遠心羽根車の仮想質量トルク係数に関する実験*
(第1報, 仮想質量トルク係数の測定)辻 本 良 信**, 今 市 憲 作***
森 谷 剛 史†, 金 康 弘††Experiments on Apparent Mass Torque Coefficients of Two-Dimensional
Centrifugal Impellers
(1st Report, Measurements of Torque Coefficients)by Yoshinobu TSUJIMOTO, Kensaku IMAICHI,
Takeshi MORITANI, and Kang-hong KIM

Apparent mass torque coefficients for fluctuations of the flow rate and angular velocity are determined experimentally for two-dimensional centrifugal impellers. Nearly sinusoidal fluctuations of the flow rate and angular velocity are given by using crank mechanisms, and the resulting torque on the impeller is measured. The torque is divided into components in-phase and out-of-phase with the displacements. The in-phase component is attributed to the apparent mass effect and is represented by the apparent mass torque coefficients. Drag torque coefficients are defined and used to represent the out-of-phase components. The apparent mass coefficients are compared with theoretical values obtained under the assumption of a two-dimensional potential flow. The experimental values are 5 to 20 per cent larger than the theoretical ones, and no appreciable effects of the frequency and the amplitude are observed within the range varied in the experiments.

Key Words: Fluid Vibration, Flow Measurements, Apparent Mass, Centrifugal Impeller, Unsteady Torque

1. 緒 言

仮想質量の概念は,すでに19世紀初頭には導入されており,種々の形状の物体に対して理論的な値が与えられている⁽¹⁾。しかし振動物体に働く非定常流体力に関する実験は,球や円柱のような簡単な形状の物体に対しても意外と少なく⁽²⁾,流体機械の軸系の設計において必要な仮想慣性モーメントに関する研究も少ない。

鬼頭⁽³⁾は,放射直線羽根を持つ水車ランナ模型が,水中で横振動するときの仮想質量を測定し,後にねじり振動に対する仮想慣性モーメントの理論解析を行った⁽⁴⁾。古屋・伊藤⁽⁵⁾はプロペラ形羽根車に対し,仮想慣性モーメントを測定するとともに,これを推定する簡単な計算法を示した。

著者ら⁽⁶⁾は,遠心羽根車の流量や回転数が変化する場合に対して非常流の解析を行い,羽根車に作用する変動トルクが,準定常成分,仮想質量成分,流出渦成

分の3成分に分離できることを示した。さらに流出渦成分は通常他の2成分に比べて小さく,変動トルクは,羽根車の定常特性を用いて評価できる準定常成分と,羽根車固有の仮想質量成分の和で概算できることを示し,種々の対数らせん羽根車について仮想質量トルク係数を与えた。

本報では,流量変動,角速度変動に対する仮想質量トルク係数を測定し,理論値との比較検討を行った。また実測トルクより速度と同相の抵抗成分を分離し,これについても検討を加える。

2. 仮想質量トルク係数

仮想質量トルク係数は,外半径 r_2 , 羽根幅 b_2 の遠心羽根車について,回転角速度が一定で流量が $Q(t)$ で変化した場合の仮想質量効果によるトルク変動 T_a に対し,

$$C_a^Q = T_a / (\rho r_2^2 dQ/dt / 2\pi) \quad (\text{流量変動}) \quad \cdots (1)$$

で定義され,また流量が一定で,角速度が $\Omega(t)$ で変化する場合に対し,

$$C_a^\Omega = T_a / (\rho b_2 r_2^4 d\Omega/dt) \quad (\text{角速度変動}) \quad \cdots (2)$$

