kutta の条件は成立しない。Whitehead⁽⁴⁾は、流れが定常の場合には超音速翼列入口部とその前方領域において、零入射角の条件が成立することに着目し、これを二次元の超音速非定常翼列に適用し有限ピッチ理論の結果と良く一致する結果を得ている。本解析モデルでは、じょう乱の翼幅方向変化が緩慢であることから、翼幅全領域の各点で零入射角の条件を課すことにする。すなわち、時間平均の食違い角を α_0 、変動成分を $\bar{\alpha} \exp(-i\omega t)$ とすれば、

$$\frac{V+v_1}{U+u_1} = \tan\{\alpha_0 + \bar{\alpha} \exp(-i\omega t)\} \dots\dots\dots (33)$$

変動成分は、

$$\bar{v}_1/V - \bar{u}_1/U = \bar{\alpha}/\cos \alpha_0 \sin \alpha_0 \dots\dots\dots (34)$$

となる。曲げ振動の変位 h が、 $h = h_0 \exp(-i\omega t)$ で与えられるときには

$$\bar{\alpha} = -i\omega h_0/W \dots\dots\dots (35)$$

に相当する。

(2) 連続の関係 アクチュエータディスク面に

において、連続の関係は、密度の時間平均値を ρ_0 とおけば、

$$\begin{aligned} \int_0^d (\rho_0 + \rho_1)(U + u_1) dz \\ = \int_0^d (\rho_0 + \rho_2)(U + u_2) dz \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

にて与えられるから、変動成分に関しては

$$\begin{aligned} \left(\frac{\bar{\rho}_1}{\rho_0} + \frac{\bar{u}_{p1}}{U} \right) (1 - B_1) \\ = \left(\frac{\bar{\rho}_2}{\rho_0} + \frac{\bar{u}_{p2}}{U} \right) (1 - B_2) + \frac{\bar{u}_{v2}}{U} \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

となる。ここに、

$$B_1 = (k_{x1}d)^2/6, B_2 = (k_{x2}d)^2/6 \dots\dots\dots (38)$$

(3) エネルギー保存の関係 エンタルピの時間平均値を H_0 、変動成分を H_1 , H_2 とすれば、エネルギー保存の関係は

$$\begin{aligned} \int_0^d (\rho_0 + \rho_1)(U + u_1)\{H_0 + H_1 \\ + \frac{1}{2}[(U + u_1)^2 + (V + v_1)^2 + w_1^2]\} dz \\ = \int_0^d (\rho_0 + \rho_2)(U + u_2)\{H_0 + H_2 \\ + \frac{1}{2}[(U + u_2)^2 + (V + v_2)^2 + w_2^2]\} dz \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

にて与えられる。等エントロピ流れを仮定しているの
で、 $H = p/\rho_0$ 、したがって変動成分は、

$$\begin{aligned} \int_0^d \left(\frac{p_1}{\rho_0} + Uu_1 + Vv_1 \right) dz \\ = \int_0^d \left(\frac{p_2}{\rho_0} + Uu_2 + Vv_2 \right) dz \dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

となり、式(31), (32)から

$$\begin{aligned} \left(\frac{p_1}{\rho_0} + U\bar{u}_{p1} + V\bar{v}_{p1} \right) (1 - B_1) \\ = \left(\frac{p_2}{\rho_0} + U\bar{u}_{p2} + V\bar{v}_{p2} \right) (1 - B_2) + U\bar{u}_{v2} + V\bar{v}_{v2} \dots\dots\dots (41) \end{aligned}$$

なる関係が得られる。

式(34), (37)および式(41)から流れ場が決定する。翼列上流については、流入条件式(34)と式(13)から

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}_1 &= \rho_0 \omega_0 Z_1, \bar{u}_{p1} = k_{x1} Z_1, \bar{v}_{p1} = k_{y1} Z_1 \\ w_{p1} &= ik_{x1} Z_1, \bar{\rho}_1 = \rho_0 \omega_0 Z_1 / a_0^2 \\ Z_1 &= \bar{\alpha} W^2 / (k_{y1} U - k_{x1} V) \end{aligned} \right\} \dots\dots (42)$$

翼列下流については、渦なし部分の速度および密度を式(13), (15)から圧力 $\bar{p}_2$ で表し、更に渦あり部分の y 方向速度 $\bar{v}_{v2}$ を式(17), (18)を用いて $\bar{u}_{v2}$ で表し、式(37), (41)に代入すれば、 $\bar{p}_2$, $\bar{u}_{v2}$ に関する連立方程式が得られる。これを解いて次の関係を得る。

