回転流路の乱流の数値解析*

(第2報, 乱れの生成におけるコリオリ力の影響)

三宅 裕**, 梶島 岳夫***

Numerical Simulation of the Effects of Coriolis Force on the Structure of Turbulence (2nd Report, Structure of Turbulence)

by Yutaka MIYAKE and Takeo KAJISHIMA

Characteristics of the structure of turbulent flow in a rotating channel have been investigated numerically using Large Eddy Simulation (LES). The authors' previous paper reported successful prediction of the global effect of Coriolis force by simulation. In this paper, attention is focused on the behaviour of large eddies, and the mechanism of production of turbulence under the action of Coriolis force is discussed. LES is confirmed to be useful in simulating actual turbulent eddies to obtain information which is difficult to get experimentally. It is suggested that, in the Coriolis force field, the so-called "sweep" and "eject", which make a positive contribution to the production of Reynolds stress and turbulent energy, are intensified, while contribution of "interaction" varies little, on the pressure surface side. Contrarily, on the stabilized side, the streak structure, which is closely associated with the production of turbulence, is observed to disappear.

Key Words: Fluid Mechanics, Turbulence, Numerical Simulation, Large Eddy Simulation, Rotating Channel, Coriolis Force, Turbulent Structure

1. 緒 言

回転流路の乱流せん断流では, せん断応力や乱れの強さの分布がコリオリ力により変化することが, Johnston ら⁽¹⁾や児山ら⁽²⁾により実験的に知られている。また圧力側では Taylor-Görtler 渦形の二次流れが生じ, これが流れの不安定にかかわっていることが示されている⁽¹⁾⁽³⁾。この流れに対して, 著者らは理論的予測のために Large Eddy Simulation (LES) の方法の適用を試み, その結果を前報⁽⁴⁾に報告した。LES は大規模な演算を必要とするが, 少なくとも設計の実務でない流れ機構の解明の目的には実用に供しうる方法である。また前報に述べたように, 乱れの統計量に与える流路の回転の影響について妥当な結果が得られ, 困難な実験を補完する有用な方法であることが確かめられた。

LES は乱流渦を数値的にシミュレートするので, 実験に比べて

(1) 流れに影響を与えることなく, データの抽出や流れ場の観察が可能である

(2) 流速計による測定は基本的には点情報であるが, LES では流れ場全体を瞬時にとらえ得る

(3) 同時に, レイノルズ応力などの変動量の多重相関, 渦度, 乱れの生成項といった実測困難な量の分布を示すことができる

などの点で有利である。そこで本報では, この利点を生かして乱れの時間的平均量だけではなく乱流渦に注目し, その挙動に対するコリオリ力の影響を調べる。このような分析は回転場の実験では極めて困難であり, 本報の考察は数値シミュレーションの最も有効な活用であると考えられる。

2. 数 値 計 算 ス キ ーム

詳細は前報⁽⁴⁾で述べられているので, ここでは概略のみを示す。

2・1 基礎方程式 図1のような一定角速度で回転する無限平行平板間の非圧縮性流体の十分に発達したポアズイユ流れを考える。座標系は平板とともに回転し, 平板に垂直方向に x_1 , 平均流方向に x_2 座標をとり, 回転軸は x_3 方向とする。

流れ場をフィルタリングにより, 大スケール流れ $\bar{u}$ と小規模の変動 u' に分離する ($u = \bar{u} + u'$)。また平板に平行な x_2 - x_3 面内の平均を $\langle u \rangle$, それからの変動

* 昭和60年11月20日 関西支部第245回講演会において講演, 原稿受付 昭和60年1月31日。

** 正員, 大阪大学工学部 (〒565 吹田市山田丘2-1)。

*** 学生員, 大阪大学大学院。

を u'' で表すことにする ($u = \langle u \rangle + u''$)。

図1の流路における相対流れを考え、大スケール流れに対する Navier-Stokes の運動方程式を扱う。小規模渦は、その消散的な作用をモデル化され、大スケール流れの方程式に組み込まれる。