で定義される。 C_a^Q は,仮想慣性モーメント I_a と次式で関係付けられる。

$$I_a = \rho b_2 r_2^4 C_a^Q \quad \cdots (3)$$

* 昭和60年5月17日 第16回ターボ機械講演会において講演,原稿受付 昭和60年6月17日。

** 正員,大阪大学基礎工学部(〒560 豊中市待兼山1-1)。

*** 正員,(株)大阪補機製作所(〒530 大阪市北区梅田1-3-1-500)。

† 三菱電機(株)鎌倉製作所(〒247 鎌倉市上町屋325)。

†† 准員,モービル石油(株)(〒565 豊中市新千里東町1-2-8)。

仮想質量トルク係数は羽根車の幾何学的形状だけで決まり、平均流量や平均回転速度によらず、任意の時間変動に対して適用できる。平均流量や平均角速度が零でない場合には変動トルクには準定常成分、流出渦成分も含まれる。また変動の振幅が大きい場合にも渦流出を伴い、流出渦成分を含むと考えられる。仮想質量係数の理論計算では渦流出がないことを仮定しており、実験条件をこれに近付けるために平均流量や平均角速度を零にして、流量や角速度が微小振幅で周期的に変動する場合の変動トルクを測定し、仮想質量トルク係数を求めた。また、変動の振幅や周波数を変化させ、これらの影響についても調べた。

3. 実験装置・実験方法

実験装置全体図を図1に示す。図1中、羽根車①は C_g^2 測定のための角変位を与える駆動装置で支持されているが、 C_g^2 測定の際には羽根車はトルク検出部を介して直接上部フレームに固定される。外径 300 mm、羽根幅 50 mm の羽根車に対し、800 mm×800 mm×240 mm のアクリル製水槽を用いた。

3.1 C_g^2 の測定 正弦的な流量変動を与えるためのピストン-クランク機構を図2に示す。クランクの最大偏心量 25 mm に対しコネクティングロッド⑧の長さは 200 mm である。フライホイール⑨はコグドベルトを介して直流モータで駆動される。

内径 100 mm のシリンダとピストンの間にはゴム製 O リングを用い、潤滑とシールを兼ねてシリコングリースを塗布する。その結果、駆動時に水柱 500 mm の圧力を加えてもシール効果は完璧であった。羽根車前部シュラウドと吸込管のあいだは、その間隔を約 1 mm に調整し、すきまに粘度 3000 cSt のシリコングリースを注入してシールを行った。毎回の実験の最後にシリコングリースの存在を確かめることにより

シール効果を確認した。グリースを介して外部に伝わるトルクが無視できることは、計算および実験で確認した。

羽根車はトルク検出部を介して上部フレームより支持されている。トルク検出部として、径 20 mm、長さ 30 mm の黄銅製用柱を用い、これに軸に対して 45° の角度で接着した 2 枚の十字形ひずみゲージによりトルクを測定した。

フライホイール駆動用プーリに、0.5 mm の偏心を与えて取付けた径 28 mm の円柱の偏心の位相を、ギャップセンサで検出してピストン変位の位相を求めた。変動周波数は、プーリの歯の通過に応じて発生する電磁ピックアップからのパルスをデジタルカウンタで読んで測定した。

C_g^2 測定系ブロック線図を図3に示す。動ひずみ計とギャップセンサからの出力を実時間相関計に入力し、変位(ギャップセンサ出力)の自己相関関数と、変位とトルクの相互相関関数を出力する。ギャップセンサの出力はほぼ正弦波と見なせるため、これらの相関関数を用いることにより変動トルクの一次成分の振幅と位相が測定できる。また、流量変動の振幅は、ピストン-シリンダ間、羽根車前部シュラウド-吸込管のシールが完全であることより、ピストンの排除体積と変動周波数から求まる値を用いることができる。

3.2 C_g^2 の測定 正弦的な角変位を羽根車に与えるための駆動装置を図4に示す。長さ 190 mm のコネクティングロッド④の一端は、偏心をもってフライホイール⑤に取付けられ、他端は羽根車軸②のコントロールアーム③に取付けられる。最大偏心量は 10 mm である。

