物体に働く非定常流体力に関する研究*

(第3報, 偏平な傾斜だ円柱)

棚橋隆彦**, 澤田達男**, 金井恵理也***
千野晃****, 安藤常世**

Unsteady Forces on a Body Immersed in a Viscous Fluid

(3rd Report, For an Inclined Thin Elliptic Cylinder)

by Takahiko TANAHASHI, Tatsuo SAWADA, Eriya KANAI
Akira CHINO, and Tsuneyo ANDO

The flow normal to an infinite thin elliptic cylinder which is uniformly accelerated from rest in a direction perpendicular to its generating lines in a viscous fluid is considered. The Dufort-Frankel method for the vorticity transport equation is used for the numerical simulation of viscous incompressible flows, and a new finite Fourier transform method is introduced in order to handle the stream function equation for accurate and efficient calculation. A major part of the present paper is devoted to physical properties of the flow for the early stages of development of the wake behind the obstacle for Reynolds number 98.11. A computer-aided flow visualization method is used to demonstrate the main features of the hydrodynamic field for the flow. The rest of this paper demonstrates the important unsteady forces such as time-dependent drag, lift and moment acting on the body immersed in a viscous fluid, and presents specific numerical results for various transition.

Key Words: Unsteady Flow, Accelerated Flow, Elliptic Cylinder, Numerical Analysis, Finite Difference Method, Flow Visualization

1. 緒 言

水中で静止状態から物体が運動を開始する問題は二つに大別される。その一つは物体の速度がステップ関数状に変化する問題で急加速 (abrupt acceleration) 問題と呼ばれている。他の一つは加速度が一定で速度が直線状に変化する問題で等加速 (constant acceleration) 問題と呼ばれている。このような問題は古くは Blasius⁽¹⁾や Goldstein-Rosenhead⁽²⁾によって非定常境界層理論として取扱われた。しかし、逐次近似法による解の構成法は運動開始後、時間が経過するに従ってそのべき項の計算が複雑となり、あまり実用的でない。それに対して最近では電子計算機の発達により数値解析手法がその主流になりつつある。例えば、Lugt-Haussling⁽³⁾は迎え角 45° のだ円柱が等加速運動する場合の流れ場を差分法を用いて解析している。また、時末-高田⁽⁴⁾は流れ場と境界層の流れ場の解を接続する手法によって角振動するだ円柱まわりの流れを解析

している。これらの歴史的発展およびその背景の詳細は第1報⁽¹⁰⁾および第2報⁽¹¹⁾の緒言で述べたとおりである。

第1報においては有限な加速度で動き始めるだ円柱まわりの流れ場の高速な解析手法として複素離散フーリエ級数法が有効であることを示した。また、第2報においてはうず度輸送方程式に Dufort-Frankel 法を、流れ関数方程式にこの離散フーリエ級数法を適用した結果、やはりこの方法が有効な解析手法であることが判明した。しかし、スペースの関係上その詳細を述べるには至らなかった。また、第2報においては迎え角が 90° の平板、だ円柱、円柱まわりの数値解析結果が Taneda⁽¹²⁾や Honji⁽⁴⁾の実験結果とよく一致することが示された。

以上の背景を踏まえて、本報においてはその離散化手法の詳細と、迎え角のある偏平な傾斜だ円柱が一定の加速度を持って静止状態から動き始める場合の流れ場の詳細とそのだ円柱に働く非定常揚力・抗力・モーメントを明らかにする。なお、数値解析には前報と同様慶應義塾大学で開発された流れの汎用解析プログラム KEIO-FFA 82 (Fluid Flow Analyser) を用いた。

主 な 記 号

$\vec{b}$: 加速度ベクトル

* 昭和60年10月2日 第63期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和60年2月14日。

** 正員、慶應義塾大学理工学部 (〒223 横浜市港北区日吉3-14-1)。

*** 正員、慶應義塾大学大学院。

**** 正員、(株)諏訪精工舎 (〒392 諏訪市大和3-3-5)。

C_D : 抗力係数 = 抗力/ $(\rho b L^2/2)$

C_L : 揚力係数 = 揚力/ $(\rho b L^2/2)$

C_M : モーメント係数 = トルク/ $(\rho b L^3/2)$

h : 無次元スケール因子

$$= e^{-\eta} \sqrt{\cosh^2 \eta - \cos^2 \theta}$$

J : ヤコビアン

L : 代表長さ (長軸と短軸の長さの和 = $a e^{\eta_1}$)

