積層構造をもつ鉛直多孔質層内の自然対流*

増岡隆士**, 植崎浩二***
鶴田隆治**, 遠田祐治****Natural Convection in Stratified Porous Media Heated
from the Sideby Takashi MASUOKA, Kouji NARAZAKI,
Takaharu TSURUTA, and Yuji TOHDA

Natural convection in horizontally stratified porous media heated from the side is studied analytically and numerically. The analysis assumes the boundary layer approximation and similarity solutions are obtained for temperature distributions, velocity profiles and the heat transfer characteristics. The analytical solutions can approximately describe the effect of layering in permeability on the convective behavior, except near the interface where the flow changes abruptly. It is also shown that they compare well with the numerical solutions for overall heat transfer behavior.

Key Words: Convective Heat Transfer, Porous Medium, Natural Convection, Layered System, Vertical Layer

1. ま え が き

最近, 積層構造をもつ多孔質層に生じる自然対流が, 多孔質断熱層あるいは地熱域熱対流などに関連し研究されている。鉛直方向の温度こう配によって駆動される自然対流への積層構造の影響の検討によれば⁽¹⁾⁽²⁾, 対流は全層規模にわたる場合と局所的な空間に閉じ込められる場合があり, 積層構造は対流規模に大きな変化をもたらすことが示されている。鉛直方向積層構造をもつ多孔質系の水平方向温度こう配に基づく自然対流に対しては, Poulikakos-Bejan⁽³⁾によって数値解析および均質多孔質系境界層解を応用した近似解析が行われた。しかしながら, この後者の系においては, 積層構造が境界層の発達, 境界層厚さの変化にどのように影響するかといった基本的な点がまだほとんど明らかにされていない状態と思える。そこで本報では, この鉛直積層系多孔質内の自然対流とその熱伝達に対し, 境界層概念を用いた解析の検討を行った。

2. 記 号

c_p : 流体の定圧比熱
 g : 重力の加速度
 h : 熱伝達率 (添字 m : 平均, 添字 x : 局所)
 k : 多孔質層透過率
 l : 伝熱面高さ (l_1 : 界面高さ)
 N_u : 鉛直層ヌセルト数 $= h_m s / \lambda$
 P : 流体圧力
 R_a : レーレー数 $= g\beta(T_w - T_r)l^3 / (\nu\kappa)$
 R_{a_s} : レーレー数 $= g\beta(T_h - T_c)s^3 / (\nu\kappa)$
 s : 鉛直多孔質層厚さ
 T : 温度 (T_w : 壁温, T_r : 境界層外流体の温度, T_h : 加熱面温度, T_c : 冷却面温度)
 u, v : 速度の x, y 成分
 x, y : 座標 (図1), $x^* = x/l$
 β : 流体の体膨張係数
 κ : 多孔質温度伝導率⁽⁴⁾ $= \lambda / (c_p \rho)$
 λ : 多孔質熱伝導率
 μ : 流体の粘性係数
 ρ : 流体密度 (ρ_r : 温度 T_r における密度)
 δ : 境界層厚さ [式(3)]

添 字

* 昭和60年11月15日 第934回講演会において講演, 原稿受付 昭和60年5月7日。

** 正員, 九州工業大学 (〒804 北九州市戸畑区仙水町)。

*** 学生員, 九州工業大学大学院。

**** 准員, 新日本製鉄(株) (〒100 東京都千代田区大手町2-6-3)。

1, 2: 下層および上層に対応

3. 境界層解

3.1 垂直平板に沿う多孔質内自然対流 積層多孔質層内自然対流の解析の基礎として、まず多孔質透過率および熱伝導率 λ が高さ方向に変化する場合の多孔媒質と垂直平板の間の自然対流熱伝達を取扱う。図1の座標系に対し、多孔質内流れの記述に Darcy の式を仮定し、境界層近似を行えば、

$$u = kg\rho_r\beta(T - T_r)/\mu \quad \dots\dots(1)$$

ここに透過率 k は x の関数であり、物性値の温度変化に関しては Boussinesq 近似を仮定している。なお式(1)より、温度境界層と速度境界層の厚さが一致する点は透過率および熱伝導率の様な均質多孔質系の結果⁽⁵⁾と同様である。

