放射熱線法による放射熱伝達の解析*
(二次元モデルでの検討)早坂 洋史, 工藤 一彦, 谷口 博**
仲町 一郎, 大森 敏明, 片山 隆夫***Radiative Heat Transfer Analysis by the Radiative Heat Ray Method
(Analysis in a Two-Dimensional Model)by Hiroshi HAYASAKA, Kazuhiko KUDO, Hiroshi TANIGUCHI,
Ichiro NAKAMACHI, Toshiaki OMORI, and Takao KATAYAMA

The authors developed a new calculation method for the analysis of radiative heat transfer. This new method uses READ (radiative energy absorption rate distribution). READ is very useful, especially when applied to the Monte Carlo method, to solve the radiative heat transfer problem in furnaces, because the calculation using READ results in a significant reduction in computation time and improvement in accuracy. To calculate READ more accurately, a new method, which is called the "Radiative Heat Ray method", was also developed by the authors. This new method can calculate READ more accurately with less computing time compared with the Monte Carlo method.

Key Words: Thermal Radiation, View Factor, Monte Carlo Method, Furnace, Absorption Coefficient

1. ま え が き

ボイラ火炉などを対象とした放射熱伝達の解析手法として、現在、モンテカルロ法⁽¹⁾とゾーンメソッド⁽²⁾がよく使われている。両解析手法とも広義の意味で、火炉内の流動や発熱量分布などの諸現象を考慮して、火炉内の温度分布、壁面の受熱量分布を求めることのできる解析手法である。本論文では、これら手法の放射熱伝達の解析法につき論ずることとする。狭義の意味での両解析手法の計算手順の概略および特徴は、以下のとおりである。ゾーンメソッドにおいては、火炉内を多数個のガスと壁面要素に分割し、それらの各要素間を直接移動する放射熱量を表す直接交換面積をまず求める。次に、この直接交換面積を使って、壁面での反射を考慮した火炉内の放射熱の平衡を考えることで、各要素間の正味の放射による熱移動量を表す、全交換面積を求める。この全交換面積が求まれば、エネルギー方程式に諸条件を与えることで、火炉内の温度分

布が求まり次いで、火炉壁面の受熱量分布が得られるのである。ゾーンメソッドにおいては、直接交換面積を求める手順が複雑であり、計算された値のある円筒形と直方体に事実上適用範囲が限定されている。これに対して、モンテカルロ法は、同様に火炉内を多数の要素に分割した後、各要素から射出される放射エネルギーを多数本の放射エネルギー束を用いて模擬し要素間を移動する放射エネルギーを火炉内の燃焼ガスの吸収係数分布と壁面の放射率分布を考慮して求めている。このため解析の自由度が大きく、各種形状の火炉に適用できる特徴がある。そこで、ゾーンメソッドでは、上記の全交換面積を求める計算過程を簡略化するため、モンテカルロ法を導入して、全交換面積を求めるという組合せによる解析手法も提案されている⁽³⁾。しかし、モンテカルロ法は、確率計算のため、放射エネルギー束の数を十分に大きくしないと計算誤差が大きく、このため、計算時間が長くなるなどの問題点がある。

著者らは、従来よりモンテカルロ法の解析手法を検討しており⁽⁴⁾、自己吸収係数の導入や6方向放射エネルギー束射出法を提案するとともに、広義の意味でのモンテカルロ法に対しても、熱収支収束法やエネルギー方程式解法の改良を提案してきている。最近、さらに狭義の意味でのモンテカルロ法を検討した結果、形態係

* 昭和60年11月13日 第934回講演会において講演、原稿受付 昭和60年6月14日。

** 正員、北海道大学工学部(〒060 札幌市北区北13条西8丁目)。

*** 正員、東京ガス(株)技術研究所(〒105 東京都港区芝浦1-16-25)。

数の概念を取り入れた放射エネルギー吸収率分布^{(5)~(7)}(2章で詳しく述べる)による計算手法を開発した。続いて、この分布をより正確に求める解析手法を検討したところ、放射熱線法による新しい放射熱伝達の解析手法の開発に成功したので、以下に報告する。

