平行平板間流路における層流脈動物質伝達*

山口隆平**, 高橋浩爾***

Laminar Pulsating Mass Transfer at a Flat Plate Parallel Channel

by Ryuhei YAMAGUCHI and Koji TAKAHASHI

In this paper, mass transfer in a laminar pulsating flow between two parallel flat plates has been studied. Mass transfer from the fluid to the mass transfer surface was measured by an electrochemical method, in which the redox system comprises the electrolyte and the test nickel cathode. Measurements were conducted at a Reynolds number of 250, a Schmidt number of 1 600 and a Womersley number range of 1.06~10.6. Furthermore, mass transfer was numerically estimated by calculating the diffusion equation. Consequently, the frequency characteristics of mass transfer are similar to those of the first-order time lag system. Owing to pulsating flow, the time-averaged mass transfer is a little lower than that corresponding to steady flow, as the flow amplitude increases and the pulsating frequency decreases.

Key Words: Mass Transfer, Laminar Flow, Pulsating Flow, Blood Flow, Parallel Channel, Electrochemical Method

1. 緒 言

管路内において、脈動している流体と管壁との間の熱・物質伝達は、基本的な問題である。このような脈動流中の物質伝達に関する研究は、生体内の血管壁と血流との間の物質伝達を知るうえで重要である⁽¹⁾⁽²⁾。他方、熱伝達の場合、定常流の場合に比べて、脈動流により熱伝達が向上するか、あるいは単に低下するかを明らかにすることが必要である^{(3)~(10)}。

脈動流中の熱伝達に関する実験的および理論的研究は、数多く行われている。乱流領域では、Martinelliら⁽³⁾、West-Taylor⁽⁴⁾および Keil-Baird⁽⁵⁾は、蒸気により加熱された管壁から水流への脈動熱伝達を測定している。その結果によれば、定常流の場合に比べて、脈動により熱伝達は向上する場合と、ほとんどその影響がない場合とがあるとしている。層流領域では、Siegel-Perlmutter⁽⁶⁾、望月・八田⁽⁷⁾、Niidaら⁽⁸⁾、Faghriら⁽⁹⁾および喜多ら⁽¹⁰⁾は、円管および平行平板間流路において、熱伝達への脈動流の影響を理論的に

解析している。層流では、脈動流により熱伝達はほとんどその影響を受けないか、あるいは少し減少するとしている。

しかしながら、脈動層流における熱伝達の実験的研究は、断熱壁の熱伝導率を零とすることが難しいなどの理由により、著者らの知るかぎりでは明らかにされていない。層流脈動熱伝達の周波数特性に関しては、Rooke-Stermole⁽¹¹⁾が、熱伝達面の流路後方断面内数点の温度変動を測定しているにすぎないようである。

本報では、血管壁と血流との間の物質の伝達を対象とし、平行平板間流路における物質伝達を考える。流れは、定常流に重ね合された脈動層流とし、物質伝達面上の濃度分布、物質伝達率およびその周波数特性を検討する。とくに、時間平均物質伝達率への脈動流の影響を明らかにする。実験では、酸化還元系の電解液を用い、電気化学的方法⁽²⁾⁽¹²⁾により物質伝達を測定する。この問題は、物質伝達のシュミット数と熱伝達の場合のプラントル数という相違はあるものの、物質伝達に相似な熱伝達特性を明らかにするうえで重要と考えられる。