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}_2 &= \rho_0 \omega_0 Z_2, \quad \bar{u}_{p2} = k_{x2} Z_2, \quad \bar{v}_{p2} = k_y Z_2 \\ \bar{u}_{v2} &= i k_{x2} Z_2, \quad \bar{p}_2 = \rho_0 \omega_0 Z_2 / a_0^2 \\ \bar{u}_{v2} &= k_y \omega (a_0^2 - U^2) (k_{x1} - k_{x2}) Z_1 (1 - B_1) / Y_2 \\ \bar{v}_{v2} &= -k_{xv2} \omega (a_0^2 - U^2) (k_{x1} - k_{x2}) Z_1 (1 - B_1) / Y_2 \\ Z_2 &= Z_1 (1 - B_1) Y_1 / (1 - B_2) Y_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (43)$$

ここに,

$$Y_{1,2} = a_0^2 k_y \omega - (U k_y - k_{xv2} V) (\omega_{01,2} U + a_0^2 k_{x1,2}) \quad \dots\dots\dots (44)$$

4. 非定常空気力

吸音壁ダクト内の翼列翼に働く非定常空気力は、運動量保存則を、翼列一ピッチについて、アクチュエータディスク面に適用することにより求められる。翼の振動の平均位置における翼弦に直角方向の力を、単位長さ当たり、 $F(z) = \bar{F}(z) \exp(-i\omega t)$ とすれば、

$$\bar{F}(z) = -\rho_0 W S \{ \bar{v}_{p2} \cos(k_{x2} z) + \bar{v}_{v2} - \bar{v}_{p1} \cos(k_{x1} z) \} \quad \dots\dots\dots (45)$$

となる。下方翼後縁から発生するマッハ波と隣接翼との交点をPとすれば、零入射角の性質から、翼前縁から点Pまでは圧力差は零となること、更に無次元振動数が小さいときには有限ピッチ理論の結果から分かるように、圧力差分布がほぼ一定になることから、着力点は、点Pと翼後縁との間の等分点にあると考えられる。したがって、翼全体の揚力係数 C_L およびモーメント係数 C_M は

$$C_L = \frac{\int_0^d \bar{F}(z) dz}{\rho_0 S W^2 \bar{a} d} = 2MT(1 - M^2 c^2) (\mu^2 - 2s\mu + 1) \times (1 - B_1) / [M^2 c A(\mu - s) - \mu c - TMs] / [\mu c - \{MT(1 - M^2 c^2) + (1 - A)M^2 c(1 - \mu s)\} \times (\mu - s) / (1 - AM^2 c^2)] \quad \dots\dots\dots (46)$$

$$C_M = \int_0^d \bar{M}(z) dz / \rho_0 S^2 \bar{a} d = \int_0^d \bar{F}(z) S l dz / \rho_0 S^2 \bar{a} d = C_L l, \quad l = \frac{1}{2} \{C/S - (c - \beta s)\} \quad \dots\dots\dots (47)$$

となる。ここに、

$$s = \sin \alpha_0, \quad c = \cos \alpha_0, \quad \mu = \tau W / \omega S = k_y W / \omega \\ T = \sqrt{A(1 - \mu s)^2 - \mu^2(1 - M^2 c^2 A) / M^2}, \\ M = W / a_0 \quad \dots\dots\dots (48)$$

であり、 μ を以後位相差パラメータと呼ぶ。

曲げあるいはねじり振動しているときの一サイクル当たりに空気力が成す仕事を以下のように無次元化して、それぞれ C_{wh} , C_{wa} とすれば

$$C_{wh} = \int_0^d \int_0^{2\pi/\omega} \text{Re}\{\bar{F}(z) \exp(-i\omega t)\} \text{Re}\{-i\omega h_0$$

$$\times \exp(-i\omega t)\} dt / \pi \rho_0 S W \omega h_0^2 d = \text{Re}\{C_{Lh}\} \quad \dots\dots\dots (49)$$

$$C_{wa} = \int_0^d \int_0^{2\pi/\omega} \text{Re}\{\bar{M}(z) \exp(-i\omega t)\} \text{Re}\{-i\omega a_0 \times \exp(-i\omega t)\} dt / \pi \rho_0 S^2 W^2 \bar{a}^2 d = -\text{Im}\{C_{La}\} l \quad \dots\dots\dots (50)$$