2. 放射エネルギー吸収率分布

図1において、従来のモンテカルロ法では、破線で示すように、注目している要素 dV への放射熱伝達を熱量として求め計算していた。このため、計算が収束し火炉内の温度分布が一定となるまで、この放射による熱移動量が変化することとなり、これがモンテカルロ法の計算時間の長いという一つの理由であった。この点を改良するため、図1の注目している要素 dV から射出される放射エネルギーのうち、実線で示すように火炉内の各要素へ伝わる放射エネルギーの割合は、火炉内の光学条件である吸収係数の分布と壁面の放射率分布が与えられた場合、一定となることに注目し、以下のような無次元数を導入することとした。それが、放射エネルギー吸収率分布 (Radiative Energy Absorption Rate Distribution, 略して READ) である。READ は、「火炉内の火炎、燃焼ガスおよび壁面の各々の要素から射出される放射エネルギーがどの要素にどれだけ伝わるかを表す割合の分布」である。別な表現をすると、図1に示すように、READ は、火炎、燃焼ガスと壁面とを同時に考慮した形態係数の数値群である。

READ および READ を使う放射熱伝達の計算手法の特徴は、以下のとおりである。

(1) READ をモンテカルロ法に取り入れることで計算時間は、大幅に短縮される⁽⁵⁾。

(2) READ を使えば、放射熱伝達の計算は、単に加乗法を行うだけでよい⁽⁵⁾。

(3) READ は、ゾーンメソッドの全交換面積に相当するが、無次元表示であるため、火炉内の放射熱伝達特性を表す、より具体的な表現である。つまり、

火炉内の注目している要素からの放射エネルギーが、どこにどれだけの割合で伝わるかを一目で把握できる^{(5)~(7)}。

(4) (3)の特徴を利用すれば、火炉内のヒートスポットを解消するための、いわゆる放射熱伝達診断⁽⁷⁾が行える。

この READ を使って、以下に放射熱線法とモンテカルロ法の解析特性を比較検討する。

3. 放射熱線法

3.1 原理 放射熱線法 (Radiative Heat Ray method, 略して図中では R. H. R.法) の原理を図2に示した。放射熱線法は、複数本の単位強さの放射熱線を等方射出している無限小であるような点放射源を使って、放射の熱移動を求める解析手法である。各放射熱線の担う熱エネルギーの移動量の計算は、図2に示すように、ガス層を通過する時には、Beer の法則によりガス層での熱吸収量を放射熱線の強さの差 ($I_{m+1} - I_m$) として求め、放射熱線が壁面に入射した時は、壁面の放射率を ϵ_w 、入射熱線の強さを I_w とすると、壁面の熱吸収量は $\epsilon_w I_w$ となり、残りは火炉内へ再射出すればよい。このようにして、放射熱線の通過する要素での吸収熱量を求め、放射熱線の強さが最初の 99.99% までに減少するまで計算すればよい。この一連の計算を N 本の放射熱線につき行えばよい。ただし、放射熱線の本数 N と放射熱線を追跡する範囲は、計算の精度と時間の兼ね合いで決定する。

3.2 二次元放射モデルでの検討

3.2.1 点放射源の場合 図3は放射熱線法の検討のために使用した二次元放射モデルである。モデルは、吸収係数 k の分布が一樣であるような、一辺の長さ l が 7 m であるような正方形モデルである。壁面は簡単のため黒体と考えている。まず、このモデルの中心に無限小の点放射源を設定し、この点放射源についての READ を求めることとする。二次元放射モデル内を $kl=1$ であるような正方形要素に 49 分割する。各要

