くさび上の強制対流膜沸騰熱伝達*

中山 顕**, 児山 仁**

Forced Convection Film Boiling on a Wedge

by Akira NAKAYAMA and Hitoshi KOYAMA

An integral procedure based on the two-phase boundary layer theory is proposed for the analysis of forced convection film boiling on a wedge. The effects of pressure gradient, superheating, subcooling and liquid Prandtl number on the flow and heat transfer characteristics are investigated in detail. Asymptotic expressions are reduced under various limiting conditions. It was found that, when subcooling is low, the friction coefficient grouping $C_{fx}Re_x^{1/2}$ initially decreases, and then increases as superheating becomes significant.

Key Words: Film Boiling, Forced Convection, Two-Phase Flow, Boundary Layer

1. ま え が き

強制対流場の膜沸騰は伝熱の観点からのみならず水中を移動する物体の抗力を減ずる一手段としても注目されている⁽¹⁾。液体の過冷をも考慮し行った解析としては球に関するWilson⁽²⁾のもの、くさびに対するWalsh-Wilson⁽³⁾のもの、また水平円柱について体積力をも考慮に入れた茂地ら⁽⁴⁾の近似解があげられる。しかしいずれの解析においても過冷度が増し界面速度が境界層外縁速度を下まわる場合には液相に対してポテンシャル流れを想定しており広範囲の液体プラントル数域を考えるには至っていない。また抗力の検討も見当たらない現状を踏まえ、圧力こう配、過熱度、過冷度に加え液体プラントル数が強制対流膜沸騰熱伝達に及ぼす効果を広範囲に考察するべく、高精度の近似解法を提案する。幾何学的形状としてくさびを取り上げ、種々の漸近状態を考える手続きを通してWalsh-Wilson⁽³⁾の求めた近似解が本漸近解中に特殊例として包含されていることを示す。また過冷度が小さい場合、 $C_{fx}Re_x^{1/2}$ は過熱度の増加につれ極小値を示した後、逆に増大するなど、平板⁽¹⁾⁽⁵⁾には見られなかった傾向

も考察する。

2. 解 析

図1に示す座標系に基づき基礎方程式群を与える。

$$\nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{\rho_f}{\rho} u_e \frac{du_e}{dx} = -m \frac{\rho_f}{\rho} \frac{u_e^2}{x} \dots\dots (1\cdot a)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots (1\cdot b)$$

$$(0 \leq y \leq \delta)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} (u_e u - u^2) dy + \frac{du_e}{dx} \int_0^{\delta} (u_e - u) dy = \nu_f \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=\delta} \dots\dots (2\cdot a)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho C_{pf} u (T - T_e) dy = -k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=\delta} \dots\dots\dots (2\cdot b)$$

$$\rho h_{fg} \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u dy = k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=\delta} - k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=\delta} \dots\dots\dots (3\cdot a)$$

$$\mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=\delta} = \mu_f \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=\delta} \dots\dots\dots (3\cdot b)$$

液体の諸量については密度 ρ_f 、粘度 μ_f ($\nu_f = \mu_f / \rho_f$)、熱伝導率 k_f 、比熱 C_{pf} のように添字 f を用いて明示してある(蒸気には特に添字を用いない)。また添字 w, i ,

* 原稿受付 昭和60年2月14日。

** 正員、静岡大学工学部 (〒432 浜松市城北3-5-1)。

e は壁面, 気液界面, 液相境界層外えんをそれぞれ意味する。なお, h_{fg} : 蒸発潜熱, δ : 蒸気膜厚さ, Δ : 液体速度境界層厚さ, Δ_t : 液体温度境界層厚さ, $m = \phi/(\pi - \phi)$: くさび角パラメータである。(以下の解析は図1に示す $\Delta > \Delta_t$ の場合に限るものではない。) 蒸気膜に関する式(1)は通常の過熱度域において, 慣性項, 対流項が無視できる事実⁽¹⁾⁽⁵⁾に基づいており, これより放物形速度分布, 線形温度分布が即座に求まる。なお液相の式(2)を導くに際し平板の時⁽⁶⁾と同様 $\rho/\rho_f (\ll 1)$ のオーダーの項を無視している。式(2)と式(3)に対し上記の蒸気膜内分布, また液相内分布として二次式⁽⁵⁾を想定する。相似性に留意し微積分を実行し Δ, Δ_t, δ を消去した後, 次の3式を得る。