無次元化のパラメータとして、座標 x_i には流路幅 H 、速度 $\bar{u}_i$ には両壁面 ($x_1=0,1$) の摩擦応力の平均値に基づく摩擦速度 u_*^* を用いる。さらに時間 t を H/u_*^* 、角速度 ω を u_*^*/H 、圧力 $\bar{p}$ を ρu_*^{*2} でそれぞれ無次元化して表すことにする。

2.2 数値計算スキーム 主流方向には平板の間隔の4.8倍、スパン方向には1.2倍の計算領域をとり、これを $32 \times 32 \times 32$ の差分格子に分割する。 x_1 方向には壁面の近傍で密になる不等間隔格子とし、 x_2, x_3 方向には等間隔に格子を設ける。

各格子点に速度分布を与え、運動方程式と連続の式から導かれる連立方程式を解いて、時々刻々変化する乱流渦をシミュレートする。流路幅 H と摩擦速度 u_*^* に基づくレイノルズ数 R_*^* を500に設定して計算を行う。

3. コリオリ力の効果

乱流渦の挙動を考えるうえでは、局所的なレイノルズ応力や乱れのエネルギーの変化を調べることが必要である。

3.1 4象限分解による解析 Brodkey ら⁽⁵⁾の実

図1 流路と座標

図3 各象限の運動が現れる頻度

験に用いられた4象限分解の方法を本数値解析にも適用する。すなわち図2のように、流れ場を乱れ速度 $\bar{u}_1$ と $\bar{u}_2$ の符号により四つの運動に分けて考える。本計算は $\omega > 0$ で行われているので平均コリオリ力は x_1 方向に働き、 $x_1=1$ の面が圧力側、 $x_1=0$ の面が負圧側となる。

圧力側では、第1象限に入る運動は壁向き的高速流れ(スweep)、第3象限は壁から離れる低速の流れ(イジェクト)で、両者は $\bar{u}_1 \bar{u}_2 > 0$ であるからレイノルズ応力に対して正の寄与をする。また第2, 4象限はそれぞれ外向き、内向きのインタアクションで、レイノルズ応力には負の寄与をする。一方負圧側では第2象限はスweep、第4象限はイジェクトで、第1, 3象限はインタアクションとなる。

静止流路 ($\omega=0$)、回転流路 ($\omega=1$) の場合について、各象限に属する運動が現れる頻度を図3に、大スケールの速度変動のレイノルズ応力 $\bar{u}_1 \bar{u}_2$ を4象限分解した結果を図4に示す。これらは x_2 - x_3 断面内の各格子点で、その位置の乱れ速度の属する象限を判別し、各象限ごとにその運動が生じた回数と速度相関 $\bar{u}_1 \bar{u}_2$ の和をとって、全格子数 (32×32) で割ったものである。計算領域に匹敵するスケールの乱流渦が現れるので、 x_2 - x_3 面内の平均 $\langle \rangle$ は時間とともに多少変動する。そこで図3, 4では、これをさらに十分長い時間で平均した値 $\langle \rangle$ を示した。

図2 4象限分解

図4 レイノルズ応力の4象限分解

静止流路の場合、スイープとイジェクトの発生機会はほぼ均衡するが、レイノルズ応力への寄与はイジェクトのほうが大きい。またインタアクションによるレイノルズ応力への逆の寄与は非常に小さい。

回転流路の圧力側では、レイノルズ応力に対するスイープとイジェクトの正の寄与は増加するが、インタアクションによる負の寄与はあまり変化せず、レイノルズ応力の平均値は大きくくなっている。0.4 < x₁ < 0.9 で第1象限の圧力壁向き的高速流の発生率が4割近くと、他に比べて特に大きくなる。しかし、図4によれば、第3象限の低速流体の圧力壁からの噴き出しのほうがレイノルズ応力への寄与は大きい。すなわち圧力側でのレイノルズ応力の増大は、壁から遠くまで噴き上げる低速流体によって強く支えられていることがわかる。一方負圧側では、前報⁽⁴⁾で示したように乱流構造が崩れるので、各象限の発生割合が均一化し、レイノルズ応力への寄与も小さくなる。