図1 放射熱伝達の考え方

図2 放射熱線法原理図

素番号を図3のように I, J を使って表し N を点放射源の全熱線数とすれば、各要素の READ である $Rd(I, J)$ は、次式で求まる。

$$Rd(I, J) = N(I, J) / N \quad \cdots \cdots (1)$$

ここで $N(I, J)$ は要素 (I, J) に吸収された熱線エネルギーである。

放射熱線法の計算特性を明らかにするため、以下において適時、モンテカルロ法との比較を行うこととする。図4, 5に計算時間がほぼ等しい場合の放射熱線法とモンテカルロ法との解析手法の違いを図に示して比較した。放射熱線法は、図4に示すように複数体(図では20本)の放射熱線を点放射源から周囲に均一に射出し、各々の熱線につき各要素を通過する光学距離に従い、各要素での熱エネルギー吸収量を求めていく方法である。つまり、放射熱線法は、点放射源と各要素の形態係数である READ を求める図式解法であり、従来の立体角を基に形態係数を考える解法と比べ、火炎、燃焼ガスのある、つまり吸収係数の分布を考慮しなければならないような火炉の解析に対して、実用的な解析手法である。これに対して、モンテカルロ法では、図5に示すように、複数の放射エネルギー束(図では100本)を点放射源から周囲に射出するが、その射出方向、吸収距離は確率計算式に従って、乱数により決定している。図5から明らかなように、モンテカルロ法では、放射エネルギー束の吸収位置を点で求めることとなるため、100本程度の放射エネルギー束では、1本も入射していない要素も多く、また、吸収位置にも片寄りが生じている。このため、モンテカルロ法では、多数の放射エネルギー束が必要となり、計算時間が長く

なるのである。これに比べて、図4の放射熱線法では、20本の熱線数でもほとんどの要素を熱線が通過しており、少ない熱線数でも近似解の求まる可能性がある。つまり、1本の熱線には、モンテカルロ法で言う放射エネルギー束を無限個含んでいるためである。

図6, 7に放射熱線法とモンテカルロ法で求めた点放射源についての READ の計算結果を示す。まず、図6には、図の上より点放射源を含む中心要素と図3に示した隣接要素(1), (2)の順に、各 READ を示してある。図6より、中心要素では、42.8%, 隣接要素(1), (2)では、各々6.54, 3.03%の放射エネルギーの吸収があり、これらの9要素で、点放射源の全放射エネルギーのうち81.08%を吸収してしまっていることがわかる。放射熱線法では、熱線総数が50本以下となると、等しいはずである隣接要素(1), (2)の各4要素の READ に明らかに差が生じるものの、50本以上では、最大でも0.2%の誤差で各4メッシュの値は一致するので、図6中では、これを大きな△, □印で示した。これに対して、黒い印で示したモンテカルロ法では、隣接要素(1), (2)の READ の値には、エネルギー束数が10 000本の場合で最大10%, 100 000本の場合で2.8%の誤差が生じており、放射熱線法と同程度の精度を得るには、さらに多くの放射エネルギー束が必要

図3 二次元放射解析モデル

図4 放射熱線法

図5 モンテカルロ法

要なことがわかる。

次に壁面での READ を比較したのが図 7 である。点放射源より壁面までの光学距離 kl が最短でも 3.5 と遠いため、点放射源より壁面に到達する熱エネルギーは、約 2% (一面当たり約 0.5% 程度) という条件である。図 7 より、モンテカルロ法では、誤差の大きいこと、放射熱線法では、熱線数が 100 本でも実用上十分な精度の解が求まっていることがわかる。また、放射熱線法では、四つの壁面とも READ の分布傾向と各要素の値とは同じであるのに比べ、モンテカルロ法では、あまりよい一致はみられなかった。このように放射熱線法は、計算精度がよく、しかも計算時間の短い解析手法であることがわかったので、以下に、この手法の実用化を検討することとした。