p : 無次元圧力 = $p' / (\rho b L/2)$

Re : レイノルズ数 = $\sqrt{b L^3} / \nu$

t : 無次元時間 = $t' / \sqrt{L/b}$

$\vec{U}$: 物体の運動速度ベクトル

$\vec{v}$: 無次元速度ベクトル = $\vec{v}' / \sqrt{L b}$

α : 迎え角

η, θ : だ円柱座標 $x + i y = a \cosh(\eta + i \theta)$

ν : 動粘性係数

ρ : 流体の密度

Ψ : 無次元流れ関数 = $\Psi' / \sqrt{L^3 b}$

ω : 無次元渦度 = $\omega' / \sqrt{b/L}$

添字記号

1: 物体表面

' : 有次元量

i, j : 格子点番号

n : 時間ステップ

F : 摩擦

P : 圧力

2. 数 値 解 析

2.1 流れ場と支配方程式 解析モデルは第1報, 第2報と同じである。すなわち, 無限長のスパンを持った一定断面のだ円柱が, ある時刻 $t=0$ より一定加速度 $\vec{b}$ でスパンに垂直な方向に迎え角 α で静止流体中を突然動き始める場合を考える。領域は無限に広く, 流体は非圧縮粘性流体であるとする。だ円柱に固定した座標から流体運動を観察する。このとき無次元化されたナビエ・ストークスの方程式と連続の方程式は

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{2} \nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{v} - \frac{d\vec{U}}{dt} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる (記号表参照)。ここで $\vec{U}$ はだ円柱の運動速度ベクトルであり $d\vec{U}/dt$ は見かけの慣性項で場所に依存しない。流れは二次元であるから流れ関数を導入することができる。式(1)の回転をとると, うず度輸送方程式を得る。一方, 連続の方程式を満足する流れ関数はポアソン方程式を満足する。したがって,

式(1)と式(2)の代わりに数値解析すべき基礎方程式は

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{1}{h^2} \frac{\partial(\Psi, \omega)}{\partial(\eta, \theta)} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\nabla^2 \Psi = \omega \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。これに初期条件として時刻 $t=0$ での静止条件が, 境界条件として物体表面での粘着条件と無限遠方での一様な加速流が与えられる。

2.2 離散化基礎方程式 式(3)を Dufort-Frankel 法の差分スキームを用いて陽解法で離散化する。前報で述べたようにこれは陰解法の Peaceman-Rachford 法よりも安定性および収束性においてすぐれている。離散化の結果,

$$\begin{aligned} \omega_{i,j}^{n+1} = & \left[\frac{1}{2\Delta t} + \frac{1}{Re h_{i,j}^2} \left\{ \frac{1}{(\Delta \eta)^2} + \frac{1}{(\Delta \theta)^2} \right\} \right]^{-1} \\ & \times \left[\frac{\omega_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} + \frac{1}{Re h_{i,j}^2} \left\{ \frac{1}{(\Delta \eta)^2} (\omega_{i+1,j}^n - \omega_{i-1,j}^n) \right. \right. \\ & \left. \left. - \omega_{i,j}^{n+1} + \omega_{i,j}^{n-1} \right\} + \frac{1}{(\Delta \theta)^2} (\omega_{i,j+1}^n - \omega_{i,j-1}^n) \right. \\ & \left. + \omega_{i,j-1}^n \right] - J_{i,j}^n \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

を得る。ここで, ヤコビアン $J_{i,j}^n$ は

$$\begin{aligned} J_{i,j}^n = & \frac{1}{h_{i,j}^2} \left[\frac{1}{2\Delta \eta} \{ (h v_\eta \omega)_{i+1,j}^n - (h v_\eta \omega)_{i-1,j}^n \} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2\Delta \theta} \{ (h v_\theta \omega)_{i,j+1}^n - (h v_\theta \omega)_{i,j-1}^n \} \right] \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

である。粘性項のみに対する Dufort-Frankel の差分スキームは無条件安定であるが, ヤコビアンに対する中心差分スキームは Rimon⁽⁸⁾が指摘しているようにうず度に対して振動を引き起こす可能性がある。したがって, 高レイノルズ数の計算をする時には, 空間分割数を増加させる必要がある。また, この解の不安定性を改善する方法に Dawson-Marcus 法⁽²⁾がある。しかし, 本解析では Mehta-Lavan⁽⁶⁾のように, はく離うずが物体近傍に限られる初期状態のみに限定するので, 簡単な中心差分スキームを採用する。さらに, 式(6)の中の速度成分も中心差分で近似する。

