うず放出モデルを用いたはく離を伴う非定常流れの一解法*
(第2報, 単独円柱まわりの流れ)

稲室隆二**, 足立武司**

A Numerical Analysis of Unsteady Separated Flow
by Vortex Shedding Model
(2nd Report, Flow around a Circular Cylinder)

by Takaji INAMURO and Takeshi ADACHI

A numerical method is described, which is developed to analyze an unsteady separated flow. In this method, the flow around a body is assumed to be a potential flow except in the region of free shear layers. Hence, the body is represented by a continuous vorticity sheet and the free shear layers are replaced by discrete vortices. The separation points are determined by solving the boundary layer momentum equation. This method is applied to calculations of the flows around a circular cylinder in which the laminar and turbulent boundary layer separation occurs. The calculated results for lift and drag coefficients, Strouhal number and separation points are compared with experiments.

Key Words: Numerical Analysis, Separated Flow, Unsteady Flow, Circular Cylinder, Discrete Vortex Method, Vortex Shedding Model

1. 序 論

高レイノルズ数領域のはく離を伴う非定常流れに対しては, その工学的重要性から従来より種々の解析的ならびに実験的究明がなされてきた。一方, 最近では大形計算機の発達に伴い, この種の流れを数値シミュレーションにより説明する試みがなされており, その数値解析法の開発が盛んに行われている。

その中でうず点法は, 差分法および有限要素法に比べて計算手順が比較的簡単なこと, 高レイノルズ数領域の流れの計算に適していることなどから, 平板⁽¹⁾⁽²⁾, 角柱⁽³⁾, 円柱⁽⁴⁾などに働く非定常流体力の解析にしばしば利用されている。しかし, 従来のうず点法では写像を用いるのが一般的であり, そのため複雑な形状の物体には適用が困難であった。また, はく離点の位置およびはく離うずの強さの決定方法は, 研究者や対象物体により異なっている。したがって工学的見地からは, 任意形状の物体に適用でき, かつはく離うずの強さの決定方法につき統一的な方法の開発が望まれるところである。

前報⁽⁵⁾で著者らは, 任意形状の物体に適用可能な写像を用いないうず点法を提案した。本報は, 前報の方法の適用範囲を拡大するために, 物体表面を連続うず分布で置き換えて物体表面の速度分布およびはく離うずの強さの計算精度を向上させ, さらにハく離点の位置を境界層方程式を解くことにより決定する新しい解析法について述べる。Kuwahara⁽⁶⁾は物体表面の境界層を多数のうず点で置き換え, 各時間ステップごとにうず点を流れ場に発生させることにより, はく離点を自動的に決める興味深い方法を提案している。しかし, 実際の計算では最初だけ64個のうず点を発生させるものの次の瞬間からは円柱まわりの境界層を2個のうず点だけで表す粗い近似のため, 流体力について実験値との一致は十分とはいえない。本報で述べる解析法はKuwaharaの方法に比べて境界層方程式を解く手続きが加わるが, はく離点の位置の推定精度が向上すること, および写像を用いずに任意形状の物体に適用できることなどの利点がある。

また, 前報の方法では未知量である物体表面上のうず点の強さを決定する式の数が未知量の数に比べて一つ多くなるため, 物体表面上で満たすべき境界条件を一つ省いていた。これは, 有限個のうず点で表した物体表面の各辺の流量($=0$)が正しければ, 当然物体表

* 昭和60年11月20日 関西支部第245回講演会において講演, 原稿受付 昭和60年2月22日。

** 正員, 三菱重工業(株)長崎研究所(〒850-91 長崎市飽ノ浦町1-1)。

面上の境界条件の一つは自動的に満たされることを考慮した処置であるが、実際は各辺の midpoint だけで境界条件を満たすようにしているため各辺の流量の総和には数値計算上の誤差が入り、その誤差が境界条件を省いた点に集中する可能性がある。そこで、本報では誤差を各辺に分散させるために、最小二乗法を用いて物体表面上のうず分布を決定することにする。