C_{wh} , C_{wa} が正のとき空気力は励振力となる。

5. 計算結果および考察

超音速翼列のフラッタに及ぼす吸音壁の効果を調べるために、平行壁の一方を比音響アドミッタンス $[\beta = |\beta| \exp(i\phi) = \xi - i\sigma, \xi = \text{比音響コンダクタンス}, \sigma = \text{比音響サセプタンス}]$ の吸音壁、他方を剛壁 ($|\beta| = 0$) として計算を行った。計算例では、 $|\beta| = 0.001 \sim 0.1$, $\phi = -60^\circ \sim 60^\circ$ とした。翼列の時間平均の食違い角 $\alpha_0 = 60^\circ$, 平行壁間隔 d は、 $d/C = 4.0$ とした。

本論文で採用したアクチュエータディスク法の位相差パラメータ μ の適用範囲を確認するために、剛壁間の二次元流れ中で曲げ振動する場合の揚力係数、およびねじり振動する場合のモーメント係数について、有限ピッチ理論⁷⁾との結果を比較したものを、それぞれ図2, 3に示す。有限ピッチ理論では、無次元振動数 $\omega S / W$ をそれぞれ 0.05, 0.01, 節弦比 S/C を 1 としている。マッハ数 $M = 1.2$ では、 $\mu = 0.652, 5.016$, $M = 1.4$ では、 $\mu = 0.727, 2.810$ の2点においてレゾナンス、その間でサブレゾナンス、外側でスーパーレゾナンスとなる。励振力成分である、曲げ振動時の揚力の実部、およびねじり振動時のモーメントの虚部は $|\mu| < 10$ の範囲で、サブおよびスーパーレゾナンスの両領域において、有限ピッチ理論の結果とよく一致している。したがって、以後は μ のこの範囲でフラッタに及ぼす吸音壁の効果を検討することにする。

図4, 5は、それぞれ曲げ、およびねじり振動するときの空気力仕事の位相差パラメータに対する依存性である。図4, 5の(a)は $|\beta| = 0.03$, (b)は $|\beta| = 0.1$ の場合であり、比較のために剛壁 $|\beta| = 0$ の場合も示してある。ただし、 $\omega W / S = 0.05$ としている。剛壁の場合には、励振力は、曲げ振動では常に負、ねじり振動では、スーパーレゾナンス領域では零、サブレゾナンス領域では一部を除いて正となっている。 $\omega' = \omega - k_y V = 0$, すなわち $\mu = 1.1547$ の近傍は、前述のように本解析の近似は成立しないので除いている。

位相差パラメータが零を含めたスーパーレゾナンス側では、曲げおよびねじり振動ともに、吸音壁の効果は小さい。これに対して、剛壁のとき空気力が大きくなる $\mu = 5.016$ のレゾナンス近傍では、吸音壁の効果は

きわめて大きい。曲げ振動では、極端に大きな減衰力
 は無くなるが、計算した位相差パラメータの範囲では
 依然として、空気力は減衰力として働く。サブレゾナ
 ンス領域では、 ϕ が正のとき減衰力は大きくなるが、
 $\mu > 5.016$ のスーパーレゾナンス側では、逆に ϕ が負の
 ときに減衰力は大きくなる。ねじり振動では、サブ
 レゾナンス領域における励振力は吸音壁により減少す
 る。その傾向は ϕ が正で大きくなると顕著になる。他

方、 $\mu > 5.016$ のスーパーレゾナンス側では、 $\phi < 0$ の吸
 音壁により空気力は励振力として働くようになる。

図6, 7は、それぞれ曲げ、およびねじり振動する
 ときの空気力仕事の比音響アドミッタンスの絶対値に対
 する依存性を、吸音壁の効果が強く現れる位相差パラ
 メータについて示したものである。

比音響アドミッタンスの絶対値が0.01以上からそ
 の影響が現れはじめるが、レゾナンスの極近傍(ここ

図2 曲げ振動するときの揚力係数 ($|\beta|=0$, 有限
 ピッチ理論との比較)

図3 ねじり振動するときのモーメント係数 ($|\beta|=0$, 有限
 ピッチ理論との比較)

(a)

(b)