変動トルクの検出や変動周波数の測定は C_g^2 測定時と同様である。角変位は、トルク検出部のフランジに

①：羽根車 ②：軸 ③：トルク-変位検出部
④：周波数検出部 ⑤：水槽

図1 実験装置全体図

図2 流量変動発生装置

取付けたターゲットの位置を、ギャップセンサを用いて検出して求める。

図5に示すように測定系のブロック線図は、 C_d 測定時とほぼ同一であるが、違いは角変位そのものを相関計に入力することである。相関計からは角変位の自己相関関数と、角変位とトルクの相互相関関数が出力され、角変位がほぼ正弦波であることから、相関関数より変動トルクの一次成分の振幅と位相が求められる。

供試羽根車は、2 mm 厚の透明アクリル板を用いて製作した。羽根車およびその諸元を、図6および表1に示す。3種類の羽根車について測定を行ったが羽根数を除いては同一の諸元を持つ。製作上の都合から円弧羽根を用いた。流れの二次元性を保つため羽根車外径 300 mm に対して側板外径を 400 mm とした。 C_d 測定用羽根車側板は中央に穴を持つが C_d 測定用羽根車には流量が完全に零となるよう、穴のない側板を用いている。羽根車自体の慣性モーメントは、水中での

慣性モーメントの約 $1/2 \sim 1/3$ である。

羽根車自体の慣性モーメントは C_d 測定系を用いて水槽に水を入れずに実験することにより得られる。このような場合の測定値の標準偏差は平均値の約 1.5 % 程度であった。これより、本測定系自体の誤差によるばらつきはこの程度であると考えられる。

トルク検出部とギャップセンサの特性は、羽根車を取り換えるたびに検定したが、その変化は 1 % 以下であった。フライホイールの回転速度の変動は、 C_d および C_d 測定に対しそれぞれ平均値の 3 % および 1 % 以下に保たれていた。

4. 測定結果と考察

4.1 流量変動に対する測定 振動物体に作用する流体力の Morison による表式⁽⁷⁾に従い、変動トルクを次式のように表現する。

$$T = -\frac{\rho}{2\pi b_2} C_d Q |Q| + \frac{\rho r_2^2}{2\pi} C_d \frac{dQ}{dt} \dots\dots\dots (4)$$

ここで C_d を、流量変動に対する抵抗トルク係数と定義する。いま、ピストンの変位 x および流量 Q を、シリンダ断面積 A を用いて

$$x = x_0 \cos \omega t$$

$$Q = A \dot{x} = -\omega x_0 A \sin \omega t = -Q_0 \sin \omega t$$

表 1 羽根車諸元

Inner Radius	$r_1 = 75 \pm 0.3 \text{ mm}$
Outer Radius	$r_2 = 150 \pm 0.3 \text{ mm}$
Impeller Breadth	$b_2 = 50 \pm 0.3 \text{ mm}$
Radius of Vane Curvature	$R = 105 \pm 2 \text{ mm}$
Thickness of Vanes	$t_v = 2 \pm 0.1 \text{ mm}$
Inlet Vane Angle	$\theta_1 = 34 \pm 0.5 \text{ deg.}$
Outlet Vane Angle	$\theta_2 = 18.2 \pm 0.5 \text{ deg.}$
Number of Vanes	$N = 4, 6, 10$
Inner Radius of Shroud	$R_1 = 62 \pm 0.3 \text{ mm}$
Outer Radius of Shroud	$R_2 = 200 \pm 0.3 \text{ mm}$

図 3 C_d 測定のプロック線図

①：羽根車 ②：軸 ③：アーム ④：接続棒 ⑤：フライホイール
⑥：プリー ⑦：コックドベルト ⑧：モータ ⑩、⑪：フレーム

図 4 羽根車駆動装置

図 5 C_d 測定のプロック線図

図 6 供試羽根車

であらわし,

$$\sin \omega t |\sin \omega t| = - \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{8}{n(n^2-4)\pi} \sin n\omega t$$

の関係をを用いると, 式(4)であらわされるトルク T と変位 x の相互相関関数 $C_{x,T}(\tau)$ は

$$\begin{aligned} C_{x,T}(\tau) &= \lim_{T_m \rightarrow \infty} \frac{1}{T_m} \int_{-T_m/2}^{T_m/2} x(t) T(t+\tau) dt \\ &= \frac{\rho}{2\pi b_2} Q_0^2 C_d^2 \frac{8}{3\pi} \frac{x_0}{2} \sin \omega \tau \\ &\quad - \frac{\rho r_2^2}{2\pi} \omega Q_0 C_d^2 \frac{x_0}{2} \cos \omega \tau \end{aligned}$$

