静止流体中の回転円筒まわりの乱流せん断流*

(第1報, 空間相関の分布)

中村育雄**, 植木良昇***, 山下新太郎**

The Turbulent Shear Flow around a Rotating Cylinder in a Quiescent Fluid

(1st Report, Distribution of Space Correlations)

by Ikuo NAKAMURA, Yoshinori UEKI, and Shintaro YAMASHITA

This paper deals with some space correlations of velocity fluctuations at two points in the turbulent shear flow around a circular cylinder spinning in a quiescent fluid. One of the dynamical correlation equations and one of the continuity relations are considered, to investigate the spatial structure of this turbulent flow field. Measured correlation distributions total twelve, of which $u_A u_B$ shows the strongest correlation; and its shape near the peak has a large curvature indicating a small eddy. On the other hand, the wide separation range is covered until it tends to zero, which implies the existence of large-scale eddy-lumps. The ringed eddy structure is well inferred by mixing length theory based on the measured profiles of $u_A v_B$ in the axial direction. Balances of the continuity equation and the dynamic correlation equations are estimated.

Key Words: Turbulence, Shear Layer, Rotating Flow, Space Correlation, Eddy Lump

1. 緒 言

静止流体中の回転円筒によって発生するせん断流は軸対称性と二次元性をもっている点で、一般の旋回流の中では単純であり、回転する流れの基本的乱れ構造を調べるのに適した乱流と考えられる。この点を考慮して、著者らはこれまでに、静止流体中の回転円筒周りの乱流せん断流の平均流場、乱れ場を測定し⁽¹⁾、また流れの可視化を行ってきた⁽²⁾。これらは、いずれも、この流れの特性が平板乱流境界層とは大きく異なることを示している。

そこで、さらに進んで、この流れの乱れの空間構造を明らかにすることが望まれる。最も直接的、かつ広範囲の空間的構造を把握するには定量的可視化が適しているが、現段階ではまだ十分に発達していない。そこで、次の手法としては熱線風速計による1点測定量からテイラーの仮説を利用して空間構造を調べる方法、空間相関を測定する手法が考えられる。このうち、流れ場全体を明らかにするには空間相関の測定が望まれる。乱流場の空間相関は、乱流境界層については

Schubauerら⁽³⁾、Farveら⁽⁴⁾⁽⁵⁾、Tritton⁽⁶⁾、Blackwelderら⁽⁷⁾、Dumasら⁽⁸⁾、Farve⁽⁹⁾、Grant⁽¹⁰⁾ら、多くの研究者によって調べられ、特に時間遅れをいれた空間相関の測定によって大きなスケールの構造が明らかにされている⁽⁴⁾⁽⁷⁾。Farveらのマルセイユのグループは相関方程式に関係づけて、空間相関を調べているが、他の多くの測定にはこのような観点は見られない。しかし空間相関の測定によって、乱れの構造のみならず、力学まで明らかにしようとするならば、相関方程式との関連で実験を行うのが望まれる。その際の大きな問題は一般の乱流では方程式に含まれる相関量が膨大な数になることである。

この点、本流れは軸対称性と軸方向への二次元性のために相関方程式が著しく単純化され、各種相関の測定が手に負えるものとなる可能性がある。しかし、依然としてその数は多いので、本研究では、この流れの2点空間相関の力学的方程式の一つと、その連続方程式の一つをとりあげ、それに基づいて各種の空間相関を測定し、乱れ場の構造を調べた。以下に用いる主な記号は次のとおりである。なお、計算のやりやすさと、結果の見やすさを考慮して、添字記号法とそうでない形を混用する。

a : 円筒半径

* 昭和61年3月14日 東海支部第35期総会講演会において講演、原稿受付 昭和60年9月20日。

** 正員、名古屋大学工学部 (〒464 名古屋市千種区不老町)。

*** 正員、長野工業高等専門学校 (〒380 長野市徳間716)。

r, ϕ, y : 円筒座標 (図1)

z : 円筒表面からの距離 $= r - a$

U : ϕ 方向の平均速度

u, v, w : それぞれ ϕ, y, r 方向の変動速度

p : 圧力変動

添字 A, B : 空間の任意の2点 A, B

添字 1, 2, 3: それぞれ r, ϕ, y 方向

したがって $u_1 = w, u_2 = u, u_3 = v$ となる.