流れ関数方程式に対しても中心差分近似を行う。その結果5点公式

$$\begin{aligned} \Psi_{i,j} = & \frac{1}{2} \frac{1}{(\Delta \eta)^2 + (\Delta \theta)^2} \{ (\Delta \theta)^2 (\Psi_{i+1,j} \\ & + \Psi_{i-1,j}) + (\Delta \eta)^2 (\Psi_{i,j+1} + \Psi_{i,j-1}) \\ & - h_{i,j}^2 (\Delta \eta \Delta \theta)^2 \omega_{i,j} \} \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

を得る。この方程式を解く高速解法として, 直接法である離散フーリエ級数法を用いた。反復法の SOR 法に比較して約 10 倍速いことが確認された。

2.3 非定常流体力の計算 物体表面における流れの諸量より, 流体が物体に及ぼす非定常時の流体力

図 1 等加速運動を開始した直後の円柱まわりの流れ
($\eta_1=0.1$, $\alpha=75^\circ$, $Re=98.11$)

を求める⁽⁹⁾。すなわち、揚力と抗力およびモーメント係数を求める。そのためには、まず物体表面上の圧力分布を求める。圧力分布は運動方程式の積分として求まる。まず、運動方程式を

$$\nabla p = 2 \left\{ -\frac{1}{R_e} \nabla \times \vec{\omega} - \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - \frac{1}{2} \nabla \vec{v}^2 + \vec{v} \times \vec{\omega} - \frac{d\vec{U}}{dt} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

と変形しておく。ここで $\vec{\omega}$ はうず度ベクトルである。この方程式を物体表面上で積分する。その結果物体表面上の圧力分布は

$$p_1 = \frac{2}{R_e} \int_{\pi/2}^{\theta} \left(\frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right)_1 d\theta - 2e^{-\eta_1} \{ \cosh \eta_1 \cos \alpha \cos \theta + \sinh \eta_1 \sin \alpha (\sin \theta - 1) \} \dots\dots\dots (9)$$

と表せる。ここで、添字1は物体表面を表し、圧力 p_1 は $(\eta_1, \pi/2)$ を基準値0に選んである。次に、だ円柱に働く揚力と抗力を $\rho b L^2/2$ で、だ円柱の軸まわりのトルクを $\rho b L^3/2$ で無次元化して揚力係数 C_L 、抗力係数 C_D 、モーメント係数 C_M を求める。これらはそれぞれ圧力による部分と摩擦による部分とからなる。それらの計算結果は

$$C_L = C_{LP} + C_{LF} \dots\dots\dots (10)$$

$$C_D = C_{DP} + C_{DF} \dots\dots\dots (11)$$

$$C_M = C_{MP} + C_{MF} \dots\dots\dots (12)$$

となる。ここで、

$$C_{DP} = \frac{2e^{-\eta_1}}{R_e} \left\{ -\sinh \eta_1 \cos \alpha \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right)_1 \sin \theta d\theta + \cosh \eta_1 \sin \alpha \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right)_1 \cos \theta d\theta \right\} \dots\dots (13)$$

$$C_{DF} = \frac{2e^{-\eta_1}}{R_e} \left\{ \cosh \eta_1 \cos \alpha \int_0^{2\pi} \omega_1 \sin \theta d\theta - \sinh \eta_1 \sin \alpha \int_0^{2\pi} \omega_1 \cos \theta d\theta \right\} \dots\dots\dots (14)$$

$$C_{LP} = \frac{2e^{-\eta_1}}{R_e} \left\{ \sinh \eta_1 \sin \alpha \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right)_1 \sin \theta d\theta + \cosh \eta_1 \cos \alpha \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right)_1 \cos \theta d\theta \right\} \dots\dots (15)$$

$$C_{LF} = -\frac{2e^{-\eta_1}}{R_e} \left\{ \cosh \eta_1 \sin \alpha \int_0^{2\pi} \omega_1 \sin \theta d\theta + \sinh \eta_1 \cos \alpha \int_0^{2\pi} \omega_1 \cos \theta d\theta \right\} \dots\dots\dots (16)$$

$$C_{MP} = \frac{e^{-2\eta_1}}{R_e} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right)_1 \sin^2 \theta d\theta \dots\dots\dots (17)$$

$$C_{MF} = \frac{2e^{-2\eta_1}}{R_e} \sinh \eta_1 \cosh \eta_1 \int_0^{2\pi} \omega_1 d\theta \dots\dots (18)$$