図5 速度変動とコリオリ力

3.2 乱れの生成機構 ここで大スケールの乱れ速度による局所的なレイノルズ応力 $\bar{u}_i'' \bar{u}_j''$ の輸送方程式における(回転の効果を含めた)生成項を考える。レイノルズせん断応力 $\bar{u}_1 \bar{u}_2''$ の生成項は

$$P_r = -\bar{u}_1'' \frac{\partial \langle \bar{u}_2 \rangle}{\partial x_1} + 2\omega(\bar{u}_2''^2 - \bar{u}_1''^2) \quad \dots\dots\dots (1)$$

で、各方向のレイノルズ垂直応力 $\bar{u}_k'' \bar{u}_k''$ (縮約をとらない) の生成項はそれぞれ

$$P_1 = 0 + 4\omega \bar{u}_1 \bar{u}_2'' \quad \dots\dots\dots (2\cdot a)$$

$$P_2 = -2\bar{u}_1 \bar{u}_2'' \frac{\partial \langle \bar{u}_2 \rangle}{\partial x_1} - 4\omega \bar{u}_1 \bar{u}_2'' \quad \dots\dots\dots (2\cdot b)$$

$$P_3 = 0 + 0 \quad \dots\dots\dots (2\cdot c)$$

となる。また乱れのエネルギー

図6 Large Eddy (低速流体塊)

図7 Large Eddy (x₁-x₂断面, x₃=0.375)

$$\bar{q}^2 = \frac{1}{2}(\bar{u}_1^2 + \bar{u}_2^2 + \bar{u}_3^2) \dots \dots \dots (3)$$

の生成項は

$$P_q = -\bar{u}_1 \bar{u}_2'' \frac{\partial \langle \bar{u}_2 \rangle}{\partial x_1} + 0 \dots \dots \dots (4)$$

である。式(1), (2), (4)の右辺第2項は回転の影響を表す。前報⁽⁴⁾では x_2 - x_3 断面でこれらの平均をとった式で、流路の回転による流れ場の平均量の変化について述べた。

静止流路の乱れの生成は、壁に向かう高速の流体、壁から離れる低速流れが局所的な環境から正のフィードバックを受けてその乱れ運動が促進されるという機

構である⁽⁶⁾。すなわちスweep部とイジェクト部では式(1), (4)の右辺第1項の符号から、レイノルズ応力や乱れのエネルギーの生成が増加し、この流れがますます発達して乱流生成の中心となる。

回転時には変動速度 ($\bar{u}_1$, $\bar{u}_2''$, $\bar{u}_3$) に対して、コリオリ力 ($2\omega\bar{u}_2''$, $-2\omega\bar{u}_1$, 0) が作用する。両壁面側でのスweepとイジェクトについて、 x_1 - x_2 面内で変動速度 (u'') とそれに加わるコリオリ力 (c'') の方向を図5に示す。圧力側では図5あるいは式(2・a)からわかるように、レイノルズ応力に正の寄与をもつスweepとイジェクトに対し、コリオリ力は壁垂直方向の乱れの促進の作用をする。 $\bar{u}_1^2$ が増加した結果、式(1)の右辺第

(a) $\bar{u}_2'' (\omega=1, x_1=0.038, \delta=0.71)$

(b) $\bar{u}_2'' (\omega=1, x_1=0.691, \delta=1.08)$

(c) $\bar{u}_2'' (\omega=1, x_1=0.962, \delta=2.50)$

(d) $\bar{u}_2'' (\omega=0, x_1=0.038, \delta=1.84)$

(e) $\bar{u}_2'' (\omega=1, x_1=0.962, \delta=45.2)$

図 8 Large Eddy (x_2 - x_3 断面)

1項が大きくなり、レイノルズ応力はますます増大する。さらに式(4)により乱れが活発になる。すなわち回転場の圧力壁面側の乱れの増大機構は、コリオリ力による高速流体の壁へのたたき付けと、これに伴う低速流体の壁からの押し出し効果である。

コリオリ力により壁にたたき付けられたスィープ流体は、その位置での流れに同化するが、入れ替わりに低速流体を壁から遠ざける方向へ強く押し出す。このようにして生じたイジェクトは、高乱れの流体を流路中央部に運搬する。これが図4の圧力側のイジェクト部におけるレイノルズ応力の著しい増加の原因である。