図4 曲げ振動するときの空気力仕事の位相差パラメータに対する依存性

(a)

(b)

図5 ねじり振動するときの空気力仕事の位相差パラメータに対する依存性

図 6 空気力仕事の比音響アドミッタンスの絶対値に対する依存性(曲げ振動)

では $\mu=4.9$ では、0.001 のきわめて小さい場合にも影響が現れる。曲げ振動のとき、サブレゾナンス領域 ($\mu=4.0$) では $\phi=60^\circ$ 、スーパーレゾナンス領域 ($\mu=5.24$) では $\phi=-60^\circ$ の一部を除いて、空気力仕事は $|\beta|$ とともに単調増加するが、依然として、空気力は減衰力として働く。ねじり振動では、 $\mu=4.0$ のとき、 $|\beta|$ の増加とともに空気力仕事は単調に減少し、励振力は小さくなるが、特に $\phi=60^\circ$ の $|\beta|$ が 0.03 以上でこの傾向は顕著であり、大きな制振効果が期待できる。剛壁のとき空気力仕事を負あるいは零となる $\mu=4.9$, 5.24 では、一部を除き $|\beta|$ の増加とともに空気力仕事は増加し励振力となるが、 $\phi>0$ ではその増加は緩慢である。以上のことから、 $|\beta|>0.03$, $\phi>0$ の吸音壁は、フラッタを抑制するうえで望ましいと言える。

6. 結 言

微小でかつ一様な比音響アドミッタンスを有する吸音壁ダクト内にある直線軸平板翼列が、超音速流れ中で一様振幅の曲げ、およびねじり振動する問題に対して、アクチュエータディスク法を適用し、超音速翼列フラッタに及ぼす吸音壁の効果を調べた。得られた結果を要約すると以下のようである。

図 7 空気力仕事の比音響アドミッタンスの絶対値に対する依存性(ねじり振動)

(1) 剛壁の場合にレゾナンスとなる位相差パラメータの近傍では、吸音壁の効果は、曲げおよびねじりの両振動においてきわめて大きい。一方、位相差パラメータが零を含むスーパーレゾナンス領域では、その効果は全く現れない。

(2) 曲げ振動では、一部の例外を除いて、空気力仕事は $|\beta|$ の増大とともに増大するが、依然として空気力は減衰力として働く。

(3) ねじり振動では、 $|\beta|>0.03$ でかつ正の大きな ϕ のときに、励振力を抑制する効果が期待できる反面、 ϕ が負のとき、空気力仕事を著しく増加させる位相差パラメータの領域がある。

文 献

- (1) Kurosaka, M., *AFOSR-Tech. Rep.*, 1055, (1978).
- (2) 山崎・難波, 機論, 50-449, B (昭 59), 19.
- (3) 渡辺・梶, 機論, 50-459, B (昭 59), 2514.
- (4) Whitehead, D. S. and Davies, M. R. D., *J. Sound Vib.*, 88-2 (1983), 197.
- (5) Goldstein, M. E., *Aeroacoustics* (1976), 220, McGraw-hill.
- (6) Morse, P. M. and Ingard, K. U., *Theoretical Acoustics* (1968), 714, McGraw-hill.
- (7) 菊地, 機論, 47-421, B (昭 56), 1671.

討 論

〔質問〕 難波昌伸・山崎伸彦

〔九州大学工学部〕

振動翼列と吸音側壁の干渉という本来非常に三次元性の強い流れに対して翼幅方向に単一モードのみを採用しているが、これが正当な近似であるとする論理的根拠が極めて薄弱である。まず吸音壁効果は β がいかに小さくても $O(\beta)$ を無視しては現れない。 $O(\beta)$ までとり入れた議論を一貫させる以上、式(26)において $O(\beta)$ を無視することは明らかな矛盾である。モードの独立性が成立しないことは、モード間のエネルギー交換が行われることを意味し、それを無視することは吸音壁効果の重要な特性の一つを無視すること意味する。

次に、式(27)は一樣振幅の仮定には無関係に成立する。一樣振幅には無関係に、例えば剛壁ならば $n \neq 0$ ではモード関数の積分値は零である。 $n \neq 0$ モードが省略できるかどうかは、モード関数の積分値ではなく、流れ場のじょう乱の各モード成分の振幅の大きさを比較して判定されねばならない。

