直円管内旋回乱流の数値予測*

(第1報, 渦粘性仮説による平均流速分布の再現)

小林 敏雄**, 依田 守生***

Numerical Prediction for Turbulent Swirling Flow in a Straight Pipe (1st Report, Prediction of Velocity Distributions by Hypothesis of Eddy Viscosity)

by Toshio KOBAYASHI and Morio YODA

A turbulent model applicable to turbulent swirling flow in a straight pipe has been developed. Two models, the standard k - ϵ model, and the k - ϵ model with higher order terms in Reynolds stress equations are applied, and a modified k - ϵ model with the hypothesis of anisotropy of turbulence is proposed. The comparisons between the predicted flow distributions and the experimental data show that the modified k - ϵ model predicts the complex flow fields successfully.

Key Words: Swirling Flow, Straight Tube, Numerical Prediction, Velocity Distribution, Eddy Viscosity, k - ϵ Model, Modified Model

1. ま え が き

旋回流はエンジニアリングの広範な分野に登場し重要な役割を果たしている。旋回バーナにおける火炎の安定化⁽¹⁾, サイクロン分離器における捕集効率の向上⁽²⁾⁽³⁾, 旋回ディフューザにおける効率向上, あるいは電子材料の結晶引き上げプロセスにおける, るつば内融液の流動パターンを決定づける重要な因子としても注目されている。このように, 種々のプロセスにおいてしばしばキーファクタとなる旋回流の基本的な性質を理解し, 制御することはそれらプロセスの改善を行う上でも重要なことである。旋回流に関する基礎的な研究としては, 直円管内旋回流, 絞り付き管, 拡大管内旋回流, スワールジェット等について, その平均流速分布, 乱流量等に関する実験的研究があるが⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾, 各レイノルズ応力成分, 壁付近での挙動についての実験データは極めて少ない。また, 現象の複雑さのために, 理論的取扱いは理想化された場合のみに

限られている⁽⁷⁾。

一方, 最近の電子計算機の大容量・高速化に伴って乱流をも含めた流体現象を数値的に解析することが盛んに試みられ, 多くのモデル乱流計算法が提案されている。このうち零方程式モデルおよび1方程式モデルは方程式系を数学的に閉じるためには, 対象とする流れ場に応じて経験的な仮定が必要となる。レイノルズ応力方程式モデルは方程式系が複雑にすぎ, またLES (Large Eddy Simulation) は工学的に興味のある乱流場に適用するには計算時間がかかりすぎる。現在では2方程式モデルの一つである k - ϵ モデルがLaunder らによる係数値の標準化を経て最も実用的な乱流モデルとして広く普及している。

ところがこの標準的な k - ϵ モデルを用いて旋回のある流れ場を解析すると, 実験的, 理論的事実と相容れない解を示し, その相違は単にモデル内の係数値を変更するのみでは解決できないであろうことが報告されている⁽⁸⁾⁽⁹⁾。同様の傾向ははく離流, ラウンドジェット等においても報告されそれぞれの流れ場に応じた改良案が提案されている。これらを考え合わせると旋回乱流場に対しても k - ϵ モデルが適用できるような改良案を提出することは意義のあることであると思われる。

* 昭和61年4月2日 第63期通常総会講演会において講演, 原稿受付 昭和60年9月25日。

** 正員, 東京大学生産技術研究所 (〒106 東京都港区六本木7-22-1)。

*** 正員, 三菱化成工業(株)総合研究所 (〒237 横浜市緑区鴨志田227)。

本論文では k - ε モデルを基礎に乱れの非等方性を吟味した改良方法を提案し、旋回を含む流れ場としては最も基本的な直円管内旋回流の解析を試みるものである。

2. k - ε モデルの改良方針

k - ε モデルの改良を行う場合、その導出過程⁽¹⁰⁾より、検討すべき主要な点は (i) 渦粘性の仮定、(ii) ε 方程式の表式、(iii) 等方性乱流の仮定、であると思われる。