記号の説明

無次元量

* 昭和60年11月14日 第934回講演会において講演、原稿受付 昭和60年3月25日。

** 正員、芝浦工業大学 (〒108 東京都港区芝浦3-9-14)。

*** 正員、上智大学理工学部 (〒102 東京都千代田区紀尾井町7-1)。

- A : 流量振幅
 Re : レイノルズ数 $=UH/\nu$
 Sc : シュミット数 $=\nu/D$
 $S_{hm}(t)$: 平均シャーウッド数
 $S_{hm(av)}$: 時間平均シャーウッド数
 $S_{hm(st)}$: 平均流量に相当する定常平均シャーウッド数
 $S_{hx}(x, t)$: 局所シャーウッド数
 $S_{hx(st)}(x)$: 平均流量に相当する定常局所シャーウッド数
 $t = ft^*$
 $u = u^*/U$
 $u' = u'^*/U$
 $x = x^*/H$
 $y = y^*/H$
 α : ウォーマースリ数 $= H\sqrt{\omega/\nu}$
 $\Delta S_{hm(av)} = S_{hm(av)} - S_{hm(st)}$
 $\Delta S_{hx} = S_{hx}(x, t) - S_{hx(st)}(x)$
 δ_c : 濃度境界層厚さ
 ζ : 座標変換されたあとの y 方向の座標
 θ : 濃度 $= (c - c_w)/(c_\infty - c_w)$
 ξ : 座標変換されたあとの x 方向の座標
 有次元量
 A_c : カソード面積 m^2
 c : 媒質の濃度 mol/m^3
 c_w : 物質伝達面 (カソード) 上の濃度 mol/m^3
 c_∞ : 上流無限遠の濃度 mol/m^3
 D : 媒質の拡散係数 m^2/s
 F : ファラデー定数 $96\,500\,C/mol$
 f : 脈動の振動数 Hz
 G : ゲイン dB
 H : 代表長さ (流路幅) m
 i : 電流 A
 L : 主流方向の物質伝達面 (カソード) 長さ m
 Q : 流量 m^3/s
 Q_0 : 時間平均流量 m^3/s
 t^* : 時間 s
 U : 代表速度 (平均速度) m/s
 u^* : x 方向速度 m/s
 u'^* : x 方向の脈動速度成分 m/s
 x^* : 主流方向の座標 m
 y^* : 主流に垂直方向の座標 m
 θ' : 位相角 $^\circ$
 ν : 流体の動粘度 m^2/s
 ω : 脈動の角速度 $= 2\pi f$ rad/s

2. 実験装置および測定方法

2.1 実験装置 図1に、実験で用いる流路の概略を示す。赤血塩と黄血塩の等モル溶液(0.002~0.01 mol/l) および支持電解質として水酸化カリウム(0.2~1 mol/l) との混合電解液を、作動流体として用いる。電解液は、リザーバからポンプにより水位を一定に保ったヘッドタンク、供試流路および脈動発生用の流量制御オリフィスに順次流入する。図示しないが、電解液が入ったリザーバ、ヘッドタンクおよび供試流路は、それぞれ温度を一定にしてある保温槽に浸されている⁽²⁾。スプール弁形の制御オリフィスは、偏心カムによりその開口面積をある動作点を中心に正弦的に変えられる⁽¹³⁾。したがって、流量 Q は定常流量 Q_0 と正弦的変動流量との和になる。

供試流路は、断面 $4 \times 50\,mm^2$ (流路幅 $H = 4\,mm$)、長さ $700\,mm$ の平行流路であり、入口は半ベルマウス状になっている⁽²⁾。

図2に、本実験で用いる電気回路を示す。カソードは幅 $10\,mm$ 、長さ $L = 6, 30\,mm$ の2種類であり、図2のごとくアクリス壁に滑らかに埋め込まれる。カソードの前後部助走長さは、それぞれ $350, 200\,mm$ である。

2.2 測定方法 実験では、限界電流下において、アノードとカソードの間に一定電圧を加える⁽²⁾⁽¹²⁾。このとき流れる電流 $i(t)$ と制御オリフィスの変位をレコーダに記録する。制御オリフィス変位と実際の流量変動の間には、若干の位相差がある。あらかじめ、電磁流量計によりこの位相差を求めている。長さ L のカソードにおいて、各時刻の平均シャーウッド数 $S_{hm}(t)$ 、一周期にわたっての時間平均シャーウッド数 $S_{hm(av)}$ は、

$$S_{hm}(t) = i(t)H / (A_c F C_\infty D) \dots\dots\dots (1)$$

図1 流路概略

$$S_{hm(av)} = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} S_{hm}(t) dt \dots\dots\dots (2)$$

である。平均流量 Q_0 に相当する定常平均シャーウッド数 $S_{hm(st)}$ は、二次元 Léveque の式⁽¹⁴⁾より、

$$S_{hm(st)} = 1.4672 (Re Sc L/H)^{1/3} \dots\dots\dots (3)$$

時間平均物質伝達への脈動の影響を表す $\Delta S_{hm(av)}$ を、以下のように定める。

$$\Delta S_{hm(av)} = S_{hm(av)} - S_{hm(st)} \dots\dots\dots (4)$$

拡散係数 D は、定常流において、式(1)で定義する平均シャーウッド数と式(3)とにより求める。動粘度 ν は、オストワルド粘度計により測定する。

本実験では、おもにレイノルズ数 $Re=250$ 、シュミット数 $Sc=1600$ 、流量振幅 $A<0.4$ 、脈動の振動数 $f=0.01\sim 1.0$ Hz ($\alpha=1.06\sim 10.6$)、およびカソード長さ $L/H=1.5, 7.5$ について測定する。