である。森⁽⁷⁾によれば、周期関数のその1周期にわたる数値積分に対しては、等間隔なきざみ幅の台形公式が最適である。よって、ここでは台形公式を用いて数値積分を行う。

3. 解析結果および検討

3・1 迎え角 75° のだ円柱まわりの流れ 以下のすべての計算においてメッシュサイズと時間のきざみ幅は $\Delta\eta=0.05$, $\Delta\theta=2\pi/64$, $\Delta t=0.005$ で行った。本研究における数値計算にはFACOM M 180を用い、計算時間は1ケースにつき約25分を要した。図1に軸比の小さい偏平な傾斜だ円柱まわりの starting flow を示す。レイノルズ数 $R_e=98.11$, 迎え角 $\alpha=75^\circ$, 形状変数 $\eta_1=0.1$ である。この値はだ円柱の短軸の長軸に対する比が0.1であることを示している。傾斜だ円柱が静止状態より一定の加速度 b で運動を開始した直後の流れ場の流線が図1(a)に、等うず度線が図1(b)に、周方向の速度分布が図1(c)にそれぞれ示されている。これより次のような流れ場の時間的変化を観察することができる。時刻 $t=0.4$ においてはまだだ円柱のごく近傍を除いて全範囲がポテンシャル流れに近い。これは等うず度線の領域がだ円柱のごく近傍に限られていることから明らかである。だ円柱が迎え角 75° で傾斜しているため、前縁よどみ点はだ円柱の中央より上方に、後縁よどみ点は中央より下方に移動している。そして上下の流線はだ円柱の中心軸に関して

図2 表面うず度が零となる位置の推移 ($\eta_1=0.1$, $R_e=98.11$)

ほぼ点対称となっている。なおよみ点の位置は図2(c)より前縁が $\theta=78^\circ$ 、後縁が $\theta=258^\circ$ の点より移動を開始することがわかる。そして前縁よみ点は時間が経過してもほぼ一定の位置にある。このことは迎え角が大きく変化しても同じである。すなわち、図2の(a)と(b)に迎え角が 15° と 45° の場合が示されている。迎え角が 15° の場合、前縁よみ点は $\theta=12^\circ$ より始まり、時間経過とともに流速が早くなり、いくぶんだ円柱の短軸側に押しやられる。しかし、迎え角 45° の場合には開始点が $\theta=49^\circ$ でほぼ一定している。これは、迎え角が大きくなるほど安定化していくことを表している。迎え角が 90° の場合には、前報で示したように流れ場は上下対称となり、前縁よみ点は $\theta=90^\circ$ の位置に固定される。

時刻 $t=0.8$ の頃より流れ場の点対称性はくずれ始める。図2(c)より次のことがわかる。だ円柱の後縁側 $\theta=195^\circ$ の位置より時刻 $t=0.41$ に層流境界層のはく離が始まる。はく離点は時刻とともに後縁側へ移動し、再付着点は背面中央部へ移動する。このはく離点と再付着点の間にショート・バブルが形成される。時刻 $t=0.63$ に再付着点は $\theta=243^\circ$ の位置で背面よみ点と合体し、はく離ほうは破裂する。この破裂現象は図2(c)の逆S字曲線によって表される。一方、前縁側では $t=0.44$ に $\theta=340^\circ$ の位置にはく離点が見れる。そして、はく離点は時間とともにゆっくりと前縁側に移動する。一方、再付着点はかなり早いスピードで背面中央部へ移動し、ロング・バブルを形成する。形成された前縁側のはく離ほうは後縁側のはく離ほうより安定である。図2(a)から明らかなように、迎え角が小さい場合に後縁側にはく離ほうは形成されない。

計算結果によると迎え角が 45° の場合にも同様のはく離ほうが後縁側にも形成された。しかし、この場合後縁近傍において $\theta=190^\circ$ と $\theta=220^\circ$ の範囲で境界層のはく離がほとんど同時に起きている。