数値計算例としては、なめらかな物体の基本形状である円柱まわりの流れについての計算結果を示す。

2. 数値解析法

流れ場を非粘性流体で表される外部流と粘性流体で表される境界層に分けて解く。なお、ここで取扱うのは高レイノルズ数領域の流れであるため境界層の厚さは非常に薄いと考えられる。そこで、外部流を解くときは境界層の厚さを無視することにする。

2.1 外部流解析法 うず放出モデルでは、物体まわりのはく離を伴う非定常流れを、物体まわりのポテンシャル流れとはく離点から出るはく離せん断層を近似するうず点の配列とを重ね合わせて表す。

したがって、流れ場および圧力場は二次元非圧縮非粘性流体のうずなし流れを支配する次の基礎方程式で表される。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{p}{\rho} = f(t) - \frac{1}{2}(u^2 + v^2) - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (2)$$

ここに Φ, p, ρ, u, v は、それぞれ速度ポテンシャル、圧力、密度、流速の x および y 方向成分であり、 $f(t)$ は時間 t の任意の関数である。また、 u, v は、 Φ より

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (3)$$

の関係から求められる。

式(1)の境界条件は、物体表面上で

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad (4)$$

である。ここに、 n は物体表面の外向き法線方向を表す。

はく離せん断層を近似するうず点の配列は後述する

図1 連続うず分布

方法で決定されるが、物体まわりのポテンシャル流れはラプラス方程式(1)の基本解であるうず点を物体表面に連続的に分布させて表すことにする。したがって、速度ポテンシャルは次のようになる。

$$\begin{aligned} \Phi = & U_{\infty} \cos \alpha x + U_{\infty} \sin \alpha y \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_C \gamma(\xi, \eta) \tan^{-1} \frac{y-\eta}{x-\xi} ds \\ & - \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \Gamma_{wk} \tan^{-1} \frac{y-y_{wk}}{x-x_{wk}} \quad (5) \end{aligned}$$

ここに、 U_{∞} は上流の一様流速、 α は迎え角、 $\gamma(\xi, \eta)$ は物体表面の点 (ξ, η) におけるうず点の強さ、 N ははく離せん断層を近似するうず点の個数、 Γ_{wk} は後流中の点 (x_{wk}, y_{wk}) にあるうず点の強さを示す。また、 C は物体表面に沿う積分路を示す。

さて、図1に示すように物体表面を多数の線要素に分割し、うず点は各要素内で線形変化するように分布させ、式(4)を要素の中間点に適用すると、未知量 γ_j に関する次の連立方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2\pi}(\gamma_{i+1} - \gamma_i) + U_{\infty} \cos \alpha l_i + U_{\infty} \sin \alpha m_i \\ & + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^M [\gamma_j (L_{1ij} l_i - L_{2ij} m_i) \\ & + \gamma_{j+1} (L_{2ij} l_i - L_{1ij} m_i)] \\ & + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \{ \Gamma_{wk} [FX(x_i, y_i, x_{wk}, y_{wk}) l_i \\ & + FY(x_i, y_i, x_{wk}, y_{wk}) m_i] \} = 0 \\ & (i=1, 2, \dots, M) \quad (6) \end{aligned}$$

$$\gamma_{M+1} = \gamma_1 \quad (7)$$

ここに、 (l_i, m_i) は物体表面の標点 (x_i, y_i) における法線方向の方向余弦、 M は分割数、 $\sum^*$ は $j=i$ の和を除くことを示す。その他の記号の説明は付録に示す。

なお、 γ_j を決定するには式(6)、(7)のほかにケルビンの定理を付加条件とする必要がある。

$$\sum_{j=1}^M \frac{s_j}{2} (\gamma_j + \gamma_{j+1}) + \sum_{k=1}^N \Gamma_{wk} = 0 \quad (8)$$