$$\zeta^{*2} = \frac{15}{2} \frac{(1+m)D}{(1+3m)\left(1+\frac{3}{2}u_i^*\right)+5m} \quad (4\cdot a)$$

$$\left(\frac{\mu}{\mu_f}\right) = \frac{4}{15} \frac{\Lambda}{mu_i^*} \left(\frac{1-u_i^*}{1-\Lambda}\right)^2 \left[(1+3m) \times \left(1+\frac{3}{2}u_i^*\right)+5m\right] \quad (4\cdot b)$$

$$\left(\frac{\mu}{\mu_f}\right) \left(\frac{H}{P_{rf}R}\right) = \frac{1+m}{2m} \times \frac{u_i^{*2} \Lambda \left(1+\frac{\Lambda}{3}\right)}{1-\left(\frac{1-\Lambda}{1-u_i^*}\right) u_i^* \zeta^* (\Gamma \sqrt{P_{rf}})} \quad (4\cdot c)$$

ここで

$$u_i^* = u_i/u_e \quad (5\cdot a)$$

$$\Lambda = -\frac{1}{2} \frac{\delta^2}{u_i} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{y=0} \quad (5\cdot b)$$

$$\zeta^* = \frac{\zeta}{\sqrt{P_{rf}}} \quad (5\cdot c)$$

$$\zeta = \Delta/\Delta_t \quad (5\cdot d)$$

$$\Gamma \sqrt{P_{rf}} = \left[\frac{P_{rf} C_{pf} (T_i - T_e)}{P_{rf} C_{pf} (T_w - T_i)} \right] \sqrt{P_{rf}} \quad (5\cdot e)$$

$$D = \begin{cases} [10 + (10\zeta - 5\zeta^2 + \zeta^3)(u_i^* - 1)]/30 & (\zeta \leq 1) \\ [10\zeta^2 + (1 - 5\zeta)(u_i^* - 1)]/30\zeta^2 & (\zeta \geq 1) \end{cases} \quad (5\cdot f)$$

図1 物理モデルと座標系

問題の解法は与えられたパラメータ m , 粘度比 μ/μ_f , 液体プラントル数 P_{rf} , 過冷度に関する $\Gamma \sqrt{P_{rf}}$, さらに過熱度に関する $H/P_{rf}R$ (顕潜熱比 $H = c_p(T_w - T_i)/h_{fg}$, 密度粘度比 $R = \rho\mu/\rho_f\mu_f$) について式(4・a)~(4・c)より未知の形状係数 ζ^* , Λ , u_i^* を決定する操作に帰着される。この時, ヌセルト数 $N_{ux} = -\frac{x}{T_w - T_i} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$, 摩擦係数 $C_{fx} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} / \frac{1}{2} \rho u_e^2$ は次式より算出される ($Re_x = u_e x / \nu_f$):

$$N_{ux}/Re_x^{1/2} = \left(\frac{m}{2u_i^* \Lambda (\mu/\mu_f)} \right)^{1/2} \quad (6\cdot a)$$

$$C_{fx} Re_x^{1/2} = (1+\Lambda) \left(\frac{2mu_i^*}{\Lambda} \frac{\mu}{\mu_f} \right)^{1/2} \quad (6\cdot b)$$

実際の計算は $m, \mu/\mu_f, P_{rf}$ に加え ζ^* を与え $H/P_{rf}R$ を算出する逆解法を採用すればよく, 反復計算の必要はない。なお式(4)~(6)より下記の漸近式が導かれる。

$H/P_{rf}R \ll 1$:

$$N_{ux}/Re_x^{1/2} = \left[\frac{(1+m)^2(1+8m)}{120} \right]^{1/6} / \left(\frac{\mu}{\mu_f} \right) \left(\frac{H}{P_{rf}R} \right)^{1/3} \quad (7\cdot a)$$

$$C_{fx} Re_x^{1/2} = \left[\frac{8}{15} (1+8m) \right]^{1/2} \quad (7\cdot b)$$

$H/P_{rf}R \gg 1$ の飽和液 ($\Gamma = 0$):

$$N_{ux}/Re_x^{1/2} = \left[\frac{m(1+m)}{24} \right]^{1/4} / \left(\frac{\mu}{\mu_f} \right)^{3/4} \left(\frac{H}{P_{rf}R} \right)^{1/4} \quad (7\cdot c)$$

$$C_{fx} Re_x^{1/2} = \left(\frac{24m^3}{1+m} \right)^{1/4} \left(\frac{\mu}{\mu_f} \right)^{3/4} \left(\frac{H}{P_{rf}R} \right)^{1/4} \quad (7\cdot d)$$