(i) の渦粘性の仮定を否定することは本質的により上位のモデルであるレイノルズ応力方程式モデル、または LES に進まなければならない。このことは、 k - ε モデルから全く外れることを意味する。本論文では、 k - ε モデルの枠内で旋回流を解析しようとしており、この仮定は踏襲される。次に問題とされるのは乱流モデルの表式である。乱流エネルギー k に関する方程式の導出はかなり厳密なものであるがエネルギー散逸率 ε に関する方程式の導出は難解であり、経験的にモデル化された部分も多いと思われる。そのため、従来より ε 方程式を問題としそこに含まれる係数値の変更、あるいはリチャードソン数を用いて流線の曲率の影響を考慮した研究などが行われている⁽¹¹⁾。しかしながら、旋回流の特徴的な流速分布をうまく再現することは困難であるように思われる。最後に問題となるのは等方性乱流の仮定である。 k - ε モデルの普及に伴って、数々の計算例が報告されているが、このモデルによる等方性乱流の仮定が問題とされたことは数少ない。しかしながら、個々の流れ場において、乱れが等方的であるかどうかは必ずしも明らかではない。Beér, Chigier, Lilley らは、旋回流の場合にはこの仮定の成立を疑問視している⁽¹²⁾。比較的単純な旋回のある流れ場においては渦粘性係数が大きくなるにつれて、周方向流速分布が強制-自由渦形から強制渦形に移行することが解析的に確かめられており⁽⁷⁾、渦粘性係数の値が流速分布に大きな影響を与えることが示唆されている。

以上の考察から、本論文における k - ε モデルの改良は等方性乱流の仮定に焦点をあてて行われる。

3. 基礎方程式

本論文で対象とする流れ場は図1に示すように、直円管内の旋回流であり、この流れ場を非圧縮二次元軸対称流として取扱う。座標系および速度成分は次のように定義する。すなわち、管軸の方向に x 軸、管径方向に r 軸、周方向に θ 軸をとった円柱座標系とし、そ

れぞれの方向の速度成分を u, v, w で示す。この時、レイノルズ方程式および連続の式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \bar{u}\bar{u} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \bar{v}\bar{u} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \langle u'u' \rangle - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \langle v'u' \rangle \\ + \nu \left\{ \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right\} \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \bar{u}\bar{v} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \bar{v}\bar{v} - \frac{\bar{w}^2}{r} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial x} \langle u'v' \rangle - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \langle v'v' \rangle \\ + \frac{\langle w'w' \rangle}{r} + \left\{ \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} - \frac{\bar{v}}{r^2} \right\} \\ \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \bar{u}\bar{w} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \bar{v}\bar{w} + \frac{\bar{v}\bar{w}}{r} \\ = -\frac{\partial}{\partial x} \langle u'w' \rangle - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \langle v'w' \rangle - \frac{\langle v'w' \rangle}{r} \\ + \nu \left\{ \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} - \frac{\bar{w}}{r^2} \right\} \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \bar{v} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

ここで $\bar{\quad}$ は時間平均値、 $\bar{P}$ は圧力、 ρ は密度、 ν は動粘性係数を示す。 $\langle u'u' \rangle$ 等はレイノルズ応力テンソルの成分であり、Navier-Stokes 方程式の時間平均操作を行ったため出現したものである。これらは適切な仮定を用いて決定される必要がある。

4. 乱流モデルと数値解析法

4.1 k - ε モデル Boussinesq に端を発する渦粘性仮定によると、レイノルズ応力は次のように書き表すことができる。

$$\langle u'_i u'_j \rangle = \frac{2}{3} \delta_{ij} k - \nu_E \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 δ_{ij} はクロネッカの δ 、 k は乱流エネルギー、 ν_E は有効動粘性係数であり渦動粘性係数 ν_T と分子動粘性係数 ν の和の形で書かれる。 ν_T は k およびその散逸率 ε から式(6)を用いて求め、 k および ε 自身はそれぞれ輸送方程式(7)、(8)を解いて求める。

$$\nu_T = C_\mu k^2 / \varepsilon \dots \dots \dots (6)$$

図1 座標系と流速分布

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \bar{u}k + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \bar{v}k = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\nu_E}{\sigma_K} \frac{\partial k}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\nu_E}{\sigma_K} \frac{\partial k}{\partial r} + G_K - \varepsilon \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \bar{u}\varepsilon + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \bar{v}\varepsilon \\ = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\nu_E}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\nu_E}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \\ + (C_1 G_K - C_2 \varepsilon) \varepsilon / k \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_K = \nu_E \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \right)^2 + \frac{\bar{v}^2}{r^2} \right\} \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(r \frac{\partial}{\partial r} \frac{\bar{w}}{r} \right)^2 \right] \quad (9) \end{aligned}$$