以上の点に関して著者のご見解をお聞かせ願いたい。

〔回答〕 一樣振幅の仮定のもとでは、モード間の干渉の強さが $O(\beta^2)$ となることを、翼列前方領域について示す(翼列後方領域についても同様に示すことができる)。

翼列前方領域におけるじょう乱圧力および速度を N 個のモード関数 $\cos(k_z^{(n)}z)$ を用いて次のように表す。

$$(p_1, u_1, v_1) = \sum_{n=0}^{N-1} (\bar{p}_1^{(n)}, \bar{u}_{p1}^{(n)}, \bar{v}_{p1}^{(n)}) \cos(k_z^{(n)}z) \times \exp(i\Phi_1^{(n)}) \dots\dots\dots (i)$$

ここに、 $\Phi_1^{(n)} = k_{x1}^{(n)}x + k_{y1}y - \omega t$ 。

式(i)を、運動方程式(6)、流入条件式(33)に代入し、それぞれにモード関数 $\cos(k_z^{(m)}z)$ ($m=0, 1, \dots, N-1$)を掛け、 z で積分すれば、

$$\sum_{n=0}^{N-1} \rho_0 (-\omega + Uk_{x1}^{(n)} + Vk_{y1}^{(n)}) C_{m,n} \bar{u}_{p1}^{(n)} + \sum_{n=0}^{N-1} k_{x1}^{(n)} C_{m,n} \bar{p}_1^{(n)} = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} \rho_0 (-\omega + Uk_{x1}^{(n)} + Vk_{y1}^{(n)}) C_{m,n} \bar{v}_{p1}^{(n)} + \sum_{n=0}^{N-1} k_{y1}^{(n)} \times C_{m,n} \bar{p}_1^{(n)} = 0 \dots\dots\dots (iii)$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{\bar{v}_{p1}^{(n)}}{V} - \frac{\bar{u}_{p1}^{(n)}}{U} \right) C_{m,n} = \bar{\alpha} D_m / \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 \dots\dots (iv)$$

となる。これは $\bar{u}_{p1}^{(n)}$, $\bar{v}_{p1}^{(n)}$, $\bar{p}_1^{(n)}$ に関する $3N$ 元の連立一次方程式である。ここに、 $C_{m,n}$ および D_m はそれぞれ式(26), (27)にて定義される。側壁が吸音壁の場合には一般にモード間の干渉があるので、連立方程式(ii)~(iv)を解くことにより翼列前方領域の流れ場が決定するが、特に側壁が剛壁のときには $C_{m,n}=0$ ($m \neq n$)となるので、各モードは互いに独立に決定する。一方、側壁が吸音壁で、かつ比音響アドミッタンス β が小さいときには、 $C_{m,n}$ は式(26)から $m=n$ のとき $O(1)$, $m \neq n$ のとき $O(\beta)$ となる。さらに、一樣振幅の場合には、 D_m は式(27)から $m=0$ のとき $O(1)$, $m \neq 0$ のとき $O(\beta)$ となる。

いま、各項の大きさを調べるために、 $\bar{v}_{p1}^{(n)}/V - \bar{u}_{p1}^{(n)}/U$ を $x^{(n)}$ とし、 $C_{m,n}$ および $\bar{\alpha} D_m / \cos \alpha_0 \sin \alpha_0$ を $O(1)$ あるいは $O(\beta)$ と略記して式(iv)を表せば、

$$\left. \begin{aligned} O(1) \cdot x^{(0)} + O(\beta) \cdot x^{(1)} + \dots + O(\beta) \cdot x^{(N-1)} \\ &= O(1) \\ O(\beta) \cdot x^{(0)} + O(1) \cdot x^{(1)} + \dots + O(\beta) \cdot x^{(N-1)} \\ &= O(\beta) \\ O(\beta) \cdot x^{(0)} + O(\beta) \cdot x^{(1)} + \dots + O(1) \cdot x^{(N-1)} \\ &= O(\beta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (v)$$

式(v)の第2~ N 式より、 $x^{(1)}, \dots, x^{(N-1)}$ は $O(\beta)$ となること、さらに、第1式では左辺第2~ N 項は $O(\beta^2)$ となることが示される。したがって、一樣振幅で、かつ $O(\beta)$ の範囲では相互干渉の効果は現れないことになる。以上の理由により、本論文では、 $n=0$ のモードのみを考えている。

