長方形断面曲り管内乱流の研究*

(第1報, 十分発達した流れの半径方向分布)

喜多 義範**, 岡崎 誠***
広瀬 幸治**, 田中 聡****

Turbulent Flow in a Curved Duct with a Rectangular Cross-Section (1st Report, Main Flow and Boundary Layers on the Side Walls)

by Yoshinori KITA, Makoto OKAZAKI,
Koji HIROSE, and Satoshi TANAKA

Fully developed flows in a rectangular curved duct having a breadth/curvature-radius ratio of 0.25 are investigated experimentally. More than a 150° flow turning angle is required for the flow to reach a fully developed state in any duct which has an aspect ratio (height/breadth) of the cross-section ranging from 0.4 to 16. In case of a low aspect ratio, the main flow has a forced vortex type velocity distribution, and has free vortex type ones in a high aspect ratio. Similarity based on a vorticity defect law exists in the boundary layer on the inner wall, and an angular momentum defect law on the outer wall.

Key Words: Curved Duct, Rectangular Cross-Section, Turbulent Flow, Defect Law, Reynolds Stress

1. ま え が き

長方形断面を有する曲り管内乱流についての研究は数多くなされている。その大部分は、アスペクト比 AR の大きな曲り管を用い二次流れの弱い流路内流れを二次元的に取扱っている^{(1)~(4)}。しかしながら、強い二次流れを有する曲り管内流れを調べたものは少ない。そこで本研究では AR が 0.4 と小さく、強い二次流れを有する十分発達した管内流れを計測し調べる。そして、それを AR の大きな曲り管での結果^{(1)~(4)}と比較し検討する。

内壁面および外壁面にできる境界層内の流れについては、速度欠損、角運動量欠損、角速度欠損のいずれの分布に相似性があるかを調べた。また乱れ強さやレイノルズ応力の分布についても調べ、その整理方法について検討した。

2. 実験装置および方法

供試曲り管は、横断面が幅 $2B=200$ mm, 高さ $2H$

* 昭和61年4月3日 第63期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和60年2月27日。

** 正員、岡山大学工学部 (〒700 岡山市津島中3-1-1)。

*** 准員、三菱電機(株)生産技術研究所 (〒661 尼崎市塚口本町8-1-1)。

**** 准員、川崎重工業(株)航空機技術本部 (〒504 各務原市川崎町1)。

=80 mm の長方形で(水力直径 $D \approx 114$ mm), 管軸曲率半径 $R=800$ mm および曲り角は $\phi=270^\circ$ である。この曲り管に対して座標系を図1のように定める。すなわち曲り管の下壁面上において、幅中央で曲がり始めを原点として管軸方向に $x(=R\cdot\phi)$ 軸、この軸に垂直に半径 r 軸をとる。そして下壁面から上向きに z 軸とした。この曲り管を送風機の吸込側に取付けた実験装置の概略図を図2に示す。

流れは入口ベルマウス①から金網②と長さ2 m の上流直線部③を通り供試曲り管④へと導かれる。この下流に長さ2 m の下流直線部⑤を設けた。以上の管路はすべて透明なアクリル板で作られている。さらに流れは長さ5 m の直線部を通してサージ室⑥、流量調節弁⑦を経て送風機へと導かれる。

図1 座標系

なお曲り管との比較用に用いた直管は、曲り管と同じ断面を有し、長さは11.5 mである。

壁面圧力計測用の静圧孔は、一つの管横断面において上・下壁では管幅中央に、内・外壁には管軸高さに設けられている。その静圧孔の管軸方向の配置は、曲り管入口から上流1 mの直線部では0.1 m 間隔、曲り管においては15° 間隔、さらに下流直線部2 mの間では0.2 m 間隔となっている。また、流れが十分発達した所での流れの諸量の測定には、五孔ピトー管とX形熱線風速計を用い、以下に示す測定位置でトラバースした。すなわち、管曲り角 $\phi=195^\circ$ の所に $(r-R)/B=0, \pm 0.5, \pm 0.9$ の五つの測定場所を設けた。また内・外壁面上においては、多くの測定孔を同じ ϕ 位置に設けることが寸法上できないので、 $\phi=195^\circ, 210^\circ$ 、および 225° のそれぞれに $z/H=1, 0.5, 0.25$ の測定場所を設けた。