Q_{ij} : 2点速度相関 $= \overline{u_{iA} u_{jB}}$

S_{ijk} : 2点三重速度相関 $= \overline{u_{iA} u_{jB} u_{kB}}$

$S_{ij,k}$: 2点三重速度相関 $= \overline{u_{iA} u_{jA} u_{kB}}$

$K_{p,i}$: 2点圧力速度相関 $= \overline{p_A u_{iB}}$

ρ, ν : それぞれ流体の密度と動粘度

r_s, ϕ_s, y_s : 2点 A, B の対応座標の差 [式(6)]

(*) : 時間平均

添字 1, 2, 3 と w, u, v の対応は慣例とずれるがこの形は Townsend の用いたものに対応させたためである⁽¹¹⁾. 他の記号はその都度定義する.

2. 基礎方程式

1点平均量の軸対称性と二次元性を考慮したこの流

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + w \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \right) U + \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \right) uw + \frac{\partial}{\partial y} (uv) + \frac{U}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{1}{r} \frac{\partial u^2}{\partial \phi} - \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \right) \overline{uw} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \phi} + \nu \left(\frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \right) u + \nu \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \phi} \right) \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \right) w^2 - \frac{u^2}{r} - \frac{2Uu}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} (uw) + \frac{\partial}{\partial y} (vw) + \frac{U}{r} \frac{\partial w}{\partial \phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{w^2}) + \frac{\overline{u^2}}{r} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \right) w + \nu \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \phi} \right) \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \right) vw + \frac{U}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} (vu) + \frac{\partial v^2}{\partial y} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{vw}) \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \right) v + \nu \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

$$\text{div } \mathbf{u} = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \right) w + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

ここに演算子は右側から順次作用していくものとする. Hinze⁽¹²⁾に従ってまず, 図1のような任意の空間の2点に関する相関に対する連続式の制約を調べると次式となる.

$$\overline{(\text{div } \mathbf{u})_A u_{iB}} = 0 \dots \dots \dots (5 \cdot a)$$

$$\overline{u_{iA} (\text{div } \mathbf{u})_B} = 0 \dots \dots \dots (5 \cdot b)$$

ここに $i=1, 2, 3$ であり, $(\text{div } \mathbf{u})_A, (\text{div } \mathbf{u})_B$ はそれぞれ A 点, B 点でとられた変動速度ベクトルの発散を示す.

$(r_A, \phi_A, y_A), (r_B, \phi_B, y_B)$ の座標のとりかたでは流れの対称性, 一様性を直観的に把握できない. これを容易にするために Burgers ら⁽¹³⁾は2点の midpoint の座標と距離ベクトルの座標を導入しているが, ここでは測定法との対応を考え, 次の座標に変換する⁽¹⁴⁾.

$$\left. \begin{aligned} r'_A &= r_A, \phi'_A = \phi_A, y'_A = y_A \\ r_s &= r_B - r_A, \phi_s = \phi_B - \phi_A \\ y_s &= y_B - y_A \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

(a) 座標系

(b) 代表的相関の説明図

図 1

れの変動速度成分に対する運動方程式と, 連続の方程式はそれぞれ次のごとくになる.

これより, $\partial/\partial r_A = \partial/\partial r'_A - \partial/\partial r_s$, $\partial/\partial r_B = \partial/\partial r_s$ などの関係が成り立つ. この変数によればある時間平均量 $(*)$ の周方向への対称性, 軸方向への一様性は

$$\frac{\partial(*)}{\partial\phi'_A} = 0, \frac{\partial(*)}{\partial y'_A} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

で示される. 2点間の距離に依存する部分である, $\partial(*)/\partial\phi_s$, $\partial(*)/\partial y_s$ は必ずしも零とはならない.