このような流れの物質伝達を調べることは、生体内の血管壁と血液との間の物質伝達を知るうえで重要である。本報で対象とする血管部位は、大たい部動脈のような比較的径の大きい動脈である。このような動脈内の平均レイノルズ数は数百、基本ウォーマースリ数は $3.34^{(15)}$ であり、これらは本報で用いる値と同じ程度である。また、本報で用いるシュミット数 Sc は 1600 であり、血液中の酸素の $Sc=4000^{(16)}$ と同じオーダーであるが、その値は異なる。しかしながら、本報で得られた結果の定性的な傾向は、生体内の物質伝達と同じと推察される。

3. 数 値 解 析

図3のように二次元直角座標をとり、速度を代表速度 U 、長さを代表長さ H 、濃度を $(c_\infty - c_w)$ 、および時間を脈動の振動数 f で無次元化する。拡散方程式は、次のようになる。

$$Sc \cdot (\alpha^2/2\pi) \partial\theta/\partial t + Re Sc \cdot u \partial\theta/\partial x = \partial^2\theta/\partial x^2 + \partial^2\theta/\partial y^2 \dots\dots\dots (5)$$

図2 電気回路

境界条件を以下のように定める。流量は正弦的な脈動流とすると

$$Q/Q_0 = 1 + A \sin \omega t \dots\dots\dots (6)$$

このとき、各断面の速度分布は、

$$u = 6(y-y^2) + A u' \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 u' は脈動流の流量振幅 $A=1.0$ の場合の脈動速度成分⁽⁶⁾である。

$$u' = \{(B_1^2 + B_2^2)/(C_1^2 + C_2^2)\}^{1/2} \sin(\omega t - \delta) \dots\dots\dots (8)$$

ただし、

$$\alpha' = \alpha/2\sqrt{2}, \quad y' = y - 1/2$$

$$\text{bec } z = \cos z \cosh z$$

$$\text{bes } z = \sin z \sinh z$$

$$\text{bsa } z = \text{bec}^2 z + \text{bes}^2 z$$

$$B_1 = 1 - \{\text{bec } \alpha' \text{ bec}(\alpha y'/\sqrt{2}) + \text{bes } \alpha' \text{ bes}(\alpha y'/\sqrt{2})\} / \text{bsa } \alpha'$$

$$B_2 = \{\text{bes } \alpha' \text{ bec}(\alpha y'/\sqrt{2}) - \text{bec } \alpha' \text{ bes}(\alpha y'/\sqrt{2})\} / \text{bsa } \alpha'$$

$$C_1 = 1 - \sqrt{2}/\alpha \cdot \{(\text{bec } \alpha' + \text{bes } \alpha') \sin \alpha' \cosh \alpha' + (\text{bec } \alpha' - \text{bes } \alpha') \cos \alpha' \sinh \alpha'\} / \text{bsa } \alpha'$$

$$C_2 = \sqrt{2}/\alpha \cdot \{(\text{bes } \alpha' - \text{bec } \alpha') \sin \alpha' \cosh \alpha' + (\text{bes } \alpha' + \text{bec } \alpha') \cos \alpha' \sinh \alpha'\} / \text{bsa } \alpha'$$

$$\delta = \tan^{-1}(B_1/B_2) - \tan^{-1}(C_1/C_2)$$

である。濃度は、上流無限遠で $\theta=1.0$ 、長さ L の物質伝達面上で零、その他の壁はすべて不透過とする。

濃度分布は、物質伝達面の前半部とその表面近くで変化が大きいと予想される。とくに、シュミット数(プラントル数に相当)が 10^3 のオーダーであるので、濃度境界層厚さが極めて薄くなることを考慮する。そこで、 x, y 軸を前報⁽²⁾と同様にそれぞれ指数関数と放物曲線により、 ξ, ζ 軸に座標変換する。 x 軸の分割数、刻み幅も前報と同様とし、 y 軸の分割数を 100 、物質伝達面上の最初の刻み幅は $\Delta y = 0.0029$ とする。

数値計算では、式(5)を座標変換した式を差分近似し、緩和法により求める。時間微分項については、後退差分近似を用いる。時間分割数の影響を調べるために、一周周期を $24, 48, 72$ の三とおりの分割数を用いた。本計算の範囲では、振動数にもよるが、 24 あるいは