となる。そこで C_d^2 は相関計より出力される $C_{x,T}(\tau)$ を用いて,

$$C_d^2 = \frac{C_{x,T}(\pi/\omega) - C_{x,T}(0)}{\rho r_2^2 \omega Q_0 x_0 / 2\pi}$$

で与えられ, $C_{x,T}(\tau)$ 曲線の最初の極大点を $\omega\tau = \varphi$ とすれば C_d^2 は,

$$C_d^2 = - \frac{3\pi b_2 r_2^2 \omega}{8 Q_0} C_d^2 \tan \varphi$$

で与えられる。

変動の振幅は, 次式の無次元振幅 a を用いて表す。

$$a = V / (4\pi b_2 r_2^2) = \Delta r / r_2$$

ただし V はピストンの排除体積 $2x_0 A$ であり, Δr は流量変動による羽根車外径部における流体粒子の半径方向移動量の振幅である。

図7, 8に, 4種類の流量振幅パラメータ a に対して測定した C_d^2 , C_d^2 の周波数 f に対するプロットを示す。仮想質量トルク係数 C_d^2 は, 文献(6)の方法で計算した理論値 $C_{d,th}^2$ に対する比 $C_d^2 / C_{d,th}^2$ で示されている。理論値は, 羽根数4, 6, 10の羽根車に対してそれぞれ $C_{d,th}^2 = -1.56, -2.28, -3.02$ である。測定された C_d^2 , C_d^2 には, 周波数 f による系統的な変化が見

図7 C_d^2 の測定結果

られないため, 各振幅に対し, 周波数にわたって平均した値を表2, 3に示す。

C_d^2 の測定値は理論値より5~15%程度大きい振幅による系統的な変化はみられない。実験値と理論値の差は, 羽根数が多いほど小さくなっている。 C_d^2 は主として羽根車内・外周を通して羽根車に流入・出する角運動量に起因する。羽根数無限大の羽根車に対して, 上記角運動量によるトルクを求めると $C_d^2 = \cot \beta_1 + \cot \beta_2$ となり, 図8に示すように測定値はこの値に近い。

4.2 角速度変動に対する測定 流量変動に対する場合と同様, 変動トルクを次式であらわす。

$$T = 2\pi \rho b_2 r_2^2 C_d^2 \Omega \left[\Omega + (I_0 + \rho b_2 r_2^2 C_d^2) (d\Omega/dt) \right] \quad (5)$$

ここで, C_d^2 は角速度変動に対する抵抗トルク係数, I_0 は羽根車自体の慣性モーメントである。 I_0 の値はあらかじめ空気中での実験より求めておく。 C_d^2 , C_d^2 の値は, 流量変動の場合と同様, 相関計より出力される角変位と変動トルクの相互相関関数より求められる。

図9, 10に, 4種類の角振幅 θ_0 に対して測定した C_d^2 , C_d^2 を示す。理論値 $C_{d,th}^2$ は $N=4, 6, 10$ の羽根車に対してそれぞれ0.513, 0.754, 1.011である。

供試羽根車は流れの二次元性を保つために大きな側板を持つが, 側板に働く粘性力を評価するために, 羽根車側板と同一寸法の円板を用いてこれに働く流体力を測定した。その結果を図11に示す。図11中, I および C_d は, 円板に作用するトルクの加速度, 速度に同相な成分 T_a , T_v より

$$I = T_a / \theta_0 \omega, \quad C_d = T_v / \theta_0 \omega$$

図8 C_d^2 の測定結果

で定義される。Rayleigh の無限流体中で振動する平板の解⁽⁸⁾を円板の各半径位置に対して適用して流体力を求めると、次のようになる。

$$I = C_d = \pi \rho \sqrt{\nu / 4\pi f} R_1^2$$

図 11 中、この値も示した。実験値のばらつきが大きく、また実験値は理論値にくらべて多少大きい、羽根車側板に作用する粘性力のおおまかな予測には、Rayleigh の解を適用してもよさそうである。