以上より, r'_A などのダッシュを省略して式(5・a), (5・b)は次の行列形式で書かれる.

$$\left(\frac{\partial}{\partial r_A} - \frac{\partial}{\partial r_s} + \frac{1}{r_A}, -\frac{1}{r_A} \frac{\partial}{\partial \phi_s}, -\frac{\partial}{\partial y_s} \right) Q = 0 \quad \dots\dots\dots (8\cdot a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial r_s} + \frac{1}{r_A + r_s}, \frac{1}{r_A + r_s} \frac{\partial}{\partial \phi_s}, \frac{\partial}{\partial y_s} \right) Q^T = 0 \quad \dots\dots\dots (8\cdot b)$$

ここに

$$Q = (Q_{ij}) = \begin{bmatrix} \overline{w_A w_B} & \overline{w_A u_B} & \overline{w_A v_B} \\ \overline{u_A w_B} & \overline{u_A u_B} & \overline{u_A v_B} \\ \overline{v_A w_B} & \overline{v_A u_B} & \overline{v_A v_B} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (9)$$

である.

相関テンソル Q に関する方程式は数が多いので, その中でも $Q_{2,2} = \overline{u_A u_B}$ にまず注目することにする. この式に生ずる諸量が比較的測定しやすいと考えられるからである. [式(1)_A] $u_B + u_A$ [式(1)_B]の時間平均をとり式(6), (7)を考え整理すれば $Q_{2,2}$ に関する次式が導かれる.

$$\begin{aligned} & \frac{Q_{1,2}}{r_A} \frac{\partial}{\partial r_A} (r_A U_A) + \frac{Q_{2,1}}{r_A + r_s} \frac{\partial}{\partial r_s} \{ (r_A + r_s) U_B \} + \frac{1}{r_A^2} \frac{\partial}{\partial r_A} (r_A^2 S_{12,2}) + \frac{1}{(r_A + r_s)^2} \frac{\partial}{\partial r_s} \{ (r_A + r_s)^2 S_{2,12} \} \\ & - \frac{\partial}{\partial r_s} S_{12,2} + \left(\frac{U_B}{r_A + r_s} - \frac{U_A}{r_A} \right) \frac{\partial}{\partial \phi_s} Q_{2,2} + \left(\frac{1}{r_A + r_s} \frac{\partial}{\partial \phi_s} S_{2,22} - \frac{1}{r_A} \frac{\partial}{\partial \phi_s} S_{22,2} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y_s} (S_{2,23} - S_{23,2}) = \frac{1}{\rho} \left(\frac{1}{r_A} \frac{\partial}{\partial \phi_s} K_{p,2} - \frac{1}{r_A + r_s} \frac{\partial}{\partial \phi_s} K_{2,p} \right) + \nu \left[(\nabla_A^2 + \nabla_s^2 + \nabla_B^2) Q_{2,2} \right. \\ & \left. - 2 \frac{\partial^2}{\partial r_A \partial r_s} Q_{2,2} - \left\{ \frac{1}{r_A^2} + \frac{1}{(r_A + r_s)^2} \right\} Q_{2,2} - \frac{2}{r_A^2} \frac{\partial}{\partial \phi_s} Q_{1,2} + \frac{2}{(r_A + r_s)^2} \frac{\partial}{\partial \phi_s} Q_{2,1} \right] \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} S_{12,2} &= \overline{u_A w_A u_B}, S_{2,12} = \overline{u_A u_B w_B}, S_{2,22} = \overline{u_A u_B^2}, S_{22,2} = \overline{u_A^2 u_B} \\ S_{2,23} &= \overline{u_A u_B v_B}, S_{23,2} = \overline{u_A v_A u_B}, K_{p,2} = \overline{p_A u_B}, K_{2,p} = \overline{u_A p_B} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \nabla_A^2 &= \frac{\partial^2}{\partial r_A^2} + \frac{1}{r_A} \frac{\partial}{\partial r_A}, \nabla_s^2 = \frac{\partial^2}{\partial r_s^2} - \frac{1}{r_A} \frac{\partial}{\partial r_s} + \frac{1}{r_A^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi_s^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_s^2} \\ \nabla_B^2 &= \frac{\partial^2}{\partial r_s^2} + \frac{1}{r_A + r_s} \frac{\partial}{\partial r_s} + \frac{1}{(r_A + r_s)^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi_s^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_s^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

である.

