円管内層流振動入口流れの速度分布
と助走距離に関する実験的研究*

近江宗一**, 井口 学**, 浦畑育生***

An Experimental Study of Velocity Distribution and Inlet Length
in the Inlet Region of Laminar Oscillatory Pipe Flow

by Munekazu OHMI, Manabu IGUCHI, and Ikuo URAHATA

The inlet length L_e of laminar oscillatory pipe flow was defined as the maximum migration distance of fluid particles from the inlet. A "Three Subregion Model" was proposed for the inlet flow; the region near the inlet was divided into three subregions according to the instantaneous axial position of the fluid particle relevant to L_e . The area was estimated in the Reynolds number versus Strohal number plane where the inlet length L_e could describe the axial position after which there were no further velocity distribution changes, and where the radial equation of motion could reasonably be neglected. An analytical solution of axial velocity was presented for this area. The validity of L_e and the analytical solution was justified by the experiments made by means of a hot wire anemometer.

Key Words: Unsteady Flow, Oscillatory Flow, Inlet Region, Inlet Length, Fluid Particle, Laminar Pipe Flow

1. 緒 言

管内非定常流を取扱う場合、入口の影響が無視できないような比較的短い管路においては入口近傍における流れ（以後入口流れと呼ぶ）の特性や助走距離を明らかにしておく必要がある。従来この分野の研究では、円管内層流過渡流れ^{(1)~(3)}、脈動流れ^{(4)~(6)}を対象として、入口で平坦な速度分布をもって流体が管内に入り、下流へ流れ去る場合の速度分布ならびに摩擦損失を取扱っている。しかし逆流つまり管外へ出ていく流れを伴うような場合に関しては報告はほとんどない^{(7)~(9)}。従来研究対象とされた過渡流れや脈動流れは、流れの向きが一定しているので、管路内の流体粒子（以後単に粒子と呼ぶ）は下流へ流れるに従い粘性の作用により入口の影響が弱められ流れの特性は漸近的にいわゆる十分発達した流れの状態に近づいていく。そのため助走距離は定常流と同じようにして考えていくことができる。しかし振動流れでは、流体は流入と流出を繰返すから入口を通して管内に入ってきた粒子の移動距離は入口近傍のある区間に限定される。

入口を通して管内に入ってきた粒子が管内で到達し得る最大距離が分かるとすれば、これは入口の影響を受ける流れ領域の限界と見なすことができるので、この距離を振動流れの助走距離の一つと定義することはそれなりの意義をもつ。既報⁽⁸⁾では、この距離は入口の影響を受けない軸位置にある粒子群（これらの粒子は往復運動によって管外に出ることはない）のうちでいちばん長い距離を移動する粒子の移動距離に本質的に等しいとしてこれを理論的に決定した。しかしながら従来、助走距離は速度分布が軸方向に変化しなくなる位置までの入口からの距離であると定義されており、工業的にはこの距離が重要である。もし粒子の移動に基づく助走距離がどのような条件下でもこの助走距離を近似できるならば便利であるが、そうはうまくゆかない。既報⁽⁸⁾では両助走距離がほぼ一致する範囲の予想はしたが、実験値との比較、検討は行っていない。本研究では上記範囲についてより詳しい理論的考察を加えるとともに、その範囲内でさらに半径方向の運動方程式が無視できる小範囲を予想して速度に対する近似解析解を導いた。この過程において入口流れを三つの領域に分類して取扱うことの必要性を示した。つづいて上記の粒子の移動距離に基づく助走距離の有効範囲ならびに本近似解析解の妥当性と成立範囲につ

* 昭和61年3月14日 東海支部第35期総会講演会において講演、原稿受付 昭和60年7月26日。

** 正員、大阪大学工学部（〒565 吹田市山田丘2-1）。

*** 正員、大阪大学大学院。

いて、速度の測定結果に基づき検証した。

2. 理論計算

2.1 流れ場 半無限長の円管内で非圧縮性流体の断面平均速度 u_m が次式

$$\left. \begin{aligned} u_m &= |u_{m,os,1}| \sin \phi \\ \phi &= \omega t - \theta_0 \\ \theta_0 &= -\angle u_{m,os,1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