なお前もって、 $\phi=195^\circ \sim 225^\circ$ の間の流れは十分発達していること、流れの上下対称性、および本実験に用いたレイノルズ数 $Re (=D \cdot U_m / \nu)$ の範囲では流れが相似であることを確認したうえ、おもに $Re=0.93 \times 10^5$ と 1.36×10^5 で実験した。ここに U_m は管断面平

均流速である。

3. 管中央の広い領域の流れ

3.1 壁面圧力分布 図3に管に沿っての壁面圧力分布(ゲージ圧)を示す。図3によれば、曲り管の影響は曲り管の上流と下流にそれぞれ x/D で2.5程度及んでいる。上流・下流直線部の曲り管内流れへの影響は、曲がり始めより下流に約 90° 、曲がり終了部から上流に 45° 程度およんでいる。

また、図3において圧力が直線的に低下している領域($\phi=90^\circ \sim 225^\circ$)で $-dP/Rd\phi = (\lambda/D) \times \rho U_m^2/2$ から算出した管摩擦係数 λ を図4に示す。比較用に用いた同一断面形状の直管での λ (●印)は円管に対するKarman-Nikuradseの実験式(実線)に近い値を示した。一方、曲り管での λ (○印)はそれより30~40%大きい。

次に管軸半径での圧力 $P_{r,B}$ (図3の△, ▲印)を基準とした内・外壁面圧力分布を図5に示す。外壁での圧力は、速度 U_ϕ の分布に自由渦流れを用いた予測値(一点鎖線)と異なり、強制渦流れのもの(破線)と良く一致している。そして内壁での圧力は、曲り管入口近くで一度、自由渦流れの予測値に近くなるが、それ

図2 実験装置

図4 管摩擦係数 λ

図3 管に沿っての壁面圧力分布(ゲージ圧)

図5 内・外壁面圧力分布(管軸半径上圧力を基準)

以降では強制渦流れのものに近づいている。

管幅の半分と管軸曲率半径の比 B/R が本実験での 0.13 と同程度である他⁽¹⁾⁽³⁾の実験では、十分発達したところでの流れは自由渦流れであるが、著者の実験ではそうはなっていない。そこで、内壁での圧力 P_i を基準とした圧力と管軸方向速度成分 U_ϕ の半径方向分布を調べた。これを図 6, 7 に示す。

図 6 に示した圧力の実測値は、外壁付近を除き広い範囲で強制渦流れの予測値 (破線) とよい一致を示

図 6 圧力の半径方向分布

図 7 速度およびレイノルズ応力の分布

している。また、 U_ϕ の分布も図 7 に示すように強制渦流れのものとなっている。

以上のことから、この程度の B/R を有する曲り管内流れは、アスペクト比 AR が 2 より大きな場合、管中央の広い領域で自由渦流れとなっているが⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾、本実験のように AR の小さな場合は、強い二次流れにより強制渦流れになると判断される。

3.2 流れの発達性 $\phi = 150 \sim 225^\circ$ の範囲で、3.1 節で述べた内・外壁面圧力分布 (図 5) および、ここには示していないが壁面限界流れ線が管軸となす角 θ_w や摩擦係数 C_f の管に沿っての分布が一定値を示していたことから、供試曲り管ではこの ϕ の範囲で流れは十分発達していると判断された。一方 AR の大きな曲り管を用いた場合、Wattendorf⁽¹⁾ は、曲り角 $150 \sim 210^\circ$ の範囲で、Eskinazi ら⁽²⁾ は $172 \sim 236^\circ$ の範囲で流れは十分発達していると報告している。すなわち、流れが十分発達するには、曲り管入口での速度分布にもよるが、この程度の B/R の曲り管では AR の大小によらず曲り角が 150° 以上必要であると判断される。

3.3 十分発達した流れの様子 管軸高さ $z/H = 1$ での速度およびレイノルズ応力の半径方向分布を図 7 に示す。 rU_ϕ の分布は半径方向に一定とならず右上がりの分布となっている。それに対し U_ϕ/r の分布は管中央の広い範囲で一定となっており、その値は非粘性強制渦流れとした場合の値 U_m/R に等しい。

なお、図 7 中に示した rU_r/RU_m は管中央の広い範囲で約 0.03~0.04 となっている。この値は以下のようにも推測される。すなわち、 ϕ 方向運動方程式においてせん断応力や $U_z \cdot \partial U_\phi / \partial z$ が小さいと仮定し、図 7 から $U_\phi/r = U_m/R$ とおくと次式が得られる。

$$\frac{rU_r}{RU_m} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{d}{d\phi} \left(\frac{P}{\rho U_m^2 / 2} \right) \quad \dots\dots\dots (1)$$