一方負圧側では、コリオリ力はスィープとイジェクトに対しては壁垂直方向の乱れ速度を抑制し、レイノルズ応力の生成を小さくする。インタクションに対してはこの方向の速度を増加させるが、この流れはレイノルズ応力に負の寄与をするので、式(4)の符号から乱れの生成にはプラスにならない。したがって負圧側ではレイノルズ応力、乱れのエネルギーは減少する。

4. 乱流渦の観察

本章では乱流渦の観察を通して、これまでに議論した回転場における乱流構造および乱流生成機構の変化

を検証する。

まず $\omega=1$ のときのある瞬間の流れ場の全容を図6に示す。図6は、 x_1 - x_3 断面内で主流方向乱れ速度の等速度線図 ($\bar{u}_2' = -3$ の線) を各断面位置で描き、これを x_2 方向に連ね、さらにその輪郭を結んだもので、低速流体塊を表している。煩雑を避けるため低速部のみを示したが、高速部についても同様の構造がみられる。圧力壁 (p.s.) 側ではいくすじものしま模様が現れ、乱流渦が活発であることがわかる。これに対して負圧壁 (s.s.) 側では、強い乱れはわずかに散見されるのみである。

次にいくつかの断面内で大スケール渦を示す。等高図では、正の値を実線で、負の値を破線で表し、等高線の刻み幅を δ で示す。

図7は $\omega=1$ のときの x_1 - x_2 断面での瞬時的な乱れの分布の一例である。平均流は図の右向きで、上辺は負圧側壁面 (s.s.)、下辺は圧力側壁面 (p.s.) を示す。図7(a)、(b)はそれぞれ乱れの速度の x_1 方向、 x_2 方向成分の等速度線図で、圧力壁面に沿っていくつかのスィープとイジェクトがみられる。図7(c)はレイノルズ応力分布であるが、圧力側に大きな値が現れ、負圧側の応力は低レベルである。図7(d)は圧力変動の等圧力線図である。ただし本計算スキームでは圧力

図9 Large Eddy (x_1 - x_3 断面, $x_2=3.0$)

図 10 乱れの生成 ($\omega=1$, x_1 - x_3 断面, $x_2=3.0$)

$\bar{p}$ の代わりに小スケール項 λ_{kk} を含む。

$$\hat{p} = \bar{p} - \frac{r^2 \omega^2}{2} + 2x_2 + \frac{1}{3} \lambda_{kk} \dots \dots \dots (5)$$

を解いており、 $\hat{p}$ を純粹に取り出すことはできないので、ここでは圧力として $\hat{p}$ の分布を図 7 (d) に示す(ただし r は回転軸からの距離)。この乱れの模様は速度乱れのように主流方向に引伸されてはいない。このことは非回転流路での測定結果⁽⁷⁾と一致する。

図 8 は壁面に平行な x_2 - x_3 断面図の例である。図 8 (a)~(c) は、 $\omega=1$ のときのそれぞれ負圧壁面近傍、流路の中ほど、圧力壁面近傍における主流方向速度の乱れの等速度線図である。図 8 では刻み値 δ は各面で別個に決められている。すなわち負圧側壁面付近では大規模な乱れの構造が見られるが、 $\delta=0.71$ と、圧力側の $\delta=2.50$ と比べてはるかに小さいので、乱れは極めて弱い。比較のために図 8 (a) と同位置で、静止流路の場合の乱れ速度分布を図 8 (d) に示す。回転流路の圧力側のほうが渦は細くなるが、 v/u^* を単位とする尺度 λ^* で測るストリーク構造のスケールは、主流方向、スパン方向とも回転によりほとんど変化しない。また図 8 (e) は図 8 (c) と同じ断面位置での渦度 ω_2 の分布である。LES によれば渦度のような測定困難なデータも容易に取り出すことができる。実線と破線の長いしまが並んでいるところがいくつか観察されるが、これは渦対の存在を表している。