のように振動する場合を考える。ここで $|u_{m,os,1}|$, $\angle u_{m,os,1}$ は u_m の基本波振幅と位相角であり, ω は角周波数, t は時間である。振動流れにおいては無次元角周波数 $\omega' = R^2 \omega / \nu \rightarrow 0$ (R : 管半径, ν : 動粘度) の極限の場合を除き, 流体は管横断面上で位相差を伴って変動しているから, 流体が一度管外へ出た後, 入口で平坦な速度分布をもって管路に流入するという仮定は厳密には成立せず, 管中央部でややへこんだ分布をとるものと思われる。しかし流入が始まるごく初期の位相近傍を除き, 入口横断面上の速度分布は後掲の図9(a)から分かるようにほぼ平坦とみなせる。 $\omega' \rightarrow 0$ の場合の粒子移動状況を模式的に図1に示し, 流れ場のモデル化を考える。流入開始時 ($\omega t = \theta_0$) に入口横断面 a 上 (軸座標 $x=0$) にあった粒子は時間の経過とともに曲面 b 上の位置を経て曲面 c 上の位置まで達し, 流れの逆転とともに曲面 d 上の位置を経て, 一周期後 ($\omega t = \theta_0 + 2\pi$) に入口横断面 a 上の位置まで戻ってくるということを繰り返す。曲面 $b \sim d$ の左側の領域は入口を通ったことのある粒子により占められる領域, 右側の領域は入口を通ったことのない粒子により占められる領域となる。そして前者は入口の影響が及ぶ領域, 後者は入口の影響が及ばない領域であると考えることができる。このように二つの領域の境界は時間的に変化する曲面を構成する。そしてこの曲面の形

は ω' の増加とともに前述した理由により図1とは異なった複雑なものとなる。ここでは, 入口を通して最も管内奥深くまで達する粒子の各時刻における軸位置 $L_p(t)$ をもって入口を通る粒子の到達領域とそうでない領域の境界と定める, そして $L_p(t)$ の最大値 L_e を粒子移動距離に基づく助走距離 L_e と定義する。 $x > L_e$ の位置では一周期にわたって入口を通る粒子が到達しないことになる。縦軸に軸座標 x をとって $L_p(t)$ の一周期にわたる変化を $\omega' \rightarrow 0$ の場合について模式的に示せば図2のようになる。図2に基づいて流れの領域として3領域を定義する。領域Iは入口を通った粒子が到達し得ない領域, 領域IIは入口を通った粒子が管内に入ってから到達する領域, 領域IIIは入口を通して管内に入った粒子で占められた部分が管外に向かって移動する領域である。そうすると, 領域Iは入口の影響を受けない領域, 領域II, IIIは影響を受ける領域となる。いま $x=a$ の軸断面を考えると $\omega t = \theta_0 \sim \theta_1$, $\theta_1 \sim \theta_2$, $\theta_2 \sim \theta_3$, $\theta_3 \sim \theta_0 + 2\pi$ の各時間帯を経過するに従って, 流れは領域I, II, III, Iと変化するが, $x=b$ の軸断面では全時間帯にわたって領域Iとなる。以上, 粒子の移動状況の考察に基づいて入口流れの流れ場を三つの領域に分けて取扱おうとするのが本モデルの特徴でこれを入口流れの3領域モデルと呼ぶことにする。それぞれの領域の速度に関しては2.2節で, 各領域の具体的な決定法は4.2節で述べる。

2.2 速度分布 円管内非圧縮性軸対称流れにおいて運動方程式が次式で与えられた場合を考える。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \end{aligned} \dots\dots\dots (2)$$

ここで u, v はそれぞれ管軸 x 方向および半径 r 方向の速度, p は圧力, ρ は密度である。この式で記述でき

図1 入口流れの模式図

図2 $L_p(t)$ の一周期にわたる変化と入口流れの3領域モデル

る流れの範囲については2・4節で検討する。領域Ⅰでは対流項の寄与はないので、これを零と置けば、次の解が得られる⁽¹⁰⁾。

$$u/|u_{m,os,1}| = 2\{1 - (r/R)^2\} \sin \phi + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4}{\alpha_i^2} \frac{1}{\alpha_i^4 + \omega'^2} \left\{ \frac{J_0(\alpha_i r/R)}{J_0(\alpha_i)} - 1 \right\} \times (\omega'^2 \sin \phi + \alpha_i^2 \omega' \cos \phi) \dots (3)$$