時刻 $t=1.2$ になると安定な前縁のロング・バブルのみが残り、後縁側のうずは物体からはがれ始める。周方向の速度分布図からうず領域内の逆流成分およびうず中心位置が読取れる。等うず度線図からは、次のような変化が観察できる。流れの極めて初期において、等うず度線は物体表面のごく近傍に限られうず度は拡散する。初期においてはこの効果が支配的である。しかし、時刻 $t=1.2$ になるとはく離せん断層から供給されるうず度は対流のため、下流方向に押し流され始める。上流側は押しつぶされ、下流側に引き伸ばされる。これは時間とともに対流の効果が顕著になることを表している。時刻 $t=1.6, 2.0$ になると後縁側の閉じた流線で形成されるうずは物体から完全にはがれ下流に流れ始める。一方前縁側のうず領域はしだいに広がり、物体背面をほとんどおおうようになる。等うず度線にも前縁と後縁の下流側に閉じた閉曲線が形成される。この中心はうず度の極値を与える。流線図に対応して後縁側のうず度が前縁側のものより早く下流へ流される。すなわち、偏平なだ円柱の両端より供給されるうず度は、だ円柱後方において巻き込んだ形となるが、迎え角があるので、後縁近傍での巻き上がりは前縁でのそれに比較して下流に流される。

時刻 $t=2.4, 2.6$ になると前縁側のうず領域はさらに発達し、ほとんど背面の全領域をおおう。それに伴って後縁側のうず中心は下流に押し流されうずの形は偏平となる。前縁と後縁近傍の速度変化は著しく、強

図3 迎え角による流れ場の変化 ($\eta_1=0.1, R_e=98.11$)

いうず度が伴流領域に流れ込む様子が観察される。

3・2 迎え角による流れ場の変化について 図3には時刻 $t=2.0$ と $t=2.4$ において迎え角 α を 15° , 30° , 45° , 60° と変化させた場合の流線が示されている。物体の形状およびレイノルズ数は $\alpha=75^\circ$ の場合と同じで $\eta_1=0.1$, $R_e=98.11$ である。時刻 $t=2.0$ で迎え角を変化させた場合, $\alpha=15^\circ$ でははく離ほうが形成されず, だ円柱に沿って滑らかに流れている。 $\alpha=30^\circ$ では前縁ははく離が背面中央部を越えて広がっている。しかし, 全体としてはまだ滑らかな流れである。 $\alpha=45^\circ$ になると背面の全領域がほぼ前縁はく離ほうによっておおわれる。さらに迎え角を $\alpha=60^\circ$ と増した場合, 前縁のうず領域は大きく発達する。後縁はく離は

うは時刻 $t=0.4$ に生ずるが, $t=0.6$ にはすでに破裂し, 時刻 $t=2.0$ には完全に消え去り, この図には現れていない。さらに, 時刻 $t=2.4$ においては第2の小さなはく離ほうが前縁の背面側に生じる。

3・3 表面うず度分布について 図4の(a)~(c)に迎え角 $\alpha=15^\circ$, $\alpha=45^\circ$, $\alpha=75^\circ$ の場合のそれぞれの表面うず度分布の時間的な推移を示す。うず度が正の領域とうず度が負の領域ではだ円柱表面での流れの向きが逆であることを示している。 $\alpha=15^\circ$ の場合, 前縁のごく狭い範囲で表面うず度は大きく変化している。これは流体が前縁よどみ点 $\theta=12^\circ$ からだ円柱に沿って背面側に曲がり込むためである。このよどみ点は図2(a)から明らかなように時間とともにわずかに中央側に移動する。最初上流側の表面では正, 下流側の表面では負で表面に沿ってうず度はほぼ一定である。 $\theta=180^\circ$ の位置で上面側の流体と下面側の流体は衝突し, 後縁よどみ点が形成される。このよどみ点の位置は時間が経過しても一定不変である。

時刻 $t=3.0$ で背面側はかなり広い範囲にわたって非常に弱い正のうず度でおおわれる。したがって, 背面の流れは時刻 $t=2.8$ 近くで逆転する。 $\alpha=45^\circ$ になると, よどみ点は前縁から $\theta=48^\circ$ のところまで移動するが, このよどみ点は時間が経過してもほとんど移動しない。このよどみ点より前縁を通過して背面に移動した流体はかなり不安定である。前縁よどみ点より上流側の表面を通過した後縁のよどみ点に至る流体は加速され, 表面せん断応力は後縁の少し手前で極大となる。この傾向は迎え角が 75° の場合より顕著となる。一方, 迎え角が大きくなると前縁近傍の無次元うず度の最低値は -600 から -450 程度までに増大する。したがって, 流速の前縁における変化は迎え角とともにかなり小さくなる。さらに時刻 $t=3.0$ においてはうず度の最小値は $\theta=0^\circ$ の位置よりも少し上流側に移動するこ