この無次元圧力こう配の値は表 1 に示されるように -0.16 であるから、 rU_r/RU_m の予測値は式 (1) より 0.04 となり実測値とほぼ等しくなる。すなわち、流量と ϕ 方向圧力こう配から二次流れ速度 U_r の大きさが推測できる。

次に、図 7 中のレイノルズ応力 $-\rho \overline{u_r u_\phi}$ は管中央

表 1 内壁および外壁面上境界層の諸量

Re = 0.93 × 10 ⁵									
	Inner				Outer				$\frac{dp}{d\phi} / \rho U_m^2 / 2$
z/H	b (mm)	C_f	$\delta U_\phi / r$ (mm)	$\delta \log$ (mm)	b (mm)	C_f	$\delta r U_\phi$ (mm)	$\delta \log$ (mm)	
0.25	7.1	0.0038	42.0	90	2.6	0.0058	27.5	6.0	-0.160
0.5	6.2	0.0033	47.0	100	2.7	0.0059	22.0	4.0	
1.0	—	0.0025	45.0	90	—	0.0057	26.0	4.5	

の広い領域でほとんど零になっている。また内・外壁での○印は、Clauser 線図より求めた壁面せん断応力 τ_w を示したもので、 $-\rho \overline{u_r u_\theta}$ の分布を壁面まで延長して得られるものとよく一致している。この $|\tau_w|$ の値は内壁より外壁のほうが大きい。

図7で U_θ の半径方向分布が強制渦流れとなっているので、管横断面における等 U_θ/r 線図を図8に示す。管中央の広い領域で U_θ/r は一定値を保ち壁近くの境界層内で減少している。また、内壁と下壁のなす隅付近で U_θ/r は最大となっている。

4. 内壁および外壁面上の境界層

4.1 境界層の概要 内・外壁面上にできる境界層の外端を U_θ , U_θ/r , ならびに rU_θ の分布から判定し、その3種の境界層厚さ δU_θ , $\delta U_\theta/r$, δrU_θ を図9に示す。さらに図9には、4.2節で述べる対数則が成立する上限までの距離 $\delta_{\log}$ と $-\rho \overline{u_r u_\theta} = 0$ となる位置も併記してある。

境界層厚さは、二次流れの流線から推測すると高さ方向に変わるように思われるが、内・外壁のどちら側でもほぼ一定である。また $\delta_{\log}$ の分布も境界層厚さ同様に変わっていない。そして、 $\delta_{\log}$ とこれら3種の δ

図8 等角速度線図

図9 種々の境界層厚さ

に対する比 $\delta_{\log}/\delta$ は 0.15~0.25 程度で、これは普通の平板上境界層でのものと同じ値を示している。

次に $-\rho \overline{u_r u_\theta} = 0$ となる位置は、外壁側では境界層より外側となっており、また内壁側での $z/H=1$ では境界層のわずかに外側で零となっている。しかしながら $z/H=0.5$ や 0.25 では、内壁から 0.4δ 程度の所で $-\rho \overline{u_r u_\theta} = 0$ となっている。このように、まだ境界層内にもかかわらず $-\rho \overline{u_r u_\theta} = 0$ となる例は、二次流れの弱い So ら⁽⁶⁾や Gillis ら⁽⁷⁾の凸壁での分布にも示されている。

4.2 境界層の内層部 図10に対数速度分布を示す。 y は壁からの距離で、 y_+ は $y u_\theta / \nu$ である。図10によれば、対数則が成立するのは、内・外壁ともに z/H によらず $\log_{10} y_+ \approx 2.5$ までである。

4.3 境界層の外層部 内・外壁面境界層の外層部では、速度 U_θ , 角運動量 rU_θ , 角速度 U_θ/r のうちのどれの欠損分布に相似性があるかを検討する。そのため、境界層外端部での値からの欠損量をその境界層外端での値で除して、欠損量を無次元化した。 AR の大きな場合のデータは種々の文献⁽¹⁾⁽³⁾⁽⁶⁾⁽⁸⁾からのもので、それらは $z/H=1$ の実測値であったが、データを読み取り整理しなおした。ここでは検討して得られた結果のみを図11(a), (b)に示す。