ここに、 s_j は要素 j の長さを示す。

未知量 γ_j は、式(6)~(8)を連立させ序論で述べた理由により最小二乗法を用いて解くことにする。

式(6)~(8)をまとめると、

$$\sum_{j=1}^{M+1} a_{ij} \gamma_j = b_i \quad (i=1 \sim M+2) \quad (9)$$

となる。ここに、 a_{ij} は連立方程式の係数、 b_i は既知ベクトルの成分である。最小二乗法では、次の誤差式の和

$$F = \sum_{i=1}^{M+2} \left(\sum_{j=1}^{M+1} a_{ij} \gamma_j - b_i \right)^2 \quad (10)$$

が最小になるようにして γ_j を決定する。すなわち、

$$\frac{\partial F}{\partial \gamma_k} = \sum_{i=1}^{M+2} 2a_{ik} \left(\sum_{j=1}^{M+1} a_{ij} \gamma_j - b_i \right) = 0 \quad (k=1 \sim M+1) \quad (11)$$

が γ_j を決定する条件式になる。整理すると、

$$\sum_{i=1}^{M+2} \sum_{j=1}^{M+1} a_{ik} a_{ij} \gamma_j = \sum_{i=1}^{M+2} a_{ik} b_i \quad (k=1 \sim M+1) \quad (12)$$

となる。こうして γ_j についての連立一次方程式が得られる。

2・2 境界層解析法 はく離点は境界層方程式を解いて求める。ただし、境界層方程式の解法については、準定常的に考えて定常境界層方程式を用い、層流境界層は Pohlhausen の方法⁽⁷⁾で、乱流境界層は Head の方法⁽⁸⁾で解くことにする。

2・2・1 層流境界層 境界層の運動量方程式は物体に沿って x 軸をとると次式で与えられる。

$$\frac{d}{dx}(\rho U^2 \theta) = \delta^* \frac{dp}{dx} + \tau_0 \quad (13)$$

ここに、 U は境界層外縁の流速、 δ^* は排除厚さ、 θ は運動量厚さ、 τ_0 は物体表面におけるせん断応力である。式(13)を Pohlhausen の方法を用いて前方よどみ点($x=0$)より物体表面に沿って数値積分し、形状係数

$$\Lambda(x) = \frac{1}{\nu} \delta^2(x) \frac{dU}{dx} \quad (14)$$

が $\Lambda = -12$ となる点をはく離点とする。ここに、 ν は動粘性係数、 $\delta(x)$ は境界層厚さである。

2・2・2 乱流境界層 式(13)に $H = \delta^*/\theta$ を導入して変形すると次のようになる。

$$\frac{d\theta}{dx} + (H+2) \frac{\theta}{U} \frac{dU}{dx} = \frac{1}{2} C_f \quad (15)$$

ここに、 C_f は摩擦抗力係数であり、Ludwig-Tillman によると次の関係で与えられることが実験的に確かめられている。

$$C_f = 0.246 \times 10^{-0.678H} \left(\frac{U\theta}{\nu} \right)^{-0.288} \quad (16)$$

また、乱流境界層内での H の変化は、次に示すエントレイメントの関係式で与えられる。

$$\frac{1}{U} \frac{d}{dx} (U\theta H^*) = 0.0299 (H^* - 3.0)^{-0.6169} \quad (17)$$

ここに、

$$H^* = \begin{cases} 0.8234(H-1.1)^{-1.287} + 3.3 & (H \leq 1.6) \\ 1.5501(H-0.6778)^{-3.064} + 3.3 & (H \geq 1.6) \end{cases}$$

である。式(15)～(17)を遷移点から数値積分して $H(x)$ を求め、 $H=2.0$ となる点をはく離点とする。

2・2・3 境界層の遷移 境界層内が層流から乱流に遷移すると、運動量厚さ θ はほとんど変化しないが、 H は層流状態の値 H_l から乱流状態の値 H_t まで急激に減少する。この減少分 $\Delta H = H_l - H_t$ は、本来遷移点のレイノルズ数 $(U\theta/\nu)_T$ の関数として決まるものであるが、通常 ΔH は約 1.2 の値になる⁽⁷⁾。そこで、ここでは $\Delta H = 1.2$ とする。なお、層流境界層から乱流境界層への遷移は主流圧力の最低点で起こるとする。