ここで J_0 は第一種零次ベッセル関数、 α_i は第一種二次ベッセル関数 J_2 の i 番目の零点である。領域Ⅲでは流れの逆転時における速度分布が複雑で、いまのところ取扱いが困難であるので議論せず、ここでは領域Ⅱについてのみ解析することにする。まず式(2)の対流項の線形化を試みる。従来脈動流れの入口流れに対して対流項を Atabek-Chang⁽⁵⁾ は $u_m \partial u / \partial x$ で、横田・中野⁽⁴⁾ は u_m の時間平均値 $u_{m,ta}$ を用いて $u_{m,ta} \partial u / \partial x$ で線形化して近似解析解を求めている。本研究で取扱う振動流れに対しては $u_m \partial u / \partial x$ と置くことがまず考えられるが、解は陽な関数で与えられない。ここでは対流項の線形化に対してはその妥当性について物理的な意味に多少議論の余地が残ることを承知したうえで式(2)を次式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + |u_{m,os,1}| \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \dots (4)$$

で置きかえ、連続の条件としては管横断面積分した形

$$\partial u_m / \partial x = 0 \dots (5)$$

を採用する。入口で平坦な速度分布をもつものとして、境界条件

$$\left. \begin{array}{l} r=R \text{ で } u=0 \\ r=0 \text{ で } \partial u / \partial r = 0 \end{array} \right\} \dots (6)$$

のもとに横田・中野⁽⁴⁾ の脈動流れに対する解析と同様の手法を用いて解けば次式を得る。

$$u/|u_{m,os,1}| = 2\{1 - (r/R)^2\} \sin \phi + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4}{\alpha_i^2} \frac{1}{\alpha_i^4 + \omega'^2} \left\{ \frac{J_0(\alpha_i r/R)}{J_0(\alpha_i)} - 1 \right\} \times [\omega'^2 \sin \phi + \alpha_i^2 \omega' \cos \phi + \{\alpha_i^4 \sin(\phi - \psi) - \alpha_i^2 \omega' \cos(\phi - \psi)\} \times \exp\{-\alpha_i^2 \nu x / (R^2 |u_{m,os,1}|)\}] \dots (7)$$

ここで $\psi = \omega x / |u_{m,os,1}|$ であり、式(3)、(7)の数値計算にあたっては、 $i=100$ まで採用した。

2・3 助走距離 緒言で述べたように以前著者らは領域Ⅰの粒子の最大移動距離を助走距離と定義して次式を導いた⁽⁸⁾。

$$\left. \begin{array}{l} L_e/D = k(\sqrt{\omega'}) R_{eos} / (2\omega') \\ = k(\sqrt{\omega'}) / (\pi S_t) \\ k(\sqrt{\omega'}) = |u_{os,1}|_{\max} / |u_{m,os,1}| \\ R_{eos} = |u_{m,os,1}| D / \nu \\ S_t = fD / |u_{m,os,1}| \end{array} \right\} \dots (8)$$

ここで R_{eos} 、 S_t は代表速度として $|u_{m,os,1}|$ をとったレイノルズ数ならびにストローハル数、 f は振動周波数、 D は管直径である。 $k(\sqrt{\omega'})$ は図3に再録したが、これは式(3)から領域Ⅰにおける速度 u の振幅の最大値 $|u_{os,1}|_{\max}$ を計算し、その値を式(8)に代入して求めたものである⁽⁸⁾。

2・4 3領域モデルの適用範囲と実験条件の設定

いま円管内非圧縮性軸対称流れにおける運動方程式と連続の式⁽¹¹⁾を次式のような無次元形で表してみる。

$$\frac{k(\sqrt{\omega'})}{\pi} \frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial r'} = -\frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{4}{R_{eos}} \frac{L_e}{D} \left\{ \frac{\partial^2 u'}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial u'}{\partial r'} + \frac{1}{4} \left(\frac{D}{L_e} \right)^2 \frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} \right\} \dots (9)$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{D}{L_e} \right)^2 \left\{ \frac{k(\sqrt{\omega'})}{\pi} \frac{\partial v'}{\partial t'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial r'} \right\} = -\frac{\partial p'}{\partial r'} + \frac{1}{4} \left(\frac{D}{L_e} \right)^2 \left[\frac{4}{R_{eos}} \frac{L_e}{D} \left\{ \frac{\partial^2 v'}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial v'}{\partial r'} - \frac{v'}{r'^2} + \frac{1}{4} \left(\frac{D}{L_e} \right)^2 \frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} \right\} \right] \dots (10)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial r'} + \frac{v'}{r'} = 0 \dots (11)$$