3・2・2 有限の大きさの放射ガス体での検討 有限の放射ガス体として、図 3 において点放射源があった中心要素を考える。このガス要素に対し、3・2・1 項で使用した点放射源を多数個、均一に配置し、その

各々の点熱源から複数本の放射熱線を射出すれば、このガス要素のガス放射を模擬できるはずである。そこで、まず、図 8 の左図に示すように、ガス要素内に n^2 個の点放射源を考え、各点放射源より 100 本の放射熱線を射出して検討してみた (全放射熱線数は $n^2 \times 100$ 本で n を 1 から 7 に変化させた)。この結果、図 8 の左図のように点放射源の数の多いほど、各々の値は、より正確に求まることがわかった。次に点放射源の数を 7^2 の一定として熱線数の影響を検討したのが図 8 の右図である (全放射熱線数は $7^2 \times N$ 本で N を 10 から 200 に変化させた)。図 8 より、全放射熱線数を少なく (N を少なく) しても各々の値は、十分な精度で求まっていることがわかる。次に、 7^2 の点熱源数での壁面各要素の READ を見たのが、図 9 であり、全放射熱線数を $7^2 \times 20 = 980$ 本と少なくとも実用上十分な精度の解が求まっていることがわかった。

以上、二次元ではあるが、放射熱線法はあまり熱線数を増加させなくとも、十分な精度の解が求まることがわかった。放射熱線法の三次元への拡張は、ただ点放射源の数を n^3 個とすればよい。しかし、放射熱線数

図 6 二次元モデルガス部の READ (その 1)

図 8 二次元モデルガス部の READ (その 2)

図 7 二次元モデル壁面の READ (その 1)

図 9 二次元モデル壁面の READ (その 2)

が $n^3 \times N$ 本必要となるため、計算時間が長くなる。そこで、3・3 節では多少の誤差を許容した実用的な解析手法を検討する。

3・3 解析手法の簡略化 3・2 節の検討において放射熱線法は点放射源と熱線の数を増して計算することにより、精度のよい解が得られることがわかった。この手法は、そのまま三次元に応用できるものの、工学の実用的見地から、放射熱伝達の計算時間は多少の誤差を許しても、できるだけ短くすることが望まれているのが現状であり、自己吸収係数⁽⁵⁾を利用する計算手法を検討することとした。まず、注目している中心ガス要素に対し、3・2 節のように中心に点放射源を 1 個設置して計算する方法を考えてみる。この方法は、代表点を要素の中心に固定する方法であり、誤差の生じる手法とされている。この誤差傾向を見たのが図 10 であり、図 3 の二次元放射モデルにより、 $l=7\text{m}$ とし、 k の値を変化させて計算したものである。白い印は、3・2・2 項で検討した手法によるこのガス要素のより正確な解であり、黒印は、1 個の点放射源の結果である。誤差は、 $k=0.8\text{m}^{-1}$ の場合、白印と黒印の値を比較して計算すると、中心要素で 20.3%，隣接要素 (1)，(2) で、それぞれ 12.6%，9.2% であった。図 10 より k が小さくなっても同程度の誤差のあることがわかる。また、誤差は中心要素と隣接要素 (1) でとくに大きいことがわかり、これを解決する方法として、中心要素に対して自己吸収係数を導入することとした。

自己吸収係数とは、ガス要素において、射出している放射エネルギーのうち、この注目しているガス要素自

図 10 二次元モデルガス部の READ (その 3)