〔質問〕 剛壁の場合のじょう乱量を $O(1)$ とすると、吸音壁の場合のじょう乱量と剛壁の場合のそれとの差が $O(\beta)$ であって、これが評価の対象となっていることをまず明記したい。さらに $x^{(0)}$ 自身も剛壁の場合の値 $x_0^{(0)} \sim O(1)$ と吸音壁効果分 $x_1^{(0)} \sim O(\beta)$ の和 $x^{(0)} = x_0^{(0)} + x_1^{(0)}$ と表すべきである。ゆえに $x_1^{(0)}$ と同様に $O(\beta)$ の $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots$ も考慮に入れなくては論理は一貫しない。これはまた $0-1$, $0-2$, $\dots$ 間のモード干渉効果は $O(\beta)$ であって $O(\beta^2)$ ではないことを意味する。ちなみに $1-2$, $1-3$ 間などの干渉効果は $O(\beta^2)$ である。以上の理由により、三次元性が重要な本問題において、貴論文では三次元効果が正当に取扱われていないと言わざるを得ない。いかがお考えか。

〔回答〕 ご指摘のように、また前回答でも示した

ように、 $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots$ は $O(\beta)$ となる。したがって、じょう乱の各モード成分の大きさを問題にするときは、一次以上のモードも考慮しなければならない。このことから質問者らは、さらに零次モードと一次モード以上のじょう乱間の相互干渉の大きさも $O(\beta)$ となると主張している。しかし、本論文では一様振幅の振動を扱っているので、著者らは、以下に示すようにこれが $O(\beta^2)$ であると考ええる。

式(v)の第1式において、 $x^{(0)} = x_0^{(0)} + x_1^{(0)} \sim O(1) + O(\beta)$ および $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots \sim O(\beta)$ を代入すれば、第1項の大きさは $\{O(1) + O(\beta)\} \cdot O(1)$ 、零次モードと一次以上のモード間の相互干渉を示す第2項以下の大きさは $O(\beta) \cdot O(\beta)$ となる。したがって、 $O(\beta^2)$ を無視する近似では第2項以下は省略でき、このことは $x_1^{(0)}$ が $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots$ とは独立に決定できることを意味している。

また、翼全体についての空気力は、式(21)、(45)および式(i)を参考にして、空気力分布 $\tilde{F}(z)$

$$\begin{aligned} \tilde{F}(z) = & -\rho W s \sum_{n=0}^{N-1} \{ \tilde{v}_{p2}^{(n)} \cos(k_{z2}^{(n)} z) \\ & + \tilde{v}_{b2}^{(n)} \cos(n\pi z/d) - \tilde{v}_{p1}^{(n)} \cos(k_{z1}^{(n)} z) \} \quad \dots\dots (vi) \end{aligned}$$

を翼幅方向に積分して求められる。各モード成分の大きさを調べるために、 $\tilde{v}_{p2}^{(n)}, \tilde{v}_{b2}^{(n)}$ および $\tilde{v}_{p1}^{(n)}$ を $x^{(n)}$ 、また $k_{z1}^{(n)}, k_{z2}^{(n)}$ および $n\pi/d$ を $k_z^{(n)}$ と表し、さらに式(27)を用いれば

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{d} \int_0^d \tilde{F}(z) dz \sim \frac{1}{d} \int_0^d \sum_{n=0}^{N-1} x^{(n)} \cos(k_z^{(n)} z) dz \\ & \sim \{x_0^{(0)} + x_1^{(0)}\} \cdot O(1) \\ & + \{x^{(1)} + x^{(2)} + \dots + x^{(N-1)}\} \cdot O(\beta) \quad \dots\dots\dots (vii) \end{aligned}$$

となり、翼全体に働く空気力に及ぼす吸音壁の効果は、零次モードでは $x_1^{(0)} \cdot O(1) \sim O(\beta)$ となるが、一次以上のモードは $\{x^{(1)} + x^{(2)} + \dots + x^{(N-1)}\} \cdot O(\beta) \sim O(\beta^2)$ となる。また、空気力仕事も同様である。

以上のように、一様振幅の振動では、各モード成分における吸音壁の効果は $O(\beta)$ であるが、モード間の相互干渉の大きさは $O(\beta^2)$ となること、およびフラッタ発生の目安となる翼全体の空気力の仕事において一次以上のモードの仕事の大きさが $O(\beta^2)$ となることから、本論文では零次モードのみを考えている。