ただし

$$\left. \begin{array}{l} u = |u_{m,os,1}| u' \\ v = (R/L_e) |u_{m,os,1}| v' \\ x = L_e x' \\ r = R r' \\ p = \rho |u_{m,os,1}|^2 p' \\ t = (1/f) t' \end{array} \right\} \dots (12)$$

であり、 L_e には式(8)を適用する。なお式(9)において $1.07 \leq k(\sqrt{\omega'}) \leq 2$ であるから $0.341 \leq k(\sqrt{\omega'})/\pi \leq$

図3 $k(\sqrt{\omega'})$ の値

0.637 となり、非定常慣性項のオーダーは対流項と同じく 1 である。ところで入口から管内に入っていく粒子は $\omega' \rightarrow 0$ に伴い粘性の効果が相対的に大きく効いてくることによって、管内で停止する以前のある軸位置で対流項の効果をなくしてしまう、すなわち入口の経験을忘れてしまう可能性がある。換言すれば助走距離の式(8)で表される軸位置よりも手前の位置で流れの速度分布が軸方向にほとんど変化しなくなる可能性がある。緒言で触れたように後者の位置が助走距離の一般的概念を規定するものである。したがって式(8)で計算される助走距離が一般的概念に基づく助走距離と比肩し得るようになるためには、粘性項のオーダーが対流項のオーダーと同程度かそれ以下にならなければならない。すなわち

$$(4/Re_{os}) \cdot (L_e/D) \leq 1 \quad (13)$$

$$\frac{4}{Re_{os}} \cdot \frac{L_e}{D} \cdot \frac{1}{4} \left(\frac{D}{L_e} \right)^2 \leq 1 \quad (14)$$

である。このとき本 3 領域モデルが物理的意味をもつ。更にこの条件下において運動方程式を式(2)に帰着させるためには、軸方向の運動方程式の粘性項の一部と半径方向の運動方程式が省略できることが必要で、そのためには

$$(D/L_e)^2/4 = \epsilon, \quad \epsilon \ll 1 \quad (15)$$

が満足される必要がある。いま L_e を助走距離の式(8)で与え、便宜上 $\epsilon = 10^{-2}$ と置いて式(13)~(15)の成立する範囲を Re_{os} - St 平面に表示すれば図 4 のハッチング部となる。ここで層流、遷移流、乱流の各領域の境界は十分に長い管における従来の実験結果^{(12)~(18)}に基づいて記入したが、遷移領域に関しても十分に長い管の速度分布が層流理論で近似的に記述できること⁽¹⁷⁾になっているので、一応ハッチング

をほどこした。境界に関してこのように多少不備な点はあるが、図 4 のハッチング部では助走距離の式(8)が流れ場の速度分布に軸方向変化がなくなる距離にほぼ一致するから、本 3 領域モデルが適用できるものと考えられる。なおハッチング部より上方の領域では半径方向の運動方程式が無視できず、左下側の領域では速度分布に変化のなくなる入口からの距離は式(8)の L_e より短くなる。以下、実験と比較して上記の事項を検証するために実験条件はハッチング部に 3 種類設定した。その明細は表 1 に示すとおりである。

3. 実験装置と測定方法

実験装置の概要を図 5 に示す。作動流体は空気であり、振動流れはスコッチヨーク機構により発生させた。試験管は黄銅管で、入口になめらかなベルマウスをつけてある。軸座標の原点 ($x=0$) は試験管とベルマウスの結合部にとった。スコッチヨーク機構の回転軸に取付けた円板にはある円周上に等間隔に小孔をあけ、これと投受光器を組合せてタイムマーク信号を発生させた。速度は熱線で測定したが、その測定区間は run 1 では $x/D=0.1 \sim 60.1$, run 2, 3 では $x/D=1.1 \sim 99.1$ である。熱線出力はタイムマーク信号とともに、run 1 では電磁オシログラフに記録し、一周あたり 12 の位相で熱線出力を読みとり 2 周期分の平均を求めたが、run 2, 3 では 50 周期分をデータレコーダに入れ、大形計算機 NEAC ACOS 6 SYSTEM 1000 の L-A System により、一周あたり 36 の位相で A-D 変換した後アンサンブル平均値を求めた。なお、速度波形の再現性は三つの run とともに良好であった。 u_m はシンプソン法により u を管横断面平均して、 $|u_{m,os,i}|, \angle u_{m,os,i}$ は u_m をフーリエ展開近似して求めた。