また, 同様に測定しやすい理由から式(8・a), (8・b)の中で

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial r_s} \overline{u_A w_B} + \frac{\overline{u_A w_B}}{r_A + r_s} + \frac{1}{r_A + r_s} \frac{\partial}{\partial \phi_s} \overline{u_A u_B} \\ & + \frac{\partial}{\partial y_s} \overline{u_A v_B} = 0 \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

に注目することにする. すなわち, ここで対象とする2点同時相関は式(11)のほか,

$$\left. \begin{aligned} Q_{1,2} &= \overline{w_A u_B}, Q_{2,1} = \overline{u_A w_B}, \\ Q_{2,2} &= \overline{u_A u_B}, Q_{2,3} = \overline{u_A v_B} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

を合せた12個である. これらの中で, 圧力・速度相関は測定困難であるが, 他は熱線風速計を3台用いれば測定可能である.

しかし, これらの2点相関を, r_A, r_s, ϕ_s, y_s の広範

囲にわたって測定するのはかなり困難なので, $\phi_s = y_s = 0$ の場合を主として調べ, 式(10), (13)の中で ϕ_s, y_s の微分として生ずる相関についてのみ, その方向の変化を調べることにする. また, $\phi_s = y_s = 0$ の A, B 2点は同一半径線上にあると言おう.

3. 実験結果と考察

3・1 実験装置と方法 装置全体は前報で用いたもので⁽¹⁾, 回転円筒の直径は $\phi 300$ mm, 長さ 900 mm であり, 円筒周速と直径に基づくレイノルズ数 4.7×10^5 (回転数: 1470 rpm, 周速 23.1 m/s) の条件で測定を行った. 使用した熱線プローブは I, X, V 形である. 実験に際しては熱線プローブの相互干渉のないように注意し, 検定は回転円筒の横に設けられた風洞で行った. すべてのデータは 2 min 記録し, 遅いテープ

スピードで再生し、実時間換算約9 kHzでサンプリングして、マイクロプロセッサを利用して処理した。

3.2 相関の分布 まず、2点相関の半径方向分布の測定結果について述べよう。図2(a)~(c)は、

図2 空間相関の分布 (A点基準)

$Q_{1,2} = \overline{w_A u_B}$, $S_{1,2,2} = \overline{u_A w_A u_B}$, $Q_{2,2} = \overline{u_A u_B}$ の分布の例を示したものである。これはA点を z の14位置において測定した結果の中で、 $z_A = 10, 60, 150 \text{ mm}$ のもので、B点がこの周りを動かされている。図2の横軸はA, B間の距離 r_s で、縦軸は相関を摩擦速度 $u_\tau (= \sqrt{\tau_w/\rho})$, τ_w は壁面せん断応力、本実験では $u_\tau = 0.955 \text{ m/s}^{(1)}$ で無次元化したものである。以下、相関はすべて u_τ で無次元化されている。

どの z 位置においても $\overline{u_A u_B}$ が最も大きく、ピーク値は他の相関の2倍からそれ以上に達している。 $\overline{u_A u_B}$ は $r_s = 0$ で鋭いピークをもつが、2プローブ間の距離が大きくなるとその減少割合は小さくなり、かなり離れた2点間にも相関が見られ、渦塊(eddy)が大きいことを示している。 $\overline{w_A u_B}$ と $\overline{u_A w_A u_B}$ はほぼ同じ値であるが、A点が円筒から離れた所では、2点間距離の大きい所では三重相関のほうがやや小さい。プローブを動かした z の位置は逆流⁽²⁾や、低速になることを考えて、 $z_A = 210 \text{ mm}$ までとした。このような所では、特に高次相関の測定精度が悪くなる。また、 $r_s = 0$ の近くでは空間分解能が落ち、特に w を含む相関のデータはばらついている。図2の測定範囲では、 $\overline{u_A u_B}$ は常に正であるが r_s/a が大きくなると、等方性乱流の例から考えると負になる可能性もある。