身に吸収される放射エネルギーの割合のことである。自己吸収係数は、ガス要素の形状と吸収係数の値が定まれば、常に一定値であり、実在ガスに対しては著者らの提案した簡易計算式を使って容易に求めておくことができる。この自己吸収係数を導入した結果、誤差は図 11 に示すように隣接要素 (1)，(2) でたかだか 5% 程度まで減少した。黒印は、モンテカルロ法の結果であり、簡易放射熱線法より全般に誤差が大きく、特に k の小さい場合に大きくなっている。図 12 は、この時の計算時間を比較したものである。使用した計算機は、パーソナルコンピュータ (日立 MB-S 1/30) であり、簡易放射熱線法 (熱線 100 本) での計算時間は 151 s であった。これに対して、モンテカルロ法では、30 倍ほどの計算時間が必要であった。モンテカルロ法において、 k が小さくなると計算時間が長くなるのは、放射エネルギー束の平均吸収位置が射出されたガス要素から離れていくため、放射エネルギー束の追跡のための計算が長くなるためである。これに対して、放射熱線法は、熱線のエネルギーが十分に小さくなるまで、計算する方式であり、計算時間は、ガスの吸収係数と壁面

図 11 誤差の傾向

図 12 計算時間の比較

の放射率に依存し、 k が小さいほど長くなるが、本二次元モデルでは、壁面が黒体であるため、 k の値には影響されず、計算時間は一定となった。

4. ま と め

READという概念を提案するとともに、このREADを使って、新しく開発した放射熱線法の解析手順と特性を明らかにした。次に、計算時間の短い実用的な計算手法として、放射熱線法に自己吸収係数を導入した簡易放射熱線法を提案した。これらの解析手法の特徴は、以下のとおりである。

(1) 放射熱線法は、READをより正確に求めることができる解析手法である。つまり、放射熱伝達の計算をより精度よく行える。

(2) 放射熱線法は、モンテカルロ法のよい点である吸収係数の分布を考慮しやすいことや要素形状に制約がないなどの特徴をそのままっており、しかも、

モンテカルロ法と比べ計算精度がよい。

(3) 簡易放射熱線法は、計算時間の短い実用的な計算手法である。

最後に、本研究は文部省科学研究費(奨励研究A 60750170)の援助を受けたものである。ここに、付記して謝意を表す。

文 献

- (1) 谷口・舟津, 機論, 36-284 (昭45), 610.
- (2) Hottel, H. C., ほか2名, 化学工学, 26-9 (昭37), 962.
- (3) Steward, F. R. and Gürtiz, H. K., *Heat transfer in flames*, (1974), 47, John Wiley & Sons.
- (4) 早坂・ほか2名, 機論, 51-467, B (昭60), 2202.
- (5) 早坂・ほか2名, 機論, No. 842-3 (昭59), 142.
- (6) 早坂・ほか5名, 第7回エネルギー利用と直接発電シンポジウム講演論文集, (昭60), 1.
- (7) 早坂・ほか5名, 第22回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (昭60), 259.

討 論

〔質問〕 平 田 賢〔東京大学工学部〕

論文において使われている誤差とは、どのような意味のものか。

〔回答〕 本論文で言う誤差とは、放射熱線法で十分に多くの放射熱線と点放射源とを用いて計算した値を便宜上、真の値とし、これに対する各計算値との差のことである。本来は、理論解を求め、これと比較して、誤差につき論じるべきであるが、放射熱線法は、それ自体が図式による理論解法の一手法であり、解の精度もよく、誤差0.1%以下も十分可能であるので、放射熱線法の解を用いたものである。このため、本論文で誤差について述べたり図示したりして考察した結果には、本論文で述べた計算手法の特性を把握するのに十分な根拠があるものと考えている。

〔質問〕 吉 川 邦 夫〔東京工業大学〕

READを使う計算手法の利点を述べているが、吸収係数の温度依存性を考慮した場合には、READの利点がなくなるのではないか。

〔回答〕 ボイラ火炉内などの主たる放射源であるすす粒子、 H_2O 、 CO_2 の吸収係数の温度依存性については、Hottel (付1)やBeer (付2)により検討されており、燃焼ガス(H_2O 、 CO_2)からの放射が主であるような天然ガス火災とすす粒子からの放射が主であるような重油火災の2種類の火災の取扱いにつき、報告がなされている。重油火災に対する考え方は、以下のよう