2・3 はく離せん断層のモデル化 うず放出モデルでは、はく離点から出るはく離せん断層をうず点の配列で置き換える。微小時間 ΔT にはく離点に導入するうず点の循環 $\Delta \Gamma_s$ は次式で与えられる。

$$\Delta \Gamma_s = \frac{1}{2} U_s^2 \Delta T \quad (18)$$

ここに、 U_s ははく離点における境界層外縁の流速である。

導入されたうず点の時間移動および粘性うずの取扱いは文献(5)と同様にする。

うず放出モデルを用いて計算する場合、一般に物体に作用する流体力は実験値に比べて大きくなる。これはうず放出モデルでははく離点から発生したうず度が減衰なしに後流へ流れ去るのに対し、実際は後流中で乱流などによってうず度が減衰するためであると考えられており、種々の減衰うずモデルが提案されている⁽³⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。本報においても、このうず度の減衰効果を見るために文献(9)で提案されている次式で表される減衰うずモデルを用いて計算する。

$$\Delta \Gamma_s(t^*) = \Delta \Gamma_s \exp\left(-\frac{t^*}{\tau}\right) \quad (19)$$

ここに、 t^* はうず点が導入されてからの経過時間、 τ は減衰率を決めるパラメータである。

2・4 物体に作用する流体力 物体に作用する流体力は、非定常流に拡張されたブラジウスの公式を用いて計算することができる。本解析法の場合、ブラジウスの公式を適用すると次の結果が得られる。

$$\begin{aligned} X - iY = \rho \left[-iU_\infty e^{-ia} \sum_{j=1}^M \gamma_{Mj} S_j \right. \\ \left. - \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N \gamma_{Mj} S_j \Gamma_{wk} \frac{1}{z_{wk} - z_j} + i \sum_{j=1}^M \frac{\partial \gamma_{Mj}}{\partial t} S_j \bar{z}_j \right. \\ \left. + i \sum_{k=1}^N \frac{\partial \Gamma_{wk}}{\partial t} \bar{z}_{wk} \right] \quad (20) \end{aligned}$$

ここに、

$$\gamma_{Mj} = (\gamma_j + \gamma_{j+1})/2$$

である。

3. 数値計算例

本解析法では、静止流体中にある物体が時刻 $t=0$ で急に一定速度 U_∞ で動き始めた時の物体まわりの非定常流れを計算する。

なめらかな物体の基本形状である直径 d の円柱について計算した結果を以下に示す。

3.1 ポテンシャル流 まず、はく離のないポテンシャル流の計算結果を図2に示す。計算条件は $M=80$ とした。流線は流れ場の各点の流れ関数 Ψ の値を求め、 Ψ = 一定の等高線を描いたものである。計算では式(8)を付加条件としているので循環のないポテンシャル流になっている。

3.2 層流はく離する場合 (うず度の減衰なし)

次に層流はく離する場合の計算結果を示す。計算条件は、 $M=80$, $\Delta T(U_\infty/d)=0.15$, $\Delta t(U_\infty/d)=0.075$, $\nu(1/U_\infty d)=1.25 \times 10^{-4}$ (レイノルズ数 $U_\infty d/\nu=8 \times 10^3$) とし、境界層方程式を数値積分するときの円柱表面の分割数は160とした。なお、初期のはく離点の位置は、前方よどみ点からの角度 $\theta=120^\circ$ とした。また、流れを早く周期変動状態にするために $t(U_\infty/d)=0 \sim 5.0$ の間、振幅 $h/d=0.05$, 振動数 $\omega d/U_\infty=1.24$ の

図2 ポテンシャル流

図3 フローパターン (うず度の減衰なし)