$\overline{u_A u_B}$ が正であることは図2の範囲では渦塊が ϕ 方向では、ある瞬間に同方向に動いている確率が高いことを示している。 $\overline{w_A u_B}$ もこの範囲では常に正である。すなわち、A点で $w > 0$ のときはB点で流体は ϕ の正方向に加速され、 $w_A < 0$ の変動が現れるとB点では ϕ 方向に減速される傾向があることになる。

三重相関、 $\overline{u_A w_A u_B}$ について考察すると表1のように、それぞれの成分のとり正負の値の組合せは8とおりある。この相関も実験値は正である。そこで、一つだけ含まれている w を基準にして説明する。 $w_A > 0$, すなわちA点で流体塊が円筒から遠ざかろうとする時にはA, B点で u は同じ向きをとる傾向が強く、A点で流体塊が円筒に近づこうとする($w_A < 0$)と、A, B点で u は逆向きの変動となる傾向が強いことになる。直感的に表現すると、本ページの図3のように(a)の形の変動ではA, B2点間での流体はあまり回転的で

図3 起こりやすい渦塊の運動

ないと言え、(b)の形の変動では、A、B 2点で u の向きが逆なのだから、2点間に中心をもち、軸が円筒軸と平行な渦が存在する確率が高いことになる。

図4は式(10)に現れる相関のうち、 $z_A=60$ mmでの $Q_{2,1}=\overline{u_A u_B}$, $S_{2,12}=\overline{u_A u_B w_B}$, $Q_{2,2}=\overline{u_A u_B}$ を示したものである。これは z を十分多様に変化させれば図2(a)~(c)などから描けるものであるが、実際にはそれは困難なので、A点、つまり $z_A=60$ mmに固定プローブを置いて測定したものである。もちろん、 $\overline{u_A u_B}$ は図2(b)と同じで比較のために示した。この場合でも $\overline{u_A u_B}$, $\overline{u_A u_B w_B}$ は常に正で、 $u_A > 0$, $u_B > 0$, $w_B > 0$ の確率が大いことが、各成分の符号の組合せから推論される。

$z_A=60$ mmでの図2(b)と図4を比較すると、図2(b)の $\overline{w_A u_B}$, $\overline{u_A w_A u_B}$, $\overline{u_A u_B}$ はB点が壁近くに至るまで、かなり大きな値を保持している。これらの値は壁面で零となるべきであるから、壁のごく近傍で急激に減少していることになる。このような壁近くでの減少は Schubauer ら⁽³⁾の結果と同じ傾向である。これに対し、図4の $\overline{u_A u_B}$, $\overline{u_A u_B w_B}$ は壁近くで順次減少している。このような変化については乱れの壁による制約に関連して考察する必要がある。

次に、 ϕ 方向変化に関連する項として $Q_{2,2}=\overline{u_A u_B}$ を調べたのが図5である。 $\phi_s > 0$ は固定点Aより動点Bが円筒回転方向に進んでいることを示す。プローブ移動機構は直交座標系の形式なので、大きな ϕ_s をとることはできなかった。0.3 rad は図5の z では約48 mmの弧長に相当している。乱れの構造(相関の高い渦塊)が平均流で対流的に運ばれると考えたとき、本

流れの平均速度分布から予測されるように、この相関の最大となる ϕ_s の値は、B点がA点の下、つまり円筒側にあるとき正となり、それと逆の位置関係の場合、負となっている。つまり、この相関の等値線を求めたとしたら、それはほぼだ円形で長軸が半径線に対して、円筒に近い側が下流へ進んだような傾いた形となろう。これは当然ながら平板乱流境界層とは反対の傾きである⁽⁷⁾。