図3 流れ場と座標

は48分割で十分であった。逆流がなく、下流からの影響が小さいと予想される範囲を対象としているので、対流項には上流差分近似を用いる。この方法により、 $Re=250$, $Sc=1600$, $L/H=7.5$ の場合、定常流で計算された平均シャーウッド数と厳密解である式(3)との差異は0.3%であった。脈動のウォーマースリ数は $\alpha=1.06\sim10.6$ である。

4. 結果および考察

4.1 計算結果 ウォーマースリ数 $\alpha=3.34$ の場合、定常速度成分を含まない脈動速度成分 u' の変動の様子を、図4に示す。この脈動流において、 $Re=250$, $Sc=1600$, $\alpha=3.34$, $A=0.300$, $L/H=7.5$ の場合、物質伝達面上の濃度分布の発達を、図5に示す。図5(a), (b)は、それぞれ時刻 $\omega t=135^\circ, 315^\circ$ における濃度分布である。この時刻において、濃度 $\theta=0.99$ となる物質伝達面からの濃度境界層厚さ δ_c を、図6に示す。図6中には、対応する定常流の濃度境界層厚さも併記する。後述のように(4.2節, 図8), 時刻 $\omega t=135^\circ$ で平均シャーウッド数 $S_{hm}(t)$ はほぼ最大, $\omega t=315^\circ$ ではほぼ最小となる。濃度境界層厚さが大になれば、物質伝達率は低下することを考えると、 $\omega t=135^\circ$ よりも 315° のほうが平均シャーウッド数 $S_{hm}(t)$ は小さいことが示される。

局所シャーウッド数 $S_{hx}(x, t)$, 平均シャーウッド数 $S_{hm}(t)$ を

$$S_{hx}(x, t) = \partial\theta/\partial y|_{y=0} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$S_{hm}(t) = (1/L) \int_0^L S_{hx}(x, t) dx \quad \dots\dots\dots(10)$$

とする。対応する定常局所シャーウッド数 $S_{hx(st)}(x)$ は、二次元 L の式⁽¹⁴⁾より、

図4 断面内の脈動速度成分 u'

$$S_{hx(st)}(x) = 0.9782(ReSc/x)^{1/3} \quad \dots\dots\dots(11)$$

また、脈動と定常局所シャーウッド数との差 ΔS_{hx} を、

$$\Delta S_{hx} = S_{hx}(x, t) - S_{hx(st)}(x) \quad \dots\dots\dots(12)$$

とする。

各時刻における ΔS_{hx} を、図7に示す。図7(a)は、 $\alpha=1.06$ ($f=0.01$ Hzに相当)の場合である。 ΔS_{hx} は、各時刻において x 軸の上あるいは下半部で下流へと緩やかに変化している。また、対称な時刻、たとえば $\omega t=90^\circ$ と 270° の変化は、 x 軸に関してほぼ対称である。一方、 $\alpha=3.34$ ($f=0.1$ Hzに相当)の場合、 ΔS_{hx} は x 軸を横切り、より激しく変化ようになる。後述の周波数特性から、 $\alpha=1.06$ の局所物質伝達は準定常状態にあり、脈動振動数が高くなると準定常状態から隔たると言える。

4.2 周波数特性 本報で扱う実験・計算条件を表1に示す。

(a) $\omega t=135^\circ$

(b) $\omega t=315^\circ$

図5 各断面の濃度分布
($Re=250$, $Sc=1600$, $\alpha=3.34$, $A=0.300$, $L/H=7.5$)

図6 濃度境界層厚さ δ_c ($\theta=0.99$)
($Re=250$, $Sc=1600$, $\alpha=3.34$, $A=0.300$, $L/H=7.5$)

一周期にわたる平均シャーウッド数 $Sh_m(t)$ の変化を、図 8 に示す。3 種類の振動数に対し、 $Sh_m(t)$ の変化と流量変動 Q/Q_0 を示す。振動数が高くなると、振幅が小さくなり、平均シャーウッド数が最小となる時刻は流量のそれより遅れていく。流量が最大、最小となる時刻は、それぞれ $\omega t = 90, 270^\circ$ である。 $\alpha = 3.34$ の場合、平均シャーウッド数 $Sh_m(t)$ が最大、最小となる時刻は、それぞれ $\omega t = 130, 310^\circ$ となることを考えると、位相は遅れていく。実験値と計算値は、条件の違いのため若干の差異を示すが、良く一致している。このとき、定常平均シャーウッド数 $Sh_{m(st)} = 55.23$ である。