ヒービング振動をさせた。

計算結果のフローパターンを図3に示す。はく離点の位置 θ の時間変動は図4に示す。また、抗力係数 C_D および揚力係数 C_L の時間変動を図5に示す。

時間変動の最終2周期から求めた時間平均値 $\overline{C_D}$, $\bar{\theta}_1$, $\bar{\theta}_2$, ストローク数 S_r および C_L の二乗平均値 $C_{L,r} (= \sqrt{\overline{C_L^2}})$ について実験値⁽¹¹⁾⁽¹²⁾と比較した結果を表1に示す。表1よりわかるように、計算結果の $\overline{C_D}$, $C_{L,r}$ が実験値に比べて大きな値になっている。また、図4よりわかるようにはく離点の変動範囲も最大 13.7° とかなり大きい。

3.3 層流はく離する場合 (うず度の減衰有り)

3.2節で見たように、後流中でのうず度の減衰効果を

図4 はく離点位置の時間変動

(a) C_D の時間変動

(b) C_L の時間変動

図5 抗力係数 C_D および揚力係数 C_L の時間変動

考慮しないと $\overline{C_D}$, C_{L_f} も実験値に比べて大きくなる。そこで、次に式(19)で表される減衰うずモデルを用いた計算結果を示す。

まず、減衰パラメータ τ を決めるために、 τ を変化させて予備計算を行った。予備計算で行った $U_\infty \tau/d = 6.0, 9.0$ の計算結果を図6, 7に示す。 $U_\infty \tau/d = 6.0$ の場合、うず度の減衰が大きすぎるために後流でカルマ

表1 計算結果と実験値⁽¹¹⁾⁽¹²⁾との比較
(Case 1: うず度の減衰なし, Case 2: うず度の減衰有り)

	$\overline{C_D}$	C_{L_f}	S_L	θ
Experiment	1.2	0.4	0.18	78°
Present calculation Case 1	1.73	0.95	0.20	$\theta_1 = 80.2^\circ$ $\theta_2 = 82.3^\circ$
Present calculation Case 2	1.31	0.39	0.19	$\theta_1 = 80.3^\circ$ $\theta_2 = 80.6^\circ$

a) $C_{L_f} = \sqrt{C_D}$

(a) フローパターン

(b) 揚力係数 C_L の時間変動

図6 減衰パラメータ $U_\infty \tau/d = 6.0$ の計算結果

(a) フローパターン

(b) 揚力係数 C_L の時間変動

図7 減衰パラメータ $U_\infty \tau/d = 9.0$ の計算結果

ンうずの生成が見られず、揚力係数の変動も徐々に減衰することがわかる。 $U_\infty \tau/d = 9.0$ の場合は、カルマンうずの生成は見られるものの、揚力係数の変動は $U_\infty \tau/d = 6.0$ の場合と同じように徐々に減衰する。

上述の予備計算の結果、 $U_\infty \tau/d = 13.5$ が妥当であることが明らかになった。 $U_\infty \tau/d = 13.5$ とした場合の計算結果を以下に示す。計算結果のフローパターンを図8に示す。図3のフローパターンと比較すると、後流でのうず度の強さの違いによって後流のだ行の様子が異なっていることがわかる。はく離点の時間変動は図9に示す。図4と比べるとはく離点の変動幅も小さくなることがわかる。 C_D および C_L の時間変動を図10に示す。

3・2節と同様に時間変動の最終2周期から求めた $\overline{C_D}$, $\overline{\theta}$, S_L , C_{L_f} を表1に示す。うず度の減衰を考慮しない場合と比較すると、それぞれの値が実験値に近づくことがわかる。

このように、うず放出モデルの計算精度を向上させるためには、後流中でのうず度の減衰を考慮する必要がある。

3・4 乱流はく離する場合 円柱まわりの流れは

図8 フローパターン (うず度の減衰有り)

図9 はく離点位置の時間変動

よく知られているように、レイノルズ数 Re が亜臨界領域 ($Re < 4 \times 10^5$) では 3・2 および 3・3 節で扱ったように $\theta = 80^\circ$ 付近で層流はく離し、レイノルズ数が超臨界領域 ($Re > 4 \times 10^5$) ではいったん層流はく離した後再付着して乱流境界層に遷移し $\theta = 130^\circ$ 付近で乱流はく離を起こす。さらに、レイノルズ数が極超臨界領域 ($Re > 2 \times 10^6$) では層流境界層が最低圧力点直後で乱流境界層に遷移し $\theta = 115^\circ$ 付近で乱流はく離を起こす⁽¹³⁾。