また、図5は $\phi_s=0$ での ϕ_s に関する偏微分の値について、

$$(\partial Q_{2,2} / \partial \phi_s)_0 \neq 0$$

を示しており、このような軸対称流れで半径線上を考える場合でも、基礎式中の周方向変化の項が無視できないことが分かる。

図6は三重相関 $S_{2,22}=\overline{u_A u_B^2}$ の ϕ 方向変化の例を示したものである。この相関も図5の二重相関の場合と同様に、相関の最大となる ϕ_s の値はB点がA点の下にあるとき正、上にあるとき負となっている。その両側で相関は単調に減少するので、 $\phi_s=0$ でのこの相関の ϕ 方向こう配も、図6に見られるように、それぞれの場合に応じて正または負となっている。

$S_{2,22}=\overline{u_A u_B^2}$ の ϕ 方向変化は図7に示した。最大相関の生ずる ϕ_s の値とA、B 2点の配位との関係は図6の場合と同様である。したがって式(10)のこれらの項の ϕ_s の微分に関係した項は半径線上では互いに相

図4 空間相関の分布 (B点基準)

表 1

w_A	u_A	u_B	$u_A u_B$	$w_A u_B$	$u_A w_A u_B$
+	+	+	+	+	+
+	+	-	-	-	-
+	-	+	-	+	-
+	-	-	+	-	+
-	+	+	+	+	-
-	+	-	-	+	+
-	-	+	-	-	+
-	-	-	+	+	-

図5 $\overline{u_A u_B} / u_\tau^2$ の ϕ 方向分布

殺し合う方向である。図5~7を比較すると、これらの等相関線はすべて、図5について説明したのと同様な分布と思われる。

三重相関 $S_{2,23} = \overline{u_A u_B v_B}$ と $S_{23,2} = \overline{u_A v_A u_B}$ の分布をそれぞれ図8, 9に示した。図8では $r_B > r_A$ で、Bプロローブは r_B を一定に保って円筒面に平行に動かされている。図9では2プロローブでの相互位置は図8と逆の関係にある。これら相関の分布にはかなり特徴があり、いずれも、 y_s に関して奇関数であり、また、 $y_s = 0$ でのこの配は $S_{2,23}$ と $S_{23,2}$ で逆向きである。 y_s が ± 10 mm 程度の所で相関の絶対値は最大となり、次いで減少し、零をオーバーシュートした後再び零に、こんどは漸近していくようである。ただ高次相関のため測定値のばらつきは大きい。なお、相関はすべて ϕ 方向に周期 2π をもちフーリエ級数で示されることは理論展開を容易にするであろう。

3.3 基礎式の釣り合いと相関分布の特性について
乱流場の理解に乱れエネルギーのような1点統計量の支配方程式の各項を評価して釣り合いを調べることが重要であることはよく知られている。2点相関についても同様と思われるのでその見積もりを試みるとともに、相関の分布の特徴について一、二の考察を行う。完全に各式の釣り合いを調べるには各 r_A に対し、相関が零になるまでの r_s, ϕ_s, y_s の範囲を測定しなくてはならないが、それが困難なので、まず半径線につ

いて調べることにする。

最初に連続式の一つ、式(13)に関して考えてみる。 $Q_{2,1} = \overline{u_A w_B}$ の分布は図4に示した。図4から $r_s < 0$ 、つまり $r_B < r_A$ のとき式(13)の第1, 2項は正となる。したがって、このような軸対称流れでは、 $Q_{2,2}$ の ϕ 方向変化は一見ないように見えるが、連続式から $(\partial Q_{2,2} / \partial \phi_s)_0$ が零でない値をもつことが予想され、実際、図5のようにそうになっている。しかし、その符号は正であるので、式(13)が成立するためには、 $Q_{2,3} = \overline{u_A v_B}$ が $y_s = 0$ で y 方向こう配をもたなくてはならない。これも軸方向の一様性からすると直感的には必ずしも明らかではないが、軸方向について鏡映不変性まで考えて示される。すなわち、

$$Q_{2,3}(r_A, r_s, 0, y_s) = -Q_{2,3}(r_A, r_s, 0, -y_s) \quad \dots\dots\dots (14)$$