そこで、側板外面全体および内面の羽根車外径より外側の部分に作用する粘性力による仮想質量トルク係数成分 C_{df} および抵抗トルク係数成分 C_{dr} を、Rayleigh の解を用いて求め、図 9、10 に示した。図 9、10 の測定値には、周波数による系統的な変化が見られないため、 C_d^0/C_{dth}^0 、 C_d^0 を、各振幅に対して周波数について平均した値を表 4、5 に示す。また 6 Hz のときの C_{df}/C_{dth}^0 、 C_{dr} の値も示した。

C_d^0 の測定値は、15~30%程度理論値より大きい、その差の約 35% は、側板に働く粘性力によるものと考えられる。この効果は、 C_{df}/C_{dth}^0 であらわした場合、

表 2 C_d^0/C_{dth}^0 の平均値

C_d^0/C_{dth}^0	$a=2.78 \times 10^{-2}$	$a=2.21 \times 10^{-2}$	$a=1.69 \times 10^{-2}$	$a=1.14 \times 10^{-2}$
$N=4$	1.14	1.12	1.13	1.11
$N=6$	1.11	1.08	1.09	1.10
$N=10$	1.09	1.07	1.07	1.06

表 3 C_d^0 の平均値

C_d^0	$a=2.78 \times 10^{-2}$	$a=2.21 \times 10^{-2}$	$a=1.69 \times 10^{-2}$	$a=1.14 \times 10^{-2}$
$N=4$	5.19	5.88	4.53	4.07
$N=6$	5.15	6.40	6.40	5.15
$N=10$	5.35	6.14	6.38	3.41

図 9 C_d^0 の測定結果

N が大きいほど小さくなるが、 C_{df} を差引いても C_d^0 の場合と同様、羽根数が多いほど実測値と理論値の差が小さいという傾向が残る。 C_{df}/C_{dth}^0 は周波数が大きいほど小であるが、その割合が小さいため、図 9 中 $N=4$ 、 $\theta_0=6.77 \times 10^{-2}$ の場合のデータに若干その傾向が見られるものの、他のデータでは周波数の影響は見られない。また、 C_d^0 に対する振幅の系統的影響も見られない。

一方、 C_d^0 の測定値のばらつきは大きい、表 5 に見られるように振幅が小ほど大となる傾向がある。これは C_{df} のように速度の一乗に比例する成分が含まれることを表す。表 5 の数値から判断すれば、 C_d^0 の中には C_{df} の約 2 倍程度の速度の一乗に比例する抵抗成分が含まれ、残り (約 0.5 程度) が式 (5) のような速度の二乗に比例した成分であると考えられる。

5. 結 言

本研究で得られた結果を要約すると次のようにな

図 10 C_d^0 の測定結果

図 11 円板に作用する粘性力によるトルク

表 4 C_d^a/C_{ath}^a の平均値

C_d^a/C_{ath}^a	$\theta_0=6.77 \times 10^{-2}$	$\theta_0=5.12 \times 10^{-2}$	$\theta_0=3.37 \times 10^{-2}$	$\theta_0=1.85 \times 10^{-2}$	C_d^a/C_{ath}^a
$N=4$	1.27	1.30	1.26	1.26	0.0748
$N=6$	1.20	1.17	1.21	1.15	0.0508
$N=10$	1.13	1.16	1.09	1.18	0.0379

表 5 C_d^a の平均値

C_d^a	$\theta_0=6.77 \times 10^{-2}$	$\theta_0=5.12 \times 10^{-2}$	$\theta_0=3.37 \times 10^{-2}$	$\theta_0=1.85 \times 10^{-2}$
$N=4$	0.742	0.851	0.982	1.261
$N=6$	0.814	0.992	1.028	1.163
$N=10$	0.620	0.807	0.920	1.275
C_{df}	0.107	0.141	0.214	0.390