図4 表面うず度分布の推移
($\eta_1=0.1$, $R_e=98.11$)

図5 はく離ほうの発生する時刻と迎え角の関係

とが図4(c)より観察される。一方、後縁側の無次元うず度の極大値は270にまで達する。この最大値と最小値の差は約700で迎え角に関係なくほぼ一定であることは興味深い現象である。

(a) うず中心の軌跡

(b) うず中心の軌跡

図 6

(a) 抗力係数

(b) 揚力係数

(c) モーメント係数

(a') 摩擦係数抗力係数

(b') 摩擦揚力係数

(c') 摩擦モーメント係数

図 7 抗力・揚力・モーメントの時間的変化 ($\eta_1=0.1, R_e=98.11$)

3・4 はく離ほうが発生する時刻 前縁側にはく離ほうが発生する時刻と位置は迎え角に大きく依存し、迎え角が小さくなるとその発生時刻は急に遅くなる。図5にその様子を示す。一方、後縁側にはく離ほうが発生する時刻は迎え角を変化させてもあまり変化なく一定である。迎え角が小さくなるとその発生時刻はわずかであるが早くなる。しかし、45°以下の迎え角、すなわち30°や15°では後縁側には全くはく離ほうが生じない。すなわち、前縁側では迎え角の増加とともに先端での流れが急変し、はく離ほうが発生しやすくなるのに対し、後縁側では鈍い角を曲がる流れであるため、その発生は迎え角にあまり依存しない。

3・5 うず中心の軌跡 図6(a)と(b)はうず中心の軌跡をプロットしたものである。図6(a)の上半平面は前縁側のうず中心の軌跡であり、下半平面は後縁側のものである。迎え角90°では双子うずとなるため、うず中心の軌跡はx軸に関して対称となる。迎え角が75°になると前縁側のうず中心は流されながらx軸に接近する。一方、後縁側のうず中心は最初x軸に

図8 抵抗力係数の時間的变化
($Re=98.11$, $\alpha=90^\circ$)

接近するが、その後はしだいに x 軸から離れていく。さらに迎え角が 60° , 45° , 30° と減少すると前縁側のうず中心は急速に x 軸に近づく。迎え角が 60° のとき、ほぼその傾斜は -1 である。一方、 45° 以下では後縁側にうずは現れない。このことは3・4節で述べたとおりである。迎え角が 15° の場合は前縁側のうず中心がだ円柱の背面を沿うように後縁側に移動する。うず発生時刻が遅いと同時にうず中心位置は y 軸の負側に大きく移動する。なお、図6(a)の中の破線は同時刻のうず中心の位置を結んだものである。すなわち、迎え角が異なる場合の同時刻におけるうず中心の位置を示す。図6(b)は迎え角の変化によってうず中心がどのように移動していくかを示している。迎え角が小さいときはうず中心がだ円柱の背面を沿うが、迎え角が大きくなるとしだいに早く物体から離れていく様子が観察される。

3・6 抵抗力係数 図7(a)に抵抗力係数の時間的変化が、また図7(a')に摩擦抵抗力係数の時間的変化が示されている。圧力抵抗力係数は抵抗力係数から摩擦抵抗力係数を引くことによって求まる。抵抗力係数はだ円柱の加速に伴って増加する。その傾向は迎え角が大きいくほど顕著である。迎え角が 90° の場合、抵抗力係数は時刻 $t=1$ に比較して時刻 $t=2$ でおよそ2倍になる。一方、摩擦抵抗力係数は迎え角が小さいほど一般的には大きい。しかし、迎え角 30° , 45° と大きくなると一度極大値をとり、その後再び減少する。これは、だ円柱後方のはく離うずの挙動と密接な関連があるためである。その詳細は今後研究していく予定である。いずれにしても迎え角が大きい場合、抵抗力の中で摩擦抵抗力が占める割合はごくわずかでほとんど圧力抵抗力である。図8には軸比の変化に伴う抵抗力係数の変化が示されている。扁平なだ円柱からしだいに円柱に近づくに従って抵抗力が減少することがわかる。形状変数が $\eta_1=0.1$ と $\eta_1=$