さて、超臨界領域は再付着現象が起こる複雑な領域であり、この現象を扱った妥当な境界層モデルがないため、ここでは層流境界層からそのまま乱流境界層に遷移する極超臨界領域について計算を試みた。

計算条件は、 $\nu(1/U_\infty d) = 5.0 \times 10^{-7}$ (レイノルズ数 $U_\infty d/\nu = 2 \times 10^6$) とした以外は 3・2 節と同様とし、後流中のうず度の減衰パラメータ τ は 3・3 節と同様 $U_\infty \tau/d = 13.5$ とした。計算結果のフローパターンを図

図 10 抗力係数 C_D および揚力係数 C_L の時間変動

図 11 フローパターン (乱流はく離する場合)

11 に示す。層流はく離する場合に比べてはく離が起き、後流の幅が狭くなることがわかる。はく離点の時間変動を図 12 に示す。また、 C_D および C_L の時間変動を図 13 に示す。それぞれの時間平均値は、 $\bar{\theta}_1 = 119.2^\circ$, $\bar{\theta}_2 = 118.0^\circ$, $\bar{C}_D = 0.56$ となる。

4. 結 論

はく離を伴う非定常流れの解析法として前報で報告した計算法に下記の二点の改良を加え、より適用範囲の広い解析法を開発した。

(1) 物体表面を連続うず分布で置き換えることにより、物体表面の速度分布およびはく離うずの強さの計算精度の向上を計った。

(2) 境界層方程式を解いてはく離点の位置を決めることにより、なめらかな物体にも適用可能となっ

図 12 はく離点位置の時間変動

図 13 抗力係数 C_D および揚力係数 C_L の時間変動

た。

数値計算例として円柱まわりの流れに適用し、層流はく離する場合は、後流でうず度を減衰させることにより実験値とよく一致する結果が得られた。また、乱流はく離する場合も定性的には実現象をよく表す結果が得られた。

付 録

式(6)の中の記号の説明を以下に示す。

$$I_{1ij} = (y_i - y_j)E_0 - \frac{1}{s_j} \{ (y_i - y_j) + (y_{j+1} - y_j) \} E_1 + \frac{1}{s_j^2} (y_{j+1} - y_j) E_2 \dots (21)$$

$$I_{2ij} = \frac{1}{s_j} (y_i - y_j) E_1 - \frac{1}{s_j^2} (y_{j+1} - y_j) E_2 \dots (22)$$

$$L_{1ij} = (x_i - x_j)E_0 - \frac{1}{s_j} \{ (x_i - x_j) + (x_{j+1} - x_j) \} E_1 + \frac{1}{s_j^2} (x_{j+1} - x_j) E_2 \dots (23)$$

$$L_{2ij} = \frac{1}{s_j} (x_i - x_j) E_1 - \frac{1}{s_j^2} (x_{j+1} - x_j) E_2 \dots (24)$$

ここに、

$$E_0 = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{4ac-b^2}} \left(\tan^{-1} \frac{2as_j+b}{\sqrt{4ac-b^2}} - \tan^{-1} \frac{b}{\sqrt{4ac-b^2}} \right) [b^2 < 4ac] \\ -\frac{2}{2as_j+b} + \frac{2}{b} & [b^2 = 4ac] \end{cases} \dots (25)$$

$$E_1 = \frac{1}{2a} \log \left| \frac{as_j^2 + bs_j + c}{c} \right| - \frac{b}{2a} E_0 \dots (26)$$

$$E_2 = \frac{s_j}{a} - \frac{b}{2a^2} \log \left| \frac{as_j^2 + bs_j + c}{c} \right| + \frac{b^2 - 2ac}{2a^2} E_0 \dots (27)$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \left\{ (x_i - x_j) \left(\frac{x_{j+1} - x_j}{s_j} \right) + (y_i - y_j) \left(\frac{y_{j+1} - y_j}{s_j} \right) \right\} \\ c=(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 \end{cases}$$