実験により得られた平均シャーウッド数の周波数特性を、図 9 に示す。 $L/H = 7.5, A = 0.300$ の場合につ

いてだけ、計算値を図 9 (b) に示す。図 9 中のゲイン G は、最大、最小流量に相当する定常平均シャーウッド数 $Sh_{m(st)}$ の差を基準として定める。位相 θ' は、流量が最小となる時刻 ($\omega t = 270^\circ$) を基準とし、 $Sh_m(t)$ が

図 8 平均シャーウッド数 $Sh_m(t)$ の時間変化 ($Re = 250, Sc = 1600, A = 0.300, L/H = 7.5$)

表 1 実験・計算条件

	A	Re	Sc	L/H
Experi- ment	0.153	248	1650	1.5, 7.5
	0.290	250	1570	1.5, 7.5
	0.390	232	1490	1.5, 7.5
Numeri- cal	0.300	250	1600	7.5

図 7 脈動と定常局所シャーウッド数の差 ΔSh_x ($Re = 250, Sc = 1600, A = 0.300, L/H = 7.5$)

図 9 平均シャーウッド数 $Sh_m(t)$ の周波数特性 ($Re = 250, Sc = 1600$)

図 10 物質伝達への脈動流の影響 ($R_e=250$, $S_c=1600$)

最小となる時刻との差を定める。

$$G = 20 \log_{10} \frac{S_{hm}(t)|_{\max} - S_{hm}(t)|_{\min}}{S_{hm(st)}|_{\max} - S_{hm(st)}|_{\min}} \quad \dots\dots (13)$$

$$\theta' = 270^\circ \{Q_{\min}\} - \theta' \{S_{hm}(t)|_{\min}\} \quad \dots\dots (14)$$

物質伝達面長さの違いにかかわらず、ゲインは角速度 ω が大きくなると急速に減少し、位相は一定値に近づく。この傾向は、一次遅れ系の周波数特性によく似ている。 $A=0.300$, $L/H=7.5$ の場合の計算値は、実験値とよく一致している。

一次遅れ系では、 $G=-3$ dB で位相遅れは 45° , $\omega \rightarrow \infty$ のときゲインは -20 dB/dec で減衰し、位相遅れは 90° に漸近する。 $L/H=7.5$ の場合、流量振幅の違いにより多少の差異はあるが、ゲイン $G=-3$ dB で位相遅れは 40° , $\omega \rightarrow \infty$ のときゲインは -15 dB/dec で減衰し、位相遅れは 55° に近づく。 $L/H=1.5$ の場合、ゲインの低下はより緩やかとなり、 $G=-3$ dB での位相遅れは 35° となる。一般に、 $L/H \rightarrow 0$ となると、ゲインの低下や位相遅れはなくなる。

以上の結果から、本実験の範囲では、その周波数特性は一次遅れ系に近いと考えられる。

4・3 脈動流の影響 熱伝達の場合に対応して、物質伝達への脈動流の影響を検討することは、とくに重要である。実験で得られた時間平均シャーウッド数と定常平均シャーウッド数との差 $\Delta S_{hm(av)}$ を、図 10

に示す。図 10(a), (b) より、 $\Delta S_{hm(av)}$ はいずれも負の値である。流量振幅 A が大きく、脈動の角速度が小さいほど、 $|\Delta S_{hm(av)}|$ は大きくなる。これらの結果は、Faghri ら⁽⁹⁾の傾向とよく一致している。 $A=0.300$, $L/H=7.5$ の計算値の傾向は、実験値とよく一致している。物質伝達面長さによる差異は小さい。しかしながら、 $L/H=1.5, 7.5$ の場合、定常平均シャーウッド数 $S_{hm(st)}$ はそれぞれ 94.44, 55.23 である。その割合は大きいところでそれぞれ 1, 2% 程度となり、その影響は物質伝達面長さの大なるほど顕著である。

したがって、定常流の場合と比べて、時間平均シャーウッド数 $S_{hm(av)}$ は脈動の影響により 1~2% 程度減少する。この傾向は、流量振幅が大きく、脈動の振動数が低下するほど顕著である。

5. 結 論

本報では、平行平板間流路における層流脈動物質伝達を、実験および数値解析により検討した。実験では、酸化還元系の電解液を用いて電気化学的方法により物質伝達を測定した。とくに、物質伝達への脈動流の影響を調べた。このような流れの物質伝達を知ることは、生体内における比較的径の大きい動脈の血管壁と血液との間の物質伝達、ならびに物質伝達と相似な熱伝達特性を知るうえで重要である。本報で用いたシュミット数は、血液中の酸素のシュミット数とは異なるが、得られた結果の傾向は生体内の物質伝達と同じと推察される。対象とする範囲は、 $R_e=250$, $S_c=1600$, $A < 0.400$, $\alpha=1.06 \sim 10.6$, $L/H=1.5, 7.5$ である。その結果、以下の結論が得られた。