図11(a)の内壁面上境界層の外層部において、 $z/H=1$ では AR の違いによらず U_θ/r 欠損分布に相似性が見られ、図11(b)の外壁側では、 z/H や AR のちがいによらず rU_θ 欠損分布に相似性が見られる。すなわち、上下壁の近くを除いた流路高さ中央近くにおいては、内壁境界層の外層部では U_θ/r が、外壁の外層部では rU_θ が重要な量であることがわかる。

このことは、同心2円筒間の流れにおいて、一方の円筒を固定し他方の円筒を回転させる場合の回転円筒

図10 対数速度分布

近くの流れ(本実験での境界層外端近くの流れに対応)からも推測される。すなわち、外筒回転の場合の外筒近くの流れは強制渦流れとなり、内筒回転の場合の内筒近くの流れは自由渦流れとなる⁽¹²⁾。

なお残念ながら図 11(a)の $z/H=0.25$ と 0.5 の分布は、その $z/H=1$ での分布と異なっているが、これは本供試流路の AR が小さくて二次流れが非常に強いためであり⁽⁹⁾、 AR の大きな流路においては二次流れは弱いから、内壁側での U_θ/r 欠損分布は、本実験での $z/H=0.5$ と $z/H=1$ との間の分布になると思われる。

次に高さ方向速度に関する rU_z は、管中央の広い範囲にわたり、内壁側の正の値から外壁側の負の値まで半径方向にほぼ直線的な分布となっており、その値は RU_m の 1% 程度と小さかった。それゆえ、ここでは rU_z の大きな壁付近での分布を次のように整理し、図

(a) 内壁面、角速度欠損

(b) 外壁面、角運動量欠損

図 11 欠損則

12 に示した。すなわち、前述の管中央での rU_z の直線的な分布を内・外壁まで仮想的に延長した。実測値からこの延長線で定まる分を差引き、それを $\Delta(rU_z)$ とし、その最大値の半分となる壁からの距離 b を用いて整理した。図 12 には文献(4)のデータも示されている。これらの実測値の分布は、壁のごく近くを除いて、Verhoff の二次元壁面噴流での速度分布⁽¹⁰⁾と同一であり、また次の実験式(実線)で表される。

$$\frac{\Delta(rU_z)}{\Delta(rU_z)_{\max}} = \exp\left[-0.693\left(\frac{y}{b}\right)^2\right] \quad \dots\dots\dots (2)$$

なお、本章で述べた境界層の種々の代表長さの値、無次元圧力こう配の値、および摩擦係数 $C_f (=2\tau_w/\rho U_m^2)$ を表 1 に示した。

5. レイノルズ応力と乱れ

4・3 節で述べたように内壁面上境界層では角速度欠損が、外壁面上境界層では角運動量欠損が重要な役をはたしていると判断された。そこで乱れの諸量の整理には、内・外壁においてそれぞれ U_θ/r , rU_θ の分布から判定した境界層厚さを単に δ と記して用いる。

5・1 レイノルズ応力 図 13 にレイノルズ応力

図 12 rU_z の相似性

図 13 レイノルズ応力分布

$-\rho \overline{u_r u_\phi}$ の分布を示す。図 13 中の矢印は δ_{log}/δ の位置を示しており、これは前述したように計測場所によらず、ほぼ 0.15~0.25 であったので一つ矢印で示した。図 13 によれば、内壁上境界層における $-\rho \overline{u_r u_\phi}$ は δ_{log} まで急に小さくなっている。そこでの $-\rho \overline{u_r u_\phi}$ は、 $z/H=0.25$ や 0.5 ではまだ境界層内にもかかわらずほぼ零となっており、 $z/H=1$ では τ_w の 25% となっている。一方、外壁上境界層での分布は z/H によらず相似であり、 $-\rho \overline{u_r u_\phi}$ は境界層外端に向かって次第に小さくなり境界層の外側で零になっている。

Gillis ら⁽⁷⁾は、この $-\rho \overline{u_r u_\phi}$ を y/R_w で整理することを提唱している。 y は壁からの距離、 R_w は内壁または外壁の半径である。この y/R_w を曲り管での $-\rho \overline{u_r u_\phi}$ にも適用できることは、次のように推定できる。すなわち、 ϕ 方向運動方程式において対流項と $\partial \tau / \partial z$ を無視すると次式が得られる。

$$\frac{\tau}{\tau_w} = 1 - \left(-\frac{\partial p}{\rho \partial \phi} \right) \frac{1}{\tau_w / \rho} \cdot \frac{y}{R_w} \dots\dots\dots (3)$$