と、この相関は、A点をどこにとっても、Aを通る半径線に関して、 y_s について奇関数である。したがって $y_s = 0$ で $Q_{2,3} = 0$ であるが、 y 方向こう配は零ではない。

これは図10に示した実験結果に明らかに示されている。 $r_s < 0, y_s = 0$ でのこの相関のこう配は正しく連続式を釣り合せる方向である。また、 $r_s > 0$ の場合については、式(13)の第1項は負、第2項は正、第3項は負であるが第2項の値は小さいので $(\partial Q_{2,3} / \partial y_s)_0 >$

図6 $\overline{u_A u_B^2} / u_r^2$ の ϕ 方向分布

図7 $\overline{u_A^2 u_B} / u_r^2$ の ϕ 方向分布

図8 $\overline{u_A u_B v_B} / u_r^2$ の y 方向分布

図9 $\overline{u_A v_A u_B} / u_r^2$ の y 方向分布

0が要求され、これは $r_s < 0$ の場合と符号が逆であるが、実験は図10のようにこのことが成り立つことを示している。

このような相関をもつ乱流構造については混合距離モデルによる次のような説明が可能である。このモデルの仮定の一つは、ある点で観測される主流方向の変動速度は、その点の平均速度と異なった平均速度の流体塊がやってきたために生ずるとするものである⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾。この考えに基づいて図11を利用して、A点での変動速度 $u_A > 0$ の場合を例として説明しよう。

このとき、A点には U_A より大きい平均速度の所にあった流体塊が到達したはずで、したがって $w_A > 0$ の変動が生じている。これは図2(a)~(c)の $\overline{u_A w_B}$ が $r_s = 0$ のとき正であることから分かる。すると連続の条件と軸方向への一様性から図11(a)のような渦系が発生する傾向が強いと予想される。このとき、明らかに

$$\left. \begin{array}{l} u_A v_{B1} < 0, \quad u_A v_{B2} > 0 \\ u_A v_{B1'} > 0, \quad u_A v_{B2'} < 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

となる。逆に $u_A < 0$ の変動は U_A より小さい平均速度の流体塊がA点に到達したことによって生ずると考えられ、そのとき $w_A < 0$ となり図11(a)と逆向きの渦系があることになる。このとき、変動速度成分の積の符号は式(15)と同じである。この結果、平均としての相関の符号はA, B点の相対位置に応じて図10の $|y_s|$ の小さい所での分布と一致する。

一方 $|y_s|$ を増加させていくと、図10ではA点に対しB点が円筒側にあっても、遠い側にあっても同一の相関分布を示すようになるが、これは図11(b)のようにA, B間の y_s の増大に伴って相関に寄与する渦が大きくなり、図の場合、($u_A > 0$)

$$\left. \begin{array}{l} u_A v_{B1} < 0, \quad u_A v_{B2} > 0 \\ u_A v_{B1'} < 0, \quad u_A v_{B2'} > 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

となることから説明される。 $u_A < 0$ の場合も同じであ

図10 $\overline{u_A v_B} / u^2$ の y 方向分布

る。すなわち渦構造によって相関分布が解釈できる。

通常の二次元乱流せん断流でも、平均速度こう配と主流方向の等相関線⁽⁷⁾の分布形状からみると、平均渦度ベクトルの方向には図10に対応する相関分布が存在し縦渦構造を示すものと予想される。もちろん、相関の符号は平均流の方向と平均渦度ベクトルの関係で異なる。また、このような議論では乱れの一様な方向の変動速度は、そもそも、その方向には異なった平均速度の流体塊は存在しないので、主流方向の変動速度とは異なった機構で発生するとしている。これについての一つの解釈は主流方向乱れは生成されるが、他の方向の乱れはそれからの分配によって生ずるとすることであろう。さらに図11の渦系は図10の相関分布をよく説明するが、他の相関、例えば $\overline{v_A u_B}$ の分布は図10の分布の逆関数のような形であり、A点を通る半径線上のA点の上下に中心をもつ二つの互いに逆向きの渦を示唆する。また図8, 9のような高次相関に寄与する渦はもっと複雑な分布を考えなくてはならない。このような点から渦系による相関の説明は一つの近似と見るべきであろう。