平均シャーウッド数 $S_{hm}(t)$ の特性は、脈動の振動数が高くなるとその振幅は減少し、 $S_{hm}(t)$ が最小となる時刻は遅れていく。例えば、 $L/H=7.5$ の場合、ゲイン -3 dB において位相遅れ 40° 、角速度が大きくなるとゲインは -15 dB/dec で減衰し、位相遅れは 55° に近づく。したがって、この系の周波数特性は一次遅れ系に近いと考えられる。

定常流の場合と比べて、時間平均シャーウッド数 $S_{hm(av)}$ は、脈動流の影響により 1~2% 程度減少する。その傾向は、流量振幅が大きく、脈動の振動数が低下するほど顕著である。

文 献

- (1) Lighthill, M. J., *J. Fluid Mech.*, 52-3 (1972), 475.
- (2) 山口, 機論, 51-467, B (昭 60), 2358.
- (3) Martinelli, R. C. and Boelter, L. M. K., *Trans. ASME*, 65 (1943), 789.
- (4) West, F. B. and Taylor, A. T., *Chem. Eng. Prog.*, 48-1

- (1952), 39.
- (5) Keil, R. H. and Baird, M. H. I., *Ind. Eng. Chem. Process Des. Develop.*, 10-4 (1971), 473.
- (6) Siegel, R. and Perlmutter, M., *Trans. ASME, Ser. C*, 84-2 (1962), 111.
- (7) 望月・八田, 東京大学宇宙航空研究所報告, 6-4 (昭45), 928.
- (8) Niida, T., ほか3名, *Heat Transf. Jp. Res.*, 3-3 (1974), 19.
- (9) Faghri, A., ほか2名, *Wärme Stoffübertrag.*, 13 (1980), 97.
- (10) 喜多・ほか2名, 機論, 47-418, B (昭56), 1080.
- (11) Rooke, P. M. and Stermole, F. J., *AIChE J.*, 17-4 (1971), 850.
- (12) Mizushima, T., *Advances in Heat Transf.*, 7 (1971), 97, Academic Press.
- (13) 中野・横田, 油圧と空気圧, 10-1 (昭54), 62.
- (14) Lévêque, J., *Ann. Mines*, 13 (1928), 201.
- (15) McDonald, D. A., *J. Physiol.*, 127 (1955), 533.
- (16) 堀・ほか4名, 機論, 46-409, B (昭55), 1854.

討 論

〔質問〕 喜多 義範〔岡山大学工学部〕

(1) ウォマースリ数 α が小さいとき, 流量や物質伝達の刻々の変化が準定常的であるとみなせれば, 式(3)と(6)を用いて, $\Delta S_{hm(av)}|_{\alpha \rightarrow 0}$ は次のようになる.

$$\frac{\Delta S_{hm(av)}}{S_{hm(st)}} \bigg|_{\alpha \rightarrow 0} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} (1 + A \sin \omega t)^{1/3} dt - 1$$

図10での ω の小さな所 ($\omega < 0.1$) での $\Delta S_{hm(av)}$ の値, またそれに基づく4・3節と結論の中の「1~2%程度減少」も, 共に上式から推測できるのではないか.

(2) 図5~7において流れ方向の無次元座標に $x(=x^*/H)$ を用いておられるが, $x/(Re \cdot Sc)$ を用いたほうが熱伝達の結果との比較がしやすいのではないか, また図9, 10での ω rad/s は, ウォマースリ数 α で示したほうがよいのではないか.

図6の縦軸の δ_c は, 図5の縦軸 y から考えて, $\delta_c = \delta_c^*/H$ であり, そのことを付記すべきではないか.

〔回答〕 (1) ご指摘の時間平均物質伝達の減少の割合を示す式 $\Delta S_{hm(av)}/S_{hm(st)}|_{\alpha \rightarrow 0}$ の値を, 記号 γ で表す. γ は, 流量振幅 A の関数となる. その一例を, 付表1に示す. ご指摘のように, 脈動による時間平均物質伝達の減少および流量振幅の影響は, 準定常という仮定から推測される. しかしながら, 脈動振動数および物質伝達面長さの影響は明示できない.

本報では, 4・3節に述べている物質伝達面長さおよび脈動振動数までを含めて, 実験的に検討した.