なものである。重油火災の放射率 ϵ_f は次式となる。

$$\epsilon_f = \sum a_n [1 - \exp(-K_n L)] \dots \dots \dots (i)$$

ここで L は火炎の厚さであり、 K_n は

$$K_n = k_{gn}(p_c + p_w) + k_{s,n} p_s \dots \dots \dots (ii)$$

で表される。ここで、 p_c 、 p_w は各々 CO_2 、 H_2O の火炎中での分圧、 p_s はすすの比重量である。また、荷重因子の a_n は温度の関数であり、温度についての一次式で表せる。

$$a_n = a_n + \beta_n T \dots \dots \dots (iii)$$

式(i)~(iii)の各係数の値は、Johnson (付3)によると付表1となる。

以上の式と係数とを使い、 $L=1\text{ m}$ とし、温度を500~2000 Kに変化させて、火炎($p_s=10^{-3}\text{ Kg/m}^3$, $p_c=p_w=10^4\text{ Pa}$)と燃焼ガス($p_s=0\text{ Kg/m}^3$, $p_c=p_w=10^4\text{ Pa}$)とに対して計算した結果を付図1に示した。付図1より、火炎の吸収係数の温度依存性の小さいこと、また、燃焼ガスの吸収係数に温度依存性はあるものの、吸収係数の絶対値は、火炎のそれと比べて小さいことがわかる。このことより、本論文で提案したREADによる手法は、主たる放射の熱源が火炎で

(付1) Hottel, H. C., *Heat Transmission*, (1954), 89, McGraw-Hill.

(付2) Beer, J. M., *Heat Transfer in Flames*, (1974), 30, John Wiley & Sons.

(付3) Johnson, T. R., Ph. Doctor thesis, Univ. of Shef-field, (1971).

あるような、ボイラ火炉などの解析に有効であると言える。

〔質問〕 水谷 幸夫〔大阪大学工学部〕

(1) 体積要素が等方的ではなく、極端な長方形とか特殊な形をしている場合、中心に置かれた点放射源から出す放射熱線に形状効果を考慮して、方向による強度分布を持たせる必要はないのか。自己吸収係数の導入はこの問題を救済するものか。

(2) 場が平面二次元ではなく、軸対称二次元の場合、計算は三次元的に行う必要があると思うが、それ避けて計算時間を短縮する方法はあるのか。

〔回答〕 (1) 特殊な形状の要素での解析は、本論文で示したような点放射源を複数個用いる放射熱線法により解析すべきである。要素中心に点放射源み1個置いて解析する簡易放射熱線法は、計算時間をかけずにおおよその解を得るところに特徴があるのであり、もし簡易放射熱線法による解析の結果、解析場で放射熱伝達の寄与度が大きいと判断された場合には、放射熱線法を適用すればよい。

(2) 放射熱線法の計算時間は、要素の数に比例しており、いま三次元立方体の解析での要素数を、単純に考えて n^3 個とすると、軸対称二次元円筒形の場合は n^2 個であり、計算時間はすでに $1/n$ に短縮されて

付表1

n	α_n	β_n (1/K)	$k_{a,n}$ ($\text{m}^{-1} \text{Pa}^{-1}$)	$k_{s,n}$ ($\text{m}^2/\text{kg}/\text{m}$)
1	0.130	2.65×10^{-4}	0	1385
2	0.595	-1.50×10^{-4}	0.835×10^{-5}	384
3	0.275	-1.15×10^{-4}	26.25×10^{-5}	384

付図1 吸収係数の温度依存性

いる。また、軸対称二次元でも各要素における放射熱線の通過距離を正確に求める必要があるため、三次元の解析が必要であり、この計算を簡略化するような計算手法の開発は容易でなく、しかも計算時間が大幅に短縮されるとは限らないと考えている。