図 4 3 領域モデルの適用範囲と実験条件の設定

表 1 実験条件の明細

run	f Hz	$\sqrt{\omega'}$	Re_{os}	St
1	0.0685	4.16	1100	9.71×10^{-3}
2	0.300	8.54	1500	3.13×10^{-2}
3	2.08	22.6	10100	3.23×10^{-2}

図 5 実験装置の概要

4. 実験結果と考察

4.1 断面平均速度 u_m の実験値はすべての run において基本波のみ採用したフーリエ展開近似式でほぼ表すことができた。一例として run 1 の $x/D=60.1$ における実験値を図 6 に示す。各軸位置における u_m の振幅 $|u_{m,os,i}|$, 位相角 $\angle u_{m,os,i}$, およびそれらの軸方向平均値からのずれ $\Delta|u_{m,os,i}|$, $\Delta\angle u_{m,os,i}$ を表 2 にまとめたが, ずれは両者とも小さく, 速度に関しては圧縮性の影響はほぼ無視できると判断した。

4.2 領域 I, II, III の決定法と助走距離 もし運動方程式を厳密に解くことができるならば入口から最も遠くまで移動し得る粒子の軌跡を求めることができ, 各領域の境界が定まるが, 詳細で難解な議論を必要とし, 現時点では難しい。領域 II に対する近似解析解が適用できる範囲は, u_m が正の位相に限定される。そこで領域 II と領域 III の境界は u_m が正から負に変わる位相 ($\omega t = \theta_0 + \pi$) と定めた。そして u_m が正のとき ($\omega t = \theta_0 \sim \theta_0 + \pi$) を流入流れ, 負のとき ($\omega t = \theta_0 + \pi \sim \theta_0 + 2\pi$) を流出流れと呼ぶ。また領域 I と II, I と III との境界は便宜的に以下のように粒子の移動状況を計算して定める。流入流れの場合, 流入開始時 ($\omega t = \theta_0, u_m = 0$) において入口横断面上 ($x=0$) にあった粒子の移動状況は領域 II の速度の式 (7) を $dx = u dt$ に代入し, $x=0$ のとき $u=0$ としてルンゲ・クッタ法を用いて計算することができる。また流出流れにおけるこの粒子の移動状況は, 領域 III の速度を領域 I の速度の式 (3) で代用すれば次式により計算することができ

る。

$$\int_{x_1}^x dx = \int_{t_1}^t u dt \dots\dots\dots (16)$$

ここで x_1 は領域 II における速度の式 (7) を使って前記方法で計算される $\omega t_1 = \theta_0 + \pi$ の位相 (領域 II の終わる位相) における粒子の管内位置である。計算の結果得られた粒子の移動状況は図 7 のとおりである。ここには $r/R=0$ と 0.9 の場合しか示していないが, 粒子の最大移動距離は三つの run とも $r/R=0$ すなわち管軸上で達成された。そしてこれらの値は本論文で定義した助走距離を表しているが, 助走距離の式 (8) から計算される値 (図 7 のわく外に矢印で示す) とほぼ同じになっていることが分かる。領域 I と領域 II, III との境界はそれぞれの run で $r/R=0$ における粒子の移動状況を示す曲線 (図 2 の $L_p(t)$ 曲線に相当する) から定めた。

4.3 管中心速度の軸方向分布 各位相における管中心速度 u_{cl} の軸方向分布を図 8 (a)~(c) に示す。加速域は各図の左半分に減速域は右半分に記入し, 便宜上 x/D を反対の向きにとっている。本 3 領域モデルに基づき領域 I の式 (3), 領域 II の式 (7) から計算される軸方向分布を, それぞれの成立範囲を図 7 から判定して描いてある。計算値が描かれていない範囲は領域 III にあたる。本 3 領域モデルから計算された領域 I, II における u_{cl} の軸方向分布はほぼ実験値と一致する。三つの run とも助走距離の式 (8) から計算される軸位置 (図 8 のわく外に矢印で示す) の付近で u_{cl} の軸方向分布は一様になり, 式 (8) の有効性の一端を示す。流出流れの u_{cl} の軸方向分布は三つの run とも平