(2) 基礎式(5)を誘導する際, 代表長さ H で座標を無次元化しているため, これに対応して図示した. しかしながら, 本報では熱伝達との対応を考えているので, ご指摘のように $x=x^*/(Re \cdot Sc \cdot H)$ にて表現したほうがより適切だったと思う. なお, Re と Sc を

一定としているので, 図中の横軸 x は比例定数 $1/(Re \cdot Sc)$ だけ変化するのみである.

周波数特性をボード線図で示す場合, 振動数の表現として角速度 ω が一般に用いられる. 本報でもこの表現を用いた.

図6の縦軸 δ_c は, ご指摘のように代表長さ H で除した無次元数とすべきと思う.

δ_c^* : 濃度境界層厚さ (m)

$$\delta_c = \delta_c^*/H$$

〔質問〕 五十嵐 保〔防衛大学校〕

(1) 貴研究の意義は脈動層流における実験的研究にあると推察する. 貴研究では実験結果と数値解析が良く一致しているが, 従来の数値解析結果と貴数値解析結果との比較はどうか. また, 特に貴研究によって明らかにされた知見をお伺いする.

(2) 各断面の速度分布・式(7)は実験的に確認されているのか.

〔回答〕 (1) 本報に密接に関連した層流脈動熱伝達の研究には, Siegel-Perlmutter⁽⁶⁾, 望月・八田⁽⁷⁾およびFaghriら⁽⁹⁾の報告がある. これらの報告で対象とする無次元振動数 $M(M=\alpha/2\sqrt{2})$, α : 本報のウォマースリ数) は, 本報のそれと同じ程度の値である. 脈動振幅としては, 本報では流量振幅を, 前記の報告では圧力振幅を用いているので容易に比較できない. 仮に, 脈動振幅を同じ程度と見なした場合, 本報のシュミット数は $Sc=1600$, 前記の報告ではプラントル数 $Pr=0.01 \sim 10$ であり, そのオーダは100倍以上の相違がある. また, 前記の報告では局所熱伝達率を扱っており, その位置に関する積分平均値である平均熱伝達率, およびその時間平均値についての解析結果は図示されていない. したがって, 本報の対象とする平均物質伝達率 $S_{hm}(t)$ およびその時間平均値 $S_{hm(av)}$ と直接比較するのは難しいと考える. しかしながら, 前記報告の局所熱伝達率の傾向は, 本報の局所物質伝達率のそ

付表1 γ と流量振幅 A の関係

A	0.153	0.290	0.390	0.5	0.7
γ (%)	-0.131	-0.479	-0.833	-1.50	-3.21

れに似ている。

前記の Siegel-Perlmutter が用いたスラグ流という仮定は、壁付近の脈動速度分布を正確に表現していない。また、Faghri らおよび望月・八田の差分法による計算は、誤差を伴うと予想される。したがって、脈動により熱伝達が減少することを明示するには、実験的検証が必要と考える。

本報では、とくに平均物質伝達率の時間平均が脈動により減少する度合、および脈動の振動数と流量振幅の影響を実験的に検討した。さらに、平均物質伝達率の周波数特性を示した。

(2) 著者らの知るかぎりでは、平行平板間流路の脈動速度分布を実験的に検討した報告は見当たらない。脈動速度分布の式(7)は、円管内の脈動速度分布(付1)と同様の方法で得られたものである。式(7)より求めた脈動速度分布は、Siegel-Perlmutter⁽⁶⁾のそれと同じになることを確認している($M = a/2\sqrt{2}$ 。円管内の脈動速度分布は、望月・八田⁽⁷⁾、中野・横田^(付2)により確認されている。

〔質問〕 馬 淵 幾 夫〔岐阜大学工学部〕

(1) 式(3)の右辺()内は $ReScH/L$ ではないか、また式(11)の右辺()内は $ReScH/x$ ではないか。

(2) 引用の文献(6)～(10)における流れ場と本研究のそれとの相違を示していただきたい。

(3) 結論における物質伝達におよぼす脈動流の影響の結果と上記文献との比較を行い、本研究にて得られた新しい知見についてコメントいただきたい。

〔回答〕 (1) ご指摘のとおり、式(3)の右辺に誤記があったので、下記のように訂正させていただきます。

$$S_{hm(st)} = 1.4672(ReScH/L)^{1/3} \dots\dots\dots (3)$$

次に、式(11)中の括弧内の x は、記号表に示すように代表長さ H で除した無次元数 $x = x^*/H$ (x^* : 有次元量)なので、誤りはない。

(2) 一部、五十嵐氏への回答(1)をご参照いただきたい。Siegel-Perlmutter⁽⁶⁾、望月・八田⁽⁷⁾および Faghri ら⁽⁹⁾は、平行平板間流路の層流脈動流を扱っている。望月・八田⁽⁷⁾、新居田ら⁽⁸⁾および喜多ら⁽¹⁰⁾は、円管内の層流脈動流を扱っている。本研究で対象とする流れ場は、前者と同じ平行平板間流路の層流脈動流である。