0.55 ではおよそ抵抗力が半分減少する。

3・7 揚力係数 図7(b)に揚力係数の時間的変化を、図7(b')に摩擦揚力係数の時間的変化を示す。迎え角がしだいに増加していくと、揚力係数の時間的変化は急になるが、迎え角 45° を最大にして再び揚力係数は減少していく。特に迎え角 0° および 90° では流れ場は上下対称になり、零揚力となる。一方、摩擦揚力係数は一度減少してから増加する。すなわち、極小値を持つ。この極小値は迎え角が 30° から 45° において最低となり約 -0.21 である。また、迎え角の変化に対しても複雑な挙動を示す。

3・8 モーメント係数 図7(c)に中心軸まわりのモーメント係数を、図7(c')に摩擦モーメント係数の時間的変化を示す。 z 軸の負の方向がモーメントの方向であるから、その値は負となる。迎え角が 45° でその絶対値は最大である。しかし、時刻 $t=2.5$ 以上では迎え角が 30° や 15° に減少したほうが大きくなる。これはだ円柱の前面側の圧力とうず度および背面側の圧力とうず度がはく離うずの離脱によって変化するためであると考えられる。摩擦モーメント係数は各迎え角に極小値が存在し、その極小値は迎え角が小さくなるほど小さく、かつその極小値の現れる時間は遅くなる。

4. 結 言

非圧縮の粘性流体中を迎え角のある扁平なだ円柱が静止状態から一定の加速度を持って運動を開始した場合の流れの初期局面を差分法により数値解析し、次のことが明らかにされた。

(1) 迎え角 75° のだ円柱まわりの流線、等うず度線、周方向の速度分布が求められた。その結果、だ円柱背後の伴流の挙動が明らかにされた。また、表面うず度が零の曲線から、はく離ほうの成長や破裂現象が観察された。

(2) 表面うず度分布は迎え角によって大きく変化するが、その最大値と最小値の差はほぼ一定している。

(3) 迎え角の変化に伴う流れ場の様子が明らかにされた。その結果、前縁側のはく離ほうの発生する時刻は迎え角によって大きく変動するが、後縁側のはく離ほうの発生時刻は迎え角に関係なくほぼ一定であることがわかった。また、うず中心の軌跡が迎え角によってどのように変化するかが明らかにされた。

(4) ナビエ・ストークス方程式に基づく非定常流体力の数値計算法が示され、迎え角を変化させた場合の抵抗力係数、揚力係数、モーメント係数の時間的な推

移が明らかにされた。

最後に、本研究には文部省科学研究費の補助を受けたことをここに記して感謝の意を表す。

文 献

- (1) Blasius, H., *Z. Angew. Math. Phys.*, **56** (1908), 1.
- (2) Dawson, C. and Marcus, M., *Proc. Heat Transfer and Fluid Mech. Inst.*, (1970), 323.
- (3) Goldstein, S. and Rosenhead, L., *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **32** (1936), 392.
- (4) Honji, H., *Rep. Res. Inst. Appl. Mech. Kyushu Univ.*, **19-65** (1972), 271.
- (5) Lugt, H. J. and Haussling, H. J., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **45** (1978), 1.
- (6) Mehta, U. B. and Lavan, Z., *J. Fluid Mech.*, **67-2** (1975), 227.
- (7) 森, 曲線と曲面, (昭49), 20, 教育出版.
- (8) Rimon, Y., *Phys. Fluids Suppl.*, **12-11** (1969), 65.
- (9) 棚橋, 機械の研究, **31-9** (昭54), 1059.
- (10) 棚橋・ほか4名, 機論, **49-448**, B (昭58), 2677.
- (11) 棚橋・ほか4名, 機論, **50-460**, B (昭59), 3142.
- (12) Taneda, S. and Honji, H., *J. Phys. Soc. Jpn.*, **30-2** (1971), 262.
- (13) 時末・高田, 機論, **50-460**, B (昭59), 3124.