表 2 u_m の振幅と位相角

run	$ u_{m,os,i} $ m/s	$\Delta u_{m,os,i} $ %	$\angle u_{m,os,i}$ °	$\Delta\angle u_{m,os,i}$ °
1	0.35	-3.0 ~ 4.0	-79.1	-2.3 ~ 1.7
2	0.48	-1.8 ~ 2.5	-154.8	-0.4 ~ 0.4
3	3.22	-2.1 ~ 1.6	-156.4	-0.7 ~ 0.4

図 6 u_m の一周期にわたる変化

図 7 粒子の移動状況

たんであり、軸方向変化は見られない。なおここでは示さないが他の半径位置における速度に関しても上記と同様の結果を得た。

4・4 管横断面上速度分布 run 1 における代表的な軸位置の管横断面上速度分布を図 9 (a)～(d) に示す。ここでも加速域と減速域を各図の左と右側に分けて記入し、また各図の上側が流入流れ、下側が流出流れにほぼ対応する。軸位置の違いによる変化は流入

時に大きく流出時には小さい。図 9 (b)～(d) の実線は領域 I の速度の式 (3) から計算される速度分布を示すが、 u_m が零となる位相近傍を除き、実験値との一致は良好である。領域 II の速度の式 (7) から計算される速度分布を破線で示す。図 9 (a) の流入時の分布から分かるように、入口において既に薄い境界層が存在し、ベルマウス壁面に沿う境界層は無視できない。2・1 節で述べた理由ならびにこの境界層の存在によって入

図 8 u_{cl} の軸方向分布

図 9 管横断面上速度分布 (run 1)

口における速度分布は平たんな形から少しずれる。 $x/D=0.1$ における実験値と計算値が少しずれているのはこのためである。ここでは合理的な評価法がないため仮想原点は導入していないが、入口のごく近傍を除けば特に仮想原点を考慮しなくても領域IIの速度の式(7)でほぼ流れ場を記述できる。領域IIIに関しては解析解を示さなかったため計算値も描いていない。しかし一周期にわたって領域Iの速度の式(3)が適用される助走区間外の軸位置 $x/D=60.1$ の速度分布と助走区間内の軸位置 $x/D=0.1, 6.1, 20.1$ の領域IIIにおける速度分布の間にはほとんど差が見られないので、領域Iの速度の式(3)が近似的に領域IIIにも適用できることが分かる。これは粒子が停止し流れの方向が変わる位相近傍において対流項が慣性項と粘性項に比べ相対的に小さくなり、流出時には入口の記憶をほとんどなくしてしまうためであろう。

ここでは図示しないが run 2, 3 に関しても run 1 と同様の結果を得た。したがって当初予想したとおり三つの run に関して得られた知見は図4のハッチング部において適用可能であると結論できる。

5. 結 論

円管内層流振動入口流れについて理論的考察と、実験的検討を行いつぎの成果を得た。

(1) 粒子の移動状況を考慮に入れて入口流れの流れ場を(a)入口を通った粒子が到達し得ない領域(領域I), (b)入口を通った粒子が管内に入ってから到達する領域(領域II), (c)入口を通して管内に入った粒子で占められた部分が管外へ向かって移動する領域

(領域III)の三つの領域に分け、入口流れの3領域モデルを提案した。領域IIについては運動方程式(2)に対する速度の近似解析解〔式(7)〕を導いた。

(2) 助走距離の式(8)ならびに本3領域モデルと運動方程式(2)が適用できる範囲を予想してこれを図4にハッチングで示した。

(3) この範囲において速度の実験値との比較を行い、助走距離の式(8)と本3領域モデルの適用性ならびに速度の式(3), (7)の有効性も立証した。なお領域IIIでは領域Iの速度の式(3)が近似的に適用できることを示した。