(3) 平行平板間流路に関する研究⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽⁹⁾では、壁温一定の場合、熱伝達への脈動流の影響が理論的に扱われている。Siegel-Perlmutter⁽⁶⁾、望月・八田⁽⁷⁾によれば、脈動流における局所熱伝達率と定常流のそれとが

等しくなる節が存在する。しかしながら、平均熱伝達率の時間平均については、脈動により若干減少することが示されているにすぎない。Faghri ら⁽⁹⁾によれば、局所熱伝達率の時間平均は、脈動により減少すること、および脈動振幅と振動数による減少の傾向を持つ。

円管内の層流脈動熱伝達に関する研究⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾のうち、新居田ら⁽⁸⁾は、壁温がステップ状に変化した場合の熱伝達を理論および実験により検討した。その結果、平均熱伝達率の時間平均は、脈動により増加することが明らかにされた。望月・八田⁽⁷⁾、喜多ら⁽¹⁰⁾は、壁温一定の場合を対象とし、おもに局所熱伝達率への脈動流の影響、節の存在を検討した。

〔質問〕 土 方 邦 夫〔東京工業大学〕

(1) 管路径に比べ、濃度境界層が充分薄いので、データの整理の代表寸法として、流路径を用いるのは不適当であり、物質伝達面の長さ L を用いるべきではないか。

(2) 濃度境界層が充分薄いので、速度分布を $f(t) \cdot y$ とおくことに解析解が得られるのではないか。

〔回答〕 (1) 濃度境界層が充分薄いので、これを一様流中の平板上に発達する境界層流れと考える。この境界層は、平板から十分離れたコア部とは独立に発達する。この境界層内の流れは、主流速度 U_∞ が一定であれば、流路幅が変化しても影響がなく、平板前縁からの距離のみに依存する。したがって、平板上に発達する境界層流れでは、代表長さとして平板前縁からの距離 x を用いるのが適当であり、例えば境界層内の慣性力と粘性力との比は、 $Re = U_\infty x / \nu$ と定義できる。

本報で扱う二次元ポアズイユ流れは、流路幅 H の断面にわたって維持されている放物速度分布である。この場合、物質伝達率に関連している壁上の速度こう配は、流れ方向の位置によらず一定となる。したがって、濃度境界層内流れの慣性力と粘性力との比は物質伝達位置によらず一定値をとるため、代表長さとして物質伝達面長さを選ぶのは不適当である。他方、断面平均速度 U が一定であれば、物質伝達面上の速度こう配は、流路幅 H により変化する。本報では、このような流れ場を扱っているため、代表長さとして流路幅 H を選ぶべきであり、まず流れ場を規定したうえで物質伝達を扱っている。

なお、プラントル数(シュミット数)の大きい場合の局所熱伝達率は、平板上の境界層と円管内流れとに対して、文献(付3)に示されているので参照いただきたい。

(2) 速度分布が既知であるので、拡散方程式(5)は濃度 θ に関して線形であり、解析解が得られる可能性がある。しかしながら、対象とする流れは二次元層流脈動流であり、その速度分布は式(8)のような複雑な形 $u' = u'(y, t)$ である。したがって、ご指摘いただいた時間 t と距離 y の分離形 $u' = f(t)y$ で近似できない。このため、式(5)の解析解を得ることは難しいと考える。

二次元層流脈動流中での熱伝達を解析的に扱った、

Siegel-Perlmutter⁽⁶⁾は、壁付近の流れを断面平均速度 $u' = u'(t)$ と近似し、脈動熱伝達を求めている。この近似は、壁付近の速度分布を厳密に表現しないため、本報のような脈動による時間平均物質伝達率の微少な低下を扱う場合には、近似による誤差の影響が大きいと考える。

-
- (付1) Uchida, S., *Z. Angew. Math. Phys.*, 2 (1956), 403.
 (付2) 中野・横田, 油圧と空気圧, 10-1 (昭54), 64.
 (付3) 甲藤, 伝熱概論, 第14版 (昭51), 129-130, 養賢堂.
-