多孔質内エネルギー式は、境界層外側の遠方流体の温度 T_r が一定のとき、積分形で

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u(T - T_r) dy = -x \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \quad \dots\dots(2)$$

ここに多孔質温度伝導率 $\kappa = \lambda / (c\rho\rho)$ は高さによって変化する。

境界層厚さ δ を用いて、境界層内温度分布を

$$(T - T_r) / (T_w - T_r) = (1 - y/\delta)^2 \quad \dots\dots(3)$$

の形に仮定し、式(1)、(3)を式(2)に代入すれば、

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{1}{5} \frac{g\rho_r\beta(T_w - T_r)k\delta}{\mu} \right] = \frac{\lambda}{c\rho\rho} \frac{2}{\delta} \quad \dots\dots(4)$$

この式を $x=0$ において $\delta=0$ の条件のもとに解くと、

$$\frac{\delta}{x} = \frac{\sqrt{20}}{\left[\frac{g\beta(T_w - T_r)kx}{\nu\kappa} \right]^{1/2}} \left(\frac{1}{k\lambda x} \int_0^x k\lambda dx \right)^{1/2} \quad \dots\dots(5)$$

図1 多孔質内の垂直平板
(透過率 k および熱伝導率 λ の変化する場合)

局所熱伝達率を $h_x \equiv -\lambda(\partial T/\partial y)_{y=0} / (T_w - T_r) [= 2\lambda/\delta]$ と定義すれば

$$\frac{h_x x}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\frac{g\beta(T_w - T_r)kx}{\nu\kappa} \right]^{1/2} / \left(\frac{1}{k\lambda x} \int_0^x k\lambda dx \right)^{1/2} \quad \dots\dots(6)$$

を得る。 k および λ が一様の特別の場合、式(6)は均質系の結果⁽⁵⁾と一致する。

3.2 積層多孔質系への拡張 図2のように透過率 k_1 、熱伝導率 λ_1 および透過率 k_2 、熱伝導率 λ_2 の部分的に均質な2層よりなる多孔質系に接する垂直平板からの自然対流熱伝達を考える。この場合上層と下層の界面から遠い位置に発達する自然対流に対しては、境界層近似の成立を仮定できる領域があり得るように思える。そこで一応、第1近似としては、界面近傍域まで含めて前節の解析をそのまま適用してみる。下層(第1層)に対して、式(5)は均質多孔質系と同じ解⁽⁵⁾を与える。上層(第2層)に対しては、

$$\frac{\delta_2}{x} = \frac{\sqrt{20}}{\left[\frac{g\beta(T_w - T_r)k_2 x}{\nu\kappa_2} \right]^{1/2}} \times \left[\frac{k_1\lambda_1 l_1 + k_2\lambda_2(x - l_1)}{k_2\lambda_2 x} \right]^{1/2} \quad \dots\dots(7)$$

の境界層厚さとなる。このとき第2層境界層の仮想原点は

$$x_0 = [1 - (k_1\lambda_1)/(k_2\lambda_2)]l_1 \quad \dots\dots(8)$$

と与えられ、 $k_2\lambda_2$ と $k_1\lambda_1$ の値の大小関係によって仮想原点は第1層境界層先端($x=0$)より上方あるいは下方に移動し、 $k_1 \ll k_2$ のとき $x_0 = l_1$ となることを示す。しかしながら、各層における境界層解を界面域まで拡張すると、境界層厚さは積層界面で不連続変化をすることになる。すなわち式(5)あるいは式(7)より

$$\delta_2/\delta_1 = k_1/k_2 \quad \dots\dots(9)$$

となる。境界層厚さのこの不連続変化は、界面域に強

図2 積層多孔質系における境界層の発達

い水平流を誘起し、また温度分布の不連続を伴うことにもなり、境界層近似の界面域までの拡張の無理を示している。しかしこの近似の限界については4章で議論することとし、ここでは第1近似の範囲で大まかに積層系自然対流熱伝達の基本的性格を検討しよう。