討 論

〔質問〕 丸 田 芳 幸

〔(株)在原総合研究所〕

(1) 流れの解析を数値計算において行った場合に興味を引くことは、実際の流れとの比較である。貴解析において、比較検討してあるのでしたら、どの程度一致するのかお示し願いたい。

(2) 貴解析の限定条件である初期状態とは、無次元時間 t が幾つくらいまでであるのか。また、その時間以後に対して貴解析手法を適用するとどのような結果が得られるのか。

(3) この研究で扱ったような離流れに関して、工業的には、はく離の発生時はもちろん、はく離が準定常的になった状態での非定常力を知ることも重要である。貴解析手法を延長していくと、準定常的な離流れに関する計算も可能になるのかどうか。

〔回答〕 (1) ご指摘のように、数値解析結果は実際の流れを正しく表現できてこそ意味がある。したがって理論計算の結果は実験による検証が必要であると思われる。本計算手法の結果がどの程度実際の流れに合うかは第2報の図2, 5, 9, 10で示したとおりである。これらの検証にもとづき、第3報では理論的な予

測を行った。この結果が今後の発展に少しでも役立てば幸いである。

(2) 本解析の初期状態として、無次元時刻 t が3~4くらいまでであると考えている。この無次元時刻はレイノルズ数にも依存する。これは無限遠の境界条件が一樣な加速流で近似できる範囲であり、これ以後の計算結果には数値誤差が含まれてくるものと思う。また本計算法を続行すると解は発散する。

(3) 本計算の条件として初期状態を扱ったのは、一定の加速度で物体が動き始める場合だからである。もし一定の加速度運動を続ければ、時刻とともに物体の速度は速くなり、ついには無限大のスピードになって現実離れする。そこでカルマン渦が周期的に発生するような準定常状態の非定常流体力を計算するには、ある時刻の後付図1(b)に示すように速度を一定にして計算する必要がある。これは原理的に可能であるが、現在のスキームでは不安定であるので、このような流れを計算するには対流加速度項の高次精度近似が必要となる。そのようなスキームとして現在 Leonard (付1) の QUICKEST と Kawamura-Kuwahara (付2) のスキームを検討中である。

付図1 いろいろな加速方法

〔質問〕 岡 島 厚〔金沢大学工学部〕

式(8)を物体を含んで数値的に一周積分する際、その経路によって一般には零にならず、同一値にもならない。表面上で行う式(9)でも右辺第1項は台形則を用いたとあるが、一周積分の値はどの程度であり、 t に対してどのように変わり、またそれをここではどのように処理されたか。また Ψ の無限遠の境界はどの位置でどんな条件を与えられたか。計算は $t < 4$ で、いまだ時間経過が比較的小さいが、例えば Starting Vortex が貴計算の無限遠境界に接近することによる影響は計算結果に現れていないか。

〔回答〕 ここでの非定常流体力の計算方法は主に Lugt-Haussling^(付3)の方法に従って行っている。

圧力分布は物体表面上の点 $(\eta_1, \pi/2)$ を基準値に積分し、その絶対値は求めず相対値のみ計算している。また物体を含んで数値的に一周積分した値が径路によりどの程度依存するかは具体的に調べていないのでわからない。物理的には元の値に戻るべきである。この数値解析において圧力は単なる揚力係数、抗力係数、モーメント係数を求めるための中間値にしかすぎず具体的にそのデータが残っていないので、一周積分の値がどの程度であり、それが時刻とともにどのように変化してゆくかは現在不明である。これらについては今

後調べたいと思っている。なお周期関数の周回積分に対しては台形公式を用いただけで特別な処理は何もほどこしていない。

無限遠方の境界条件としては長軸の11倍のところで一様な加速流であるとしている。具体的には $\eta = \infty$ で

$$\partial\psi/\partial\theta = (t/2)e^{\eta-\eta_1} \cos(\theta-\alpha)$$

$$\partial\psi/\partial\eta = (t/2)e^{\eta-\eta_1} \sin(\theta-\alpha)$$

である。この境界条件は $t < 3 \sim 4$ では問題ないが、ご指摘のように Starting Vortex が発達し、無限境界に接近するとその影響は顕著に計算結果に現れる。そのような状態では解は収束せず、発散してしまう。したがってこのような場合、すなわち充分長い時間にわたって計算する場合には計算領域をさらに広げるか、後流領域を含む境界で境界条件を変更する必要がある。この点についても今後検討していきたいと思っている。

(付1) Leonard, B. P., *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 19 (1979), 59.

(付2) Kawamura, T. and Kuwahara, K., AIAA Paper, 85-0376 (1985), 1.

(付3) Lugt, H. J. and Haussling, H. J., *J. Fluid Mech.*, 65-4 (1974), 711.