である。また、

$$FX(x_i, y_i, x_j, y_j) = \frac{1}{2\pi} \frac{y_i - y_j}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \dots (28)$$

$$FY(x_i, y_i, x_j, y_j) = -\frac{1}{2\pi} \frac{x_i - x_j}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \dots (29)$$

である。

文 献

- (1) Kuwahara, K., *J. Phys. Soc. Japan*, **35-5** (1973), 1545.
- (2) 木谷・有江, 機論, **43-367** (昭52), 1015.
- (3) 永野・ほか2名, 機論, **47-413, B** (昭56), 32.
- (4) Sarpkaya, T. and Schoaff, R. L., *AIAA J.*, **17-11** (1979), 1193.
- (5) 船室・ほか2名, 機論, **49-440, B** (昭58), 801.
- (6) Kuwahara, K., *J. Phys. Soc. Japan*, **45-1** (1978), 292.
- (7) Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, (1960), 243, 580, McGraw-Hill.
- (8) Head, M. R., *R & M*, 3152 (1958), 1.
- (9) 時来・ほか2名, 機論, No. 800-14 (昭55-8), 32.
- (10) Kiya, M. ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **120** (1982), 219.
- (11) Roshko, A., *J. Fluid Mech.*, **10** (1961), 345.
- (12) 岡内・ほか2名, 耐風構造, (昭52), 160, 丸善.
- (13) Achenbach, E., *J. Fluid Mech.*, **34-4** (1968), 625.

討 論

〔質問〕 木谷 勝・望月 修

〔北海道大学工学部〕

(1) 表1にあるように、渦に減衰を与えたときとそうでないときとで、 $\bar{C}_D$, C_L が大幅に変化するにもかかわらず、 S_L はほぼ一定でしかも実験値とよく一致している。すなわち S_L は循環減衰の有無にあまり依存しない。質問者はこのことを従来から奇異に感じていた。このことは S_L のきまる物理的メカニズムに関係すると思う。これについてのご見解があればご教示いただきたい。

(2) 図13(a), (b)の C_D , C_L の波形には振幅の大きなスパイクが現れている。これはどのような(物理的あるいは数値解析上の)理由によるものか。なお、層

流はく離するとき(図5)には、このようなスパイクがないが、この点についてもご教示願いたい。

(3) 1602ページ右欄10行めの「主流圧力の最低点」とあるのはいささかあいまいであるが、ご説明願いたい。

〔回答〕 (1) ストローハル数 S_L (渦対の発生振動数)が決まる物理的メカニズムについては、これまで決定的な理論はなく不明な点が多いと思う。ご指摘のように、本数値計算例で C_D , C_L が実験値と合うように渦度を適度に減衰させても S_L がそれほど変わらないことは、 S_L が決まる物理的メカニズムに関連して重要なことであると思う。そこで、以下でその原因および今後の検討課題を示したいと思う。

まず、ストローハル数 S_t は付図1に示すように渦列が並んだ状態で次式により決まる。

$$S_t = \frac{Vd}{U_\infty a}$$

ここに、 U_∞ は一様流速、 d は円柱の直径、 V は渦列の移動速度、 a は渦列の間隔である。さて、本文の図3と図8のフローパターンを比較すると、渦度を減衰させた場合、渦の巻き上がり中心が後方に移動し、かつ上下の渦が接近し、上下の渦列の間隔 b が小さくなる。ここで、 a と b との間には渦列が無限に並んでいる場合と同様に安定な渦対発生条件として $a/b = \text{定数}$ (定数の値は Γ の大きさに無関係) の関係が成り立つとすると、 b が小さくなると a も小さくなる。一方、渦列の移動速度 V は Γ の大きさ、 a 、 b の大きさによって決まるが、 Γ が減衰しても a 、 b が小さくなれば、 Γ 、 a 、 b の値の適当な範囲で V も小さくなることが考えられる。そのため、上式において、 Γ が減衰すると a が小さくなるが、 V も小さくなり、結果として S_t がそれほど変わらないことになる。