式(6)を図2の積層系に適用し、長さ l の平板全体にわたる積分を行えば、平均熱伝達率 h_m

$$h_m = \frac{1}{l} \left(\int_0^{l_1} h_1 dx + \int_{l_1}^l h_2 dx \right) \quad [= q_m / (T_w - T_r)] \quad \dots\dots\dots (10)$$

の定義に対し(q_m :平均熱流束)、平均ヌセルト数

$$\frac{h_m l}{\lambda_1} = \frac{2}{\sqrt{5}} \left[\frac{g \beta (T_w - T_r) k_1 l}{\nu \lambda_1} \right]^{1/2} \times \left[\frac{l_1}{l} + \frac{k_2 \lambda_2}{k_1 \lambda_1} \left(1 - \frac{l_1}{l} \right) \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

を得る。 $l_1 = l$ あるいは $l_1 = 0$ の特別の場合は、この式は均質系の結果⁽⁵⁾と一致する。

4. 数 値 解 析

界面域の温度分布と流れを検討し、また3章の境界層解の近似の程度を知るため数値解析を行う。

(a) $k_1/k_2 = 0.3, Ra k_2 / l^2 = 60$

(b) $k_1/k_2 = 2, Ra k_2 / l^2 = 30$

図3 積層系における境界層内温度分布

二次元定常対流に対し、連続の式、Darcyの式、エネルギー式から圧力 P を消去し、流れ関数 ψ を導入すれば、式(12)~(14)を得る。

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{k_i}{k_2} \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$u = \partial \psi / \partial y, \quad v = -\partial \psi / \partial x \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} Ra \frac{k_2}{l^2} \left(u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \quad \dots\dots (14)$$

ここに無次元温度 $\theta = (T - T_r) / (T_w - T_r)$ であり、速度は $k_2 g \rho r \beta (T_w - T_r) / \mu$ の単位、長さは平板高さ l の単位で無次元化している。ただし本報では、簡単のため $\lambda_1 = \lambda_2$ とおいた。

境界条件としては、伝熱面において $\theta = 1, \psi = 0$ 、無限遠方鉛直面〔3章解析の境界層厚さの2倍程度の位置〕において水平流入かつ $\theta = 0$ 、垂直平板上端高さの水平面においては境界層型に流出⁽⁶⁾、平板の下端高さの水平面においては垂直流入かつ $\theta = 0$ を仮定し、積層界面においては温度 θ 、鉛直方向速度 u 、熱流束(温度こう配 $\partial \theta / \partial x$)、圧力(したがって v/k)の連続を条件とする。

格子点の数を $x \times y$ 方向に 25×30 とし、式(12)~(14)を差分近似し、逐次加速緩和法により計算を行い、収束判定は ψ の総和の相対変化が 10^{-5} 以下とした。

図3(a)、(b)は無次元界面位置 $l_1/l = 0.5$ の積層系における数値解温度分布を示す。ただし図3中の実線は境界層近似を仮定した3章の相似解をあらわし、第1層と第2層の相似解温度分布が共通となるように両層で横軸のスケールを変えた表現としている。数値解と相似解の分布形には差がみられる。しかし高さ方向の位置によってはかなり相似解に近くなっていることも観察される。 $k_1/k_2 < 1$ の場合〔図3(a)〕には、無

図4 境界層の厚さ

図 5 数値解析結果
($R=50$, $k_1/k_2=6$, $l_1/l=0.5$)

図 6 積層垂直層熱伝達への透過率比の影響
($l/s=1$, $l_1/l=0.5$)