図 9 は $\omega=0, 1$ の回転数で、主流に垂直な x_1 - x_3 断面内の乱流渦を示した例である。主流方向の乱れ速度を等速度線図で図 9 (a), (b) に、また面内の流れを速度ベクトルで図 9 (c), (d) に示す。回転流路では図 9 (b) のように、圧力側壁面に沿って、多数の細かいスイープ(s)とイジェクト(e)が生じ、乱れが活発になっている。これとは別に、図 9 (d) には壁から離れたところに大規模な渦がみられる。回転場についてのみ、圧力分布とレイノルズ応力分布をそれぞれ図 9

(e), (f) に示す。レイノルズ応力の分布は非常に離散的で、圧力側のスイープとイジェクトの部分で特に大きい。

図 10 には回転場 ($\omega=1$) における乱れの生成項の分布を、図 9 と同じ断面内で表示した。図 10 (a) は乱れのエネルギーの生成項〔式(4)〕、図 10 (b) はレイノルズ応力の生成項〔式(1)〕の分布である。乱れは図 9 (b) の圧力側壁面近傍の細かい高・低速じまの位置で盛んに生成されている。

以上のことから、3 章に述べた回転場における乱れの生成機構、すなわち

- (1) 圧力側ではコリオリ力によるスイープ、イジェクトの助長と、それに伴う乱れの増大
 - (2) 負圧側ではストリーク構造の消失による乱れの鎮静化
- が確かめられた。

図 9 (d) にみられた圧力側の壁からやや離れた位置の大規模な渦は、Johnston ら⁽¹¹⁾や児山ら⁽¹²⁾により指摘された TG 形の二次流れと同じ性質のものと考えられる。実験によれば、その TG 形渦対のスパン方向のスケールは流路幅の程度である。これを数値シミュレーションで解析するには、スパン方向に少なくともこの渦のスケールの数倍の計算領域をとらなければならない。本計算では流路幅の 1.2 倍の領域であるから、この渦について定量的に評価することには無理がある。また実験⁽¹¹⁾⁽¹²⁾で使用されたダクトの縦横比も側壁の影響を完全に排除できるほど大きいとは思われない。

大規模渦は図 8 (b) をみると空間的に安定して存在するものではないので、平均渦度を把握するのは容易でなく、さらに乱れの生成に対するこの渦の寄与を定量的に求めるのは困難である。しかし図 10 をみれば壁近くの微視的な構造において乱れの大部分が生成されており、これに比べて大規模渦は乱流生成に関してはあまり重要な意味をもたないようである。

5. 結 言

LES により、回転する平行平板間の乱流の数値解析を行い、乱流の構造および乱れの生成機構に対するコリオリ力の効果を調べた。その結果、

- (1) 回転流路の圧力側では、コリオリ力は高速流体を壁にたたき付け、この結果低速流体が壁から強く押し出される。このようにしてレイノルズ応力に正の寄与をもつスイープとイジェクトが活性化されるため乱流の生成は増大する。
- (2) 負圧側では、コリオリ力はスイープとイジェ

クトに対して壁に垂直方向の速度を抑えるように作用するので、乱れの生成は抑制され流れは安定化する。

ことが明らかになった。また、流れ場の観察から、

(3) 回転流路では、圧力側壁面の近傍で細かいストリーク構造がみられ、スweepとイジェクトが活発になっている。またこの部分で乱れの生成が非常に大きい。

(4) 負圧側では大きな渦が存在するが、乱れは非常に弱く、乱流生成はほとんど行われていない。

ことがわかり、前述の乱れの生成機構に対するコリオリ力の効果が確認できた。また、

(5) 流路の回転が乱れの生成に及ぼす微視的な効果は大きく、LES は現実の乱流渦をシミュレートす

るので本報のような考察に有用であることが確かめられた。

文 献

- (1) Johnston, J. P., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **56**-3 (1972), 533.
- (2) 児山・ほか4名, 機論, **43**-374 (昭52), 3797.
- (3) 児山・ほか4名, 機論, **45**-397, B (昭54), 1266.
- (4) 三宅・梶島, 論文講演前刷, (関西支部第245回) (昭60-11), 論文 No.85-0089 A.
- (5) Brodkey, R. S., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **63**-2 (1974), 209.
- (6) 三宅・梶島, 機論, **51**-469, B (昭60), 2846.
- (7) Rogallo, R. S. and Moin, P., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **16** (1984), 99.