以上の推論をもとに、 S_t が決まる物理的メカニズムを明らかにしようとするれば、今後の検討課題として下記のことを明らかにする必要があると思う。

(i) b がはく離せん断層の強さおよび物体の形状にどのように依存するか。

(ii) $b/a = \text{定数}$ の関係式が成り立つか、また、成り立つとすれば、定数の値は物体の形状にどのように依存するか。

(2) 本文で述べているように、本解析法では後流に放出させる渦点として、文献(5)と同様に次に示す巡回速度 v_θ を誘起する粘性渦を用いている。

$$v_\theta = \begin{cases} \frac{1}{2\pi r} \Gamma & (r \geq \sigma) \\ \frac{r}{2\pi \sigma^2} \Gamma & (r < \sigma) \end{cases}$$

ここに、 Γ は渦点の循環、 r は渦点の中心からの半径、 σ はコアを表す。コア σ は動粘性係数 ν 、流れ場の渦点が発出されてからの経過時間 t^* の関係として、

$$\sigma = 2.24 \sqrt{\nu t^*}$$

と与えている。

乱流はく離する場合、動粘性係数 ν が層流はく離する場合に比べて非常に小さいので、物体の背後に渦点が発達して物体表面に接近するときのコア σ は、層流はく離する場合に比べて非常に小さくなり、渦点が大きな誘起速度をもって物体表面に接近したり離れたりすることになる。そのため、物体表面の渦分布にも急激な変化が生じ、その結果流体力に高周波で大きな変

付図1

動が現れるようになる。

(3) 層流境界層から乱流境界層へ遷移する遷移点の正確な予測はなかなか困難である。しかし、本文で扱った乱流はく離する場合のような高レイノルズ数 ($R_e = 10^6 \sim 10^7$ 程度) では、層流境界層は減速流の領域に入るとただちに乱流境界層に遷移するとしても実用上充分であると考えられる。そこで、本解析法では $\Lambda > 0$ から $\Lambda < 0$ に移行する最低圧力点を遷移点とし、前方よどみ点から最低圧力点までは層流境界層、それより下流で乱流境界層になると仮定して境界層計算を行っている。

〔質問〕 岡島 厚 [金沢大学工学部]

(1) 渦度の減衰効果を示すパラメータ τ につき、 $U_\infty \tau / d = 6, 9, 13.5$ を吟味され、 C_D 、 C_L 、 S_t 、 $\bar{\theta}$ の実験値との比較から $U_\infty \tau / d = 13.5$ を採用されているが、 $U_\infty \tau / d$ の違いにより、たとえば 13.5 ± 0.5 で C_L の変動はどの程度敏感に変化が現れるのか。

(2) 乱流はく離する場合の図13に示される C_D や C_L の時間変動をみると、層流はく離の図10に比較し、 C_D 、 C_L に高周波数の変動が卓越してみられるが、その原因は流れのどのような変化に対応しているのか。

〔回答〕 (1) 渦度の減衰率を表すパラメータ τ を決める予備計算では、本文で示した $U_\infty \tau / d = 6.0, 9.0$ 以外に $U_\infty \tau / d = 12.0, 15.0$ の計算も行っている。しかし、ご指摘のような τ の微妙な変化に対しては実際に計算していないので、ご質問に対して正確なことは言えないが、 $U_\infty \tau / d = 12.0, 15.0$ の計算結果と本文で採用した $U_\infty \tau / d = 13.5$ の計算結果とを比べるかぎり、 $U_\infty \tau / d = 13.5 \pm 0.5$ のような微妙な変化に対して流体力にはそれほど敏感な変化は現れないと思う。

なお、渦点法において渦度の減衰率をどう決めるかは実用上重要な課題であり、今後、本文式(19)以外の減衰渦モデルの提案式の検討、ご指摘のような減衰パラメータが計算結果に及ぼす詳細な検討などが必要であると考えられる。

(2) 木谷・望月氏への回答(2)を参照されたい。