次元高さが小さく界面から離れた位置 ($x^*=0.1$) では数値解は相似解にかなり近く、界面に近づけば ($x^*=0.4$) 相似解からのずれがみられ、境界層厚さが薄くなる方向にはずれている。界面を超えると ($x^*=0.6$)、逆に境界層厚さが厚くなる方向にはずれるが、さらに界面から遠い位置 ($x^*=0.9$) では再び相似解に近づいている。数値解の境界層厚さ ($\theta=0.94$ となる位置 (均質単層系では相似解境界層厚さにほぼ一致する位置) と定義して) の変化が図 4 (b) に示され、これらの図から、境界層近似を用いた相似解は、界面近傍において数値解とのずれが大きくなるものの界面を離れた領域の積層系対流の特徴をかなりの程度に記述するものとみることができる。 $k_1/k_2 > 1$ の場合 [図 3 (b), 4 (c)], 境界層が厚く、境界層近似に問題があるが、相似解の性格は同様とみられる。

5. 密閉積層多孔質層

3 章の境界層解を、側面を一方から加熱され、他方を冷却された密閉鉛直多孔質層内の自然対流に応用する。層内は水平界面により 2 層に分割され、境界層は加熱面および冷却面に沿って独立に発達し、両境界層は互いに干渉せず、上下断熱面の端末効果は無視できるとする。両境界層の外側の層中央部流体温度 $T_r = (T_h + T_c)/2$ に対し、加熱・冷却両境界層の熱抵抗は等しく、したがってこの密閉層の平均熱伝達率 h_m を、層温度差 ($T_h - T_c$) を用いて定義すれば、式 (11) より

$$\frac{h_m s}{\lambda_2} = \frac{1}{\sqrt{10}} \left[\frac{g\beta(T_h - T_c)s^3}{\nu\kappa_2} \frac{k_2}{sl} \right]^{1/2} \left(\frac{k_1\lambda_1}{k_2\lambda_2} \right)^{1/2} \times \left[\frac{l_1}{l} + \frac{k_2\lambda_2}{k_1\lambda_1} \left(1 - \frac{l_1}{l} \right) \right]^{1/2} \dots (15)$$

両層の熱伝導率が等しい場合 ($\lambda_1 = \lambda_2$) に 4 章の数

値解析を拡張し、 $Nu = h_m s / \lambda_1$ に対する透過率 k_1/k_2 の影響を検討し、式 (15) と比較したのが図 6 である [$R = \{g\beta(T_h - T_c)s^3 / (\nu\kappa_2)\} \{k_2 / (sl)\}$]。両者はかなり良く一致し、境界層解の有用性を示している。図 6 において R が高いとき境界層解と数値解に差を生じるのは、基準温度 T_r が鉛直方向に変化する効果によるもので、これは均質単層系と同様の事情⁽⁷⁾である。なお図 5 (a), (b) は密閉系の数値解による対流パターンと温度分布を示し、相似解の傾向に一致して、冷却面に沿う境界層には収縮がみられる。

6. 結 言

積層構造をもつ鉛直多孔質系自然対流に対し、差分法による数値解および境界層近似を仮定した相似解を求め、積層構造が境界層の発達およびそれに伴う熱伝達に及ぼす影響を検討した。その結果、積層系における境界層の発達は、とくに界面近傍において相似解とのずれが大きくなるが、界面を離れた上流および下流においてはかなり相似解に近いこと、またこの相似解が積層系熱伝達の基本伝熱特性をよく記述し得ることを、数値解との比較を通して示した。

文 献

- (1) 増岡・ほか 3 名, 機論, 43-367 (昭 52), 1096.
- (2) McKibbin, R. and Tyrand, P. A., *J. Fluid Mech.*, 118 (1982), 315.
- (3) Poulikakos, D. and Bejan, A., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 26-12 (1983), 1805.
- (4) 甲藤・増岡, 機論, 32-243 (昭 41), 1709.
- (5) 増岡, 機論, 34-259 (昭 43), 491.
- (6) 竹内・ほか 2 名, 機論, 51-462, B (昭 60), 600.
- (7) 増岡・ほか 2 名, 機論, 46-410, B (昭 55), 1993.