る。

(1) 測定された仮想質量トルク係数は、本実験の範囲内では周波数や振幅によらず、ほぼ一定である。

(2) 仮想質量係数の測定値は、5～20 %程度理論値より大きく、羽根数が多いほど理論値との差は小さくなる。

(3) 流動変動に対する抵抗トルク係数は、羽根車内外周を通して羽根車に流入出する角運動量より得られる値にほぼ等しい。

(4) 角速度変動に対するトルク変動の抵抗成分として、速度の二乗に比例する成分と、速度の一乗に比例する成分が測定された。一乗に比例する成分のうち約 1/2 は、二次元性を保つために用いた大きな側板に作用する粘性力であると考えられる。

以上の結果より、20 %程度の誤差を許せば、理論計算から得られる仮想質量トルク係数を用いて、十分仮想質量成分を評価できると考えられる。

実験値と理論値の違いは現実の流れ場と理論計算で仮定する流れ場の違いによると考えられ、これについては次報で可視化実験、渦流出を認めた理論計算により考察する。

本実験遂行に当たり貴重なご助言をいただいた村上芳則博士、また卒研究生として実験に当たった小磯裕二、安井正明、福本浩毅氏に感謝致します。

文 献

- (1) Lamb, H., *Hydrodynamics*, (1975), 163, Cambridge Univ. Press, London.
- (2) Sarpkaya, T., *Trans. ASME, Ser. E*, 42-1 (1975), 32.
- (3) 鬼頭, 機誌, 52-373 (昭25), 14.
- (4) 鬼頭, 機論, 18-66 (昭28), 127.
- (5) 古屋, 伊藤, 機論, 26-162 (昭35), 194.
- (6) 辻本・ほか2名, 機論, 47-418, B (昭56), 957.
- (7) Morison, J. R., ほか3名, *Pet. Trans.*, 189 (1950), 149.
- (8) Schlichting, H., *Boundary-Layer Theory*, (1968), 85, McGraw-Hill, N. Y.

討 論

〔質問〕 鬼頭 史 城

(日本大学工学部)

著者らが指摘されたごとく、質問者は昭和25～27年に、この種のテーマについて、考究し報告した。あの当時はまだ終戦後の混乱時代であって、研究用の材料はもとより、計算用紙にもこと欠く始末であった。また研究内容もごく粗雑なものであった。今回現著者らが再びこのテーマを取りあげ、行き届いた研究をされたことは、私にとっても、よろこばしいことである。

〔回答〕 著者らは、質問者が戦後の混乱期にいち早く先駆的な研究を始められ、多くの知見を得られたことに敬意を表す。質問者は戦災のため計測器が何もない時代に、自由振動の振動数から仮想質量を求める方法を用いられたが、その後この方法は文献(5)の研

究にも利用されている。現在ではひずみや変位が電気的に容易に測定できることから、本研究では強制変位を与えて力を測定する方法を用いた。

〔質問〕 山 田 仁

(航空宇宙技術研究所)

流量変動、角速度変動に関する詳細な実験を行われたことに敬意を表す。

(1) 貴試験の範囲では C_d^a , C_d^a に対する微小振幅の影響は見られないが、どの程度の変動振幅から影響があるのか。

(2) 羽根枚数が多いほど、 C_d^a , C_d^a と理論値の差が減少するが、これは何によるものか。

〔回答〕 (1) 実験装置の都合から、より大きな振幅に対する測定が行えず的確な回答はできないが、少なくとも $\alpha=0.06$, $\theta_0=0.12$ rad 程度までは振幅の

影響は小さいであろうと思われる。

(2) 理論値と実験値の差の原因として、理論では考慮されていない翼端からのうず流出や粘性の影響などが考えられるが、羽根枚数が多ければ羽根車内の大

部分で流れが羽根に沿うため上記の影響が及ぶ範囲が羽根車入口、出口付近に限られ、理論値との差が小さくなったものと考えている。