$H/P_{rf}R \gg 1, \Gamma \sqrt{P_{rf}} \ll \left[\frac{3m}{2(1+m)} \frac{\mu}{\mu_f} \right]^{1/2}$ の過冷液:

$$N_{ux}/Re_x^{1/2} = \left[\frac{m(1+3m)}{10} \zeta^{*3} \right]^{1/4} \left(\frac{\mu_f}{\mu} \Gamma \sqrt{P_{rf}} \right)^{3/4} \quad (7\cdot e)$$

$$C_{fx} Re_x^{1/2} = \left(\frac{10m^3}{1+3m} \frac{1}{\zeta^{*3}} \right)^{1/4} / \left(\frac{\mu_f}{\mu} \Gamma \sqrt{P_{rf}} \right)^{3/4} \quad (7\cdot f)$$

ここで

$$\zeta^* = \left(\frac{5}{3} \frac{1+m}{1+3m} \right) \sqrt{P_{rf}} (P_{rf} \ll 1) \quad (7\cdot g)$$

$$\zeta^* = \left(\frac{5}{3} \frac{1+m}{1+3m} \right)^{1/2} (P_{rf} \gg 1) \quad (7\cdot h)$$

$H/P_{rf}R \gg 1, \Gamma \sqrt{P_{rf}} \gg \left(\frac{3m}{2(1+m)} \frac{\mu}{\mu_f} \right)^{1/2}$ の過冷液:

$$N_{ux}/Re_x^{1/2} = \left[\frac{2(1+8m)}{15} \zeta^{*2} \right]^{1/2} \frac{\mu_f}{\mu} \Gamma \sqrt{P_{rf}} \quad (7\cdot i)$$

$$C_{fx} Re_x^{1/2} = \left[\frac{8}{15} (1+8m) \right]^{1/2} \quad (7\cdot j)$$

図2 厳密解との比較

ここで

$$\zeta^* = \left(\frac{5}{2} \frac{1+m}{1+8m} \right)^{1/2} (Pr_f \ll 1) \quad \dots\dots\dots (7 \cdot k)$$

$$\zeta^* = \left(\frac{5}{4} \frac{1+m}{1+8m} \right)^{1/3} / Pr_f^{1/6} (Pr_f \gg 1) \quad \dots\dots\dots (7 \cdot l)$$

過冷度の大小に応じて求めた Walsh-Wilson⁽³⁾の2種の近似解析解は式(7・c)および(7・i) ($Pr_f \ll 1$) に一致する〔ただし式(7・i)中の係数2/15はWalsh-Wilsonらによれば2/5π〕。

3. 結果の検討

計算は直角くさび ($m=1/3$), $\mu/\mu_f=0.06$ として行った。計算結果と厳密解⁽³⁾との比較を図2, また漸近解との比較を図3, 4に示す。 Pr_f の影響を調べるべく $Pr_f=10^{-2}, 10^2$ の漸近線も添えてある。 $\Gamma\sqrt{Pr_f}$ が小さい時には $C_{fx} Re_x^{1/2} - H/PrR$ 線図に極小値 ($u_i^*=1$) なる点に対応) が出現し, 過熱度が高く, $u_i^* \gg 1$ となる状態では逆に抗力が单相流のそれ〔式7・(b)〕を上まわる結果となる。なお, $u_i^*[(H/PrR) \rightarrow \infty] = 1$ となる $\Gamma\sqrt{Pr_f} = \{[3m/2(1+m)](\mu/\mu_f)\}^{1/2} \approx 0.15$ においては広範囲の H/PrR にわたり抗力の低減が可能であ

図3 局所ヌセルト数

図4 局所摩擦係数

る。

文 献

- (1) Cess, R. D. and Sparrow, E. M., *Trans. ASME, Ser. C*, 83-1 (1962), 55.
- (2) Wilson, S. D. R., *Int. J. Heat Mass Transf.* 22-2 (1979), 207.
- (3) Walsh, S. K. and Wilson, S. D. R., *Int. J. Heat Mass Transf.* 22-4 (1979), 569.
- (4) 茂地・ほか2名, 機論, 48-432, B (昭57), 1539.
- (5) Nakayama, A. and Koyama, H., *Integral Treatment of Subcooled Forced Convection Film Boiling on a Flat Plate, Wärme Stoffübertrag.*, (in Press).