文 献

- (1) Avula, X. J. R., *Appl. Sci. Res.*, **21** (1969), 248.
- (2) 棚橋・ほか4名, 機論, **47-423, B** (昭56), 2131.
- (3) 中野・酒谷, 油圧と空気圧, **9-3** (昭53), 62.
- (4) 横田・中野, 油圧と空気圧, **11-2** (昭55), 41.
- (5) Atabek, H. B. and Chang, C. C., *Z. Angew. Math. Phys.*, **12** (1964), 185.
- (6) Florio, P. J. Jr. and Mueller, W. K., *Trans. ASME, Ser. D*, **90-3** (1968), 395.
- (7) 近江・ほか2名, 機講論, No. 830-4 (昭58-3, 4), 12.
- (8) 近江・ほか2名, 油圧と空気圧, **14-4** (昭58), 52.
- (9) 須藤・ほか3名, 機講論, No. 845-1 (昭59-3), 70.
- (10) 近江・井口, 機論, **48-426, B** (昭57), 255.
- (11) 例えば, 生井・井上, 粘性流体の力学, (昭58), 24, 27, 理工学社.
- (12) Sergeev, S. I., *Fluid Dyn.*, **1-1** (1966), 121.
- (13) Merkli, P. and Thomann, H., *J. Fluid Mech.*, **68-3** (1975), 567.
- (14) Hino, M., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **75-2** (1976), 193.
- (15) 日野・ほか2名, 土木学会論文報告集, **237** (昭50), 75.
- (16) 近江・ほか3名, 機論, **47-419, B** (昭56), 1214.
- (17) 近江・ほか2名, 機論, **47-418, B** (昭56), 1015.

討 論

〔質問〕 須藤 浩三〔広島大学工学部〕

(1) 対流項の線形化の際, u_m の代わりに $|u_{m, os}|$ を使うことについては説明があるが, $u_{m, ta}$ を用いず $|u_{m, os}|$ を採用したほうが優れている理由をお聞かせ願いたい。

(2) 式(8), (9)に出てくる k は何を表し, どのような特性をもったものか〔文献(8)を読めばわかるのであろうか〕

(3) 2521ページ左欄10~17行の「したがって式(8)で……物理的意味をもつ」が, よく理解できない。

(i) 粘性項のオーダーがなぜ, 対流項のオーダーと同程度あるいは1以下でなければならないのか。

(ii) このときなぜ, 本モデルが意味をもつのか。

前文2~10行も含めて, もう少し詳しくご説明願いたい。

(4) 管内の圧力分布から助走距離と見なせる距離が定まらと思うが, この距離と本文の L_e を比較した結果があれば, お教えいただきたい。

〔回答〕 (1) ここで対象としている振動流れの場合, 時間平均成分は存在しないから $u_{m, ta}$ は零となる。したがって, 領域IIの対流項の線形化に $u_{m, ta}$ を用いることは結局, 対流項をまったく考慮しないことを意味する。このような取扱いで得られる速度の解は領域Iの速度の解に一致するのは当然であるが, この解が領域IIで不十分なことは, 例えば領域IIの実験値

〔図9の(a)～(c)の上半部の実験値〕が領域Ⅰの計算値〔図9の(d)の上半部の実線〕と一致しないことから明らかである。

(2) k は領域Ⅰの速度振幅の最大値と u_m の振幅との比を表し、領域Ⅰの速度分布がへいたんな分布からずれる程度を示す目安の一つとみなすことができる。 k の値は ω' の値が小さくなると定常流がとる値 $k=2$ に漸近し、 ω' の値が大きくなると、ストークス層の値 $k \approx 1.07$ に漸近する。

(3) 本モデルは入口を通る粒子の移動状況に基づいて、入口の影響を受ける領域とそうでない領域を定めている。さて、式(8)から明らかなように、 $\omega' \rightarrow 0$ にもとない。入口を通る粒子の管内到達距離 L_e は $L_e \rightarrow \infty$ となる。ところが、このような条件下では、各瞬間の流れは定常流の關係に従うようになるので、粒子の管内到達距離 L_e よりはるかに手前の位置 ($x=0.05 \sim 0.08 R_e D$ (付1)) で速度分布の軸方向変化は止まると考

えられる。これは入口の影響を弱める作用をする粘性項の大きさが入口の影響を管の奥側へもちこもうとする対流項に比べて非常に大きいことに起因している。したがって、 $\omega' \rightarrow 0$ の条件下では、粒子の移動距離に基づいて、入口の影響を受ける領域とそうでない領域に分けることは概念上はできるが、それは実際の流れ場にそぐわないものとなる。本モデルが実際の流れ場を正しく記述できる、すなわち物理的意味をもつためには、上で述べたように、粘性項の効果が対流項のそれよりも大きすぎではだめで、同等かそれ以下でなければならないことになる。

(4) 現在のところ圧力の実験は行っておらず、実験値との比較はできない。これに関しては今後の課題であると考えている。

(付1) 生井・井上、粘性流体の力学、(昭58)、195、理工学社。