以上の結果から式(13)の各項を調べた例が図12である。 r_A が異なるので本来は別の図に書くべきものであるが、 r_s を横軸にとるので1枚の図上に示した。全体として r_s による微分項と y_s による微分項が大きい。図13は式(10)の主要項を調べたものである。白丸印は式(10)の左辺第1項と2項の和である。実験データの微分なので、ばらつきはあるが傾向はめいりょうであり、乱れエネルギーで言えば生成項に当たる項が大きく、乱れ拡散項がそれについている。また、 y_s の微分項が比較的大きいのも目立つ。これらの項の不釣り合い量が圧力・速度相関項と粘性項になるが、粘性項は小さいので、それはすべて圧力項になるとみてよい。

4. 結 論

静止流体中の回転円筒まわりの乱流せん断流の2点相関方程式の一つと相関の連続の方程式の一つに注目

図11 渦系

図 12 式(13)の釣り合い

図 13 式(10)の各項

し、それに基づいて空間相関を測定し次の結論を得た。

(1) 2点相関の値は $\overline{u_A u_B}$ の形のものが最も大きく、壁近くのピーク値は他の相関の3倍に達する。このピークは鋭く小渦は小さいことを示す。一方、相関の広がり大きく、大渦はほとんど境界層全域にわたっている。

(2) 三重相関から発生しやすい渦を推測できる。

(3) 軸対称乱流でも相関は周方向、軸方向に構造をもち、その変化は連続式、力学方程式において無視できない。

(4) $\overline{u_A v_B}$ は軸方向に特徴的な分布をもち、それは混合距離モデルと渦系でよく説明できる。

(5) 相関の連続式、力学方程式の一部を調べ、各項の大きさの程度を明らかにした。この詳細を明らかにすることは今後の問題である。

この流れの2点相関の対称性、一様性の扱いには校閲委員のご示唆によるところがあり、厚く感謝する。測定に関し名古屋大学 櫛田武広助手の、装置に関し同学、神田博邦、村上初男技官のご尽力に謝意を表す

る。また本研究の研究費の一部は昭和60年度特定研究費によっているので謝意を表す。

文 献

- (1) 中村・ほか2名, 機論, 49-446, B (昭58), 2230.
- (2) 中村・ほか2名, 機論, 51-470, B (昭60), 3291.
- (3) Schubauer, G. B. and Klebanoff, P. S., *NACA Rep.*, 1030 (1951).
- (4) Favre, A., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, 2 (1957), 13.
- (5) Favre, A., *Trans. ASME, Ser. E*, 32-2 (1965), 261.
- (6) Tritton, D. J., *J. Fluid Mech.*, 28 (1967), 439.
- (7) Blackwelder, F. and Kovasznay, L. S. G., *Phys. Fluids*, 15-9 (1972), 1545.
- (8) Dumas, R., ほか2名, *Acad. Sci. Paris, Ser. A*, No. 227 (1973), 759.
- (9) Favre, A., *Phys. Fluids*, 26-10 (1983), 2581.
- (10) Grant, H. L., *J. Fluid Mech.*, 4 (1958), 149.
- (11) Townsend, A. A., *The Structure of Turbulent Shear Flow*, (1975), 393, Cambridge U. P.
- (12) Hinze, J. O., *Turbulence*, 2nd Ed. (1975), 239, McGraw-Hill.
- (13) Burgers, J. M. and Mitchner, M., 文献(12)の329ページ.
- (14) Rotta, J. C. (大路訳), 乱流, (昭50), 51, 岩波書店.
- (15) Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, (1979), 579, McGraw-Hill.
- (16) Monin, A. S. & Yaglom, A. M., (山田訳), 統計流体力学, Vol. 1, (昭53) 316, 文-総合出版.