図 13 の $-\rho \overline{u_r u_\phi}$ を y/R_w で整理したのが図

(a) 内壁側

(b) 外壁側

図 14 レイノルズ応力分布

14(a), (b)である。図 14 中の破線は式(3)を示している。図 14 によれば、内壁側での実測値は予測線(破線)にくらべ急に小さくなり、そのこう配は 2 倍程度になっている。一方、外壁側での実測値は、予測線とよく一致しており、さらに圧力こう配のない So ら⁽⁶⁾や Gillis ら⁽⁷⁾の凸壁まわりの分布ともよく一致している。

5.2 乱れ強さ 乱れ強さ u'_ϕ , u'_r の分布を図 15(a), (b)に示す。図 15 中の実線と破線は Laufer の円管内流れでの分布⁽¹¹⁾を示す。図 15 によれば、内壁上境界層での u'_ϕ と u'_r は δ_{log} まで急に小さくなっている。そこでは図 13 に示したように $-\rho \overline{u_r u_\phi} \approx 0$ となっており、その後での u'_ϕ と u'_r はほぼ一定となっている。このことから、内壁上境界層では δ_{log} を境に、境界層の内層と外層で乱れの性質が異なっていると考えられる。一方、外壁上境界層での u'_ϕ と u'_r は、境界層外端に向かって単調に減少しており、円管内流れの分布によく似ている。

6. 結 論

アスペクト比 AR の小さな曲り管内乱流を実験的

(a) 内壁上境界層

(b) 外壁上境界層

図 15 乱れ強さ分布

に調べ、さらに他の文献における AR の大きな場合とも比較検討した結果、次のことが明らかになった。

(1) 本実験の $B/R (=0.13)$ と同程度の曲り管で十分発達した流れが得られるのは、 AR の大小によらず、管曲り角が 150° 以上の所である。そこでの管中心近くの広い領域の流れは、 AR が大きい場合は自由渦流れであるが、 AR が小さい場合は強制渦流れとなる。

(2) U_θ が対数則に従う上限までの距離 $\delta_{10\theta}$ とその境界層の厚さ δ の比 $\delta_{10\theta}/\delta$ は、内・外壁面上の境界層によらず $0.15 \sim 0.25$ であり、これは普通の平板上境界層での値に等しい。

(3) 内壁面上にできる境界層内の管軸方向速度の分布は、管軸高さでは、 AR の大小によらず角速度欠損で整理できる。一方、外壁面上境界層では AR や高さによらず角運動量欠損で整理できる。

(4) 内・外壁面上境界層内における rU_z の分布は、二次元壁面噴流の速度分布と同一である。

(5) 内壁面上境界層では、 U_θ が対数則からはずれる所で $-\rho \overline{u_r u_\theta} \neq 0$ となっている。その所を境に、この境界層の内層と外層で乱れの性質は異なってい

る。

一方、外壁面上境界層の乱れは円管内流れでのそれに似ている。

文 献

- (1) Wattendorf, F. L., *Proc. R. Soc. London*, 148-A (1935), 565.
- (2) Eskinazi, S. and Yeh, H., *J. Aeronaut. Sci.*, 23 (1956), 23.
- (3) Ellis, L. B. and Joubert, P. N., *J. Fluid Mech.*, 62-1 (1974), 65.
- (4) 志沢, 流体工学, 14-1 (昭53), 30.
- (5) Senoo, Y. and Nishi, M., *Proc. 2nd Int. JSME Symp.*, Tokyo, 203 (1972), 21.
- (6) So, R. M. C. and Mellor, G. L., *J. Fluid Mech.*, 60-1 (1973), 43.
- (7) Gillis, J. C. and Johnston, J. P., *J. Fluid Mech.*, 135 (1983), 123.
- (8) Patel, V. C., *ARC Reports and Memoranda* 3599 (1968), 1.
- (9) 喜多・ほか3名, 本論文集の3194ページ.
- (10) Rajaratnan, N., 噴流, (昭56), 212, 森北出版.
- (11) Laufer, J., *NACA Rep.*, 1174 (1954), 1.
- (12) Schlichting, H., *Boundary-Layer Theory*, 6th ed. (1968), 80, McGraw-Hill.

討 論

〔質問〕 西 道 弘〔九州工業大学〕

曲り管内の流れに及ぼす入口直管長の影響をどのようにお考えかご教示願いたい。

〔回答〕 入口直管長は、曲り管入口断面にどのような速度分布の流れが流入するかを見積もる一つの重要な助変数であるが、管曲り角が十分大きな断面で平衡状態になっている流れには直管長の影響はないと思う。

一方、そこに至るまでの助走区間の流れにおいては、入口での流れが一様流に近い場合は、上下壁近くに渦糸が集中しており、その曲がりにより誘起される二次流れもその近くに集中している。そしてそれらが管の曲がりとともに発達していく。これに対して、発達流が流入する場合には、上下壁間に渦糸が分布しているので、誘起される二次流れも上下壁間のほぼ全体にわたって分布するようになる。

このような違いがあるにもかかわらず、主流境界層厚さ δ と二次流れ境界層厚さ l の比 $(= \delta/l)$ の管曲り角による変化の様子には、あまり影響はないようである。またアスペクト比が非常に大きい $H/B = 13 \sim 18$ で $B/R \approx 0.1$ の管路では、入口流れが一様流でも (付1)

十分発達した流れでも⁽¹⁾、助走区間はともに管曲り角が約 210° で、変りはないようである。

長方形断面曲り管では、助変数として B/R , H/B , レイノルズ数 Re , そしてご指摘の入口速度分布がある。これらを系統的に変化させ、助走区間の流れを詳細に調べたものは見当たらず、更なる研究が必要と思う。

〔質問〕 妹 尾 泰 利〔九州大学生産科学研究所〕

式(1)では対流項の重要性が示されているのに、式(3)では対流項 (U_r による角運動量の変化) を無視されたのはなぜか。予測の式(3)に対流項を含ませて、図14の実験値と比較できないか。それでも実験とあわないならば、流れがまだ十分発達していないためなのか、実験精度のためなのかお教えいただきたい。

図14(b)の分布を圧力こう配がない場合の実験や凸壁まわりの分布と比較することは、どういう意味があるのかお教え願いたい。

〔回答〕 ご質問とは異なるが、図14(a)(b)中の

(付1) Ellis, L. B. and Joubert, P. N.; *J Fluid Mech.*, 62-1, (1974), 65.

破線は共に $z/H=0.5$ での式(3)による予測線であることを、本文中では書き落していた。おわびします。

さて、式(1)では管壁から遠い管中央付近における流れを考えている。その所では、図7より $rU_r/RU_m=0.03\sim0.04$ 程度で $-u_r u_\theta \approx 0$ であり、また H/B が小さい長方形断面内の二次流れ流線から考えて、 U_r の対流項を残しせん断応力項は無視した。一方、式(3)は内側壁や外側壁に出来る境界層内の流れを考えているので、そこではせん断応力項が非常に大きく、 $U_z > U_r$ と考えて U_r の項を省略し簡素化した。

U_r による対流項を式(3)に含ませ計算した所、図14(a)の内壁側に対しては $y/R_w=0.01$ の所で τ/τ_w が4~7程度にもなり、また図14(b)の外壁側に対しては τ が零となる y/R_w の値が z/H によって0.01や0.03となり、より正確な式を用いているにもかかわらずうまく予測することはできなかった。

計測精度については、図10や表1の C_f によれば U_θ や u_* の値はまずまずで、 U_r については内・外壁面境界層内では行っていないが大きな半径位置では

$\int_0^H U_r \cdot r d\phi dz$ はほぼ零になっていた。また流れが未発達と言うことも考えにくいと思う。

予測が内壁側で大きく異っていたこと、および内壁面上では z 方向流れも強く式(2)や図12の $\Delta(rU_z)_{\max}/RU_m$ は約0.08にも達していたことから推測すると、 U_z の影響も非常に大きいと思うが、これらのことについては今後なお検討しなければならないと思う。

二次流れのない凸壁面上境界層において、流れ方向に圧力こう配がないか非常に弱い場合には⁽⁶⁾⁽⁷⁾、壁面からの τ の分布は図14の縦軸上の1.0と横軸上の0.035を結ぶ直線上にあった。図14(a)は同じ凸壁面上での実測値であります上記のものとは一致していない。一方、図14(b)は凹壁で曲率は反対であるのに上記凸壁での分布とほぼ同じであったので、2次流れが弱い場合には凹凸によらず $y/R_w \approx 0.035$ の所で τ が零となる場合もあることを単に記した。物理的には図14(a)と比較すべきと考える。