基礎方程式系(1)~(4)にモデル方程式系(5)~(9)を加え合わせると方程式系が閉じ、流れ場を計算することができる。モデル方程式系における C_1 , C_2 , C_μ , σ_K , σ_ε は経験定数であり、その標準値としては次の値が用いられる。

$C_1=1.44$, $C_2=1.92$, $C_\mu=0.09$, $\sigma_K=1.0$, $\sigma_\varepsilon=1.3$ である。本論文においてもこれらの値が用いられた。

4.2 高次表現モデル k - ε モデルにおいてはレイノルズ応力は式(5)に示されるように、有効動粘性係数とひずみテンソルの積の形で表されている。その表現の拡張として高次の項まで考慮した次の表式を考える。この式は、Rodi らによるレイノルズ応力方程式モデル⁽¹³⁾において、 $\langle u_i u_j \rangle / k$ が空間的に一定、もしくははゆっくりと変化するという仮定を用いて Pope によって導かれたものである⁽¹⁴⁾。

$$\begin{aligned} \langle u_i u_j \rangle = \frac{2}{3} \delta_{ij} k - \nu_E \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right. \\ \left. + gb k \varepsilon^{-1} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

ここに、 $g=(D_1+G_K/\varepsilon-1)-1$, $b=(7D_2+1)/11$, $D_1=1.5$, $D_2=0.4$ である。式(10)右辺第3項が新しく付け加わった高次項であり、テンソル総和規約を用いて書かれている。 ν_E の表式、 k , ε の輸送方程式は k - ε モデルと同様である。乱流エネルギーの生成項は $\langle u_i u_j \rangle \partial \bar{u}_i / \partial x_j$ で与えられるが、式(10)を代入して縮約をとると高次部分は消えてしまうためにこれも k - ε モデルのそれと同一になる。式(5), (10)ともデカルト座標系における表現であるが、これらは円柱座標系における表現に変換され基礎方程式系(1)~(4)に代入される。

4.3 改良モデル Lilley および Chigier は半実験的な手法を用いて旋回噴流を取扱い、旋回流にとって重要な渦動粘性係数 $\nu_{r\theta}$ が次のような式で整理され

ることを示した⁽¹⁵⁾。

$$\nu_{r\theta} = l_{r\theta}^2 \left[\left(r \frac{\partial}{\partial r} \frac{\bar{w}}{r} \right)^2 + \left(\frac{\bar{u}}{r} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (11)$$

$$l_{r\theta} = \alpha_{r\theta} r \quad (12)$$

r は中心軸からの距離である。式(11)は混合長理論による表式であるが、近年 Karasu により管内旋回流に対しても適用された。Karasu は基礎方程式(3)におけるレイノルズ応力 $\langle u'w' \rangle$ および $\langle v'w' \rangle$ を渦粘性の仮定を用いてモデル化したときに現れる $\nu_{r\theta}$ および $\nu_{r\phi}$ について式(11)を採用し、他の渦動粘性係数については標準的な k - ε モデルから予測される値を用いた。本論文では $\nu_{r\theta}$ のみ式(11)を用いてモデル化する。他の5個の渦動粘性係数は以下のように仮定する。すなわち式(6)による渦動粘性係数の表現は

$$\nu_T = C_\mu k^{1/2} \cdot k^{3/2} \varepsilon^{-1} \quad (13)$$

と書ける。式(13)において、 $k^{1/2}$ は速度、 $k^{3/2} \varepsilon^{-1}$ は長さの次元を持ち、それぞれ乱流速度、混合距離と呼ばれる。標準的 k - ε モデルでは、混合距離 l は方向によって変わらないとしている(乱れの等方性)が、ここではその方向依存性(乱れの異方性)を考慮し、 $\bullet \bullet (\bullet \bullet = xx, xr, x\theta, rr, r\theta, \theta\theta)$ 方向について、次のように表すことにする。

$$l_{\bullet\bullet} = \alpha_{\bullet\bullet} k^{3/2} \cdot \varepsilon^{-1} \quad (14)$$

式(13)中の混合距離の代わりに式(14)の $l_{\bullet\bullet}$ を用いると

$$\nu_{T\bullet\bullet} = \alpha_{\bullet\bullet} C_\mu k^2 \varepsilon^{-1} \quad (15)$$

を得る。 $\alpha_{\bullet\bullet}$ の値は実験結果を再現するように与える。

4.4 数値計算法 基礎方程式(1)~(4), k および ε に関する方程式(7), (8), (9)を差分方程式群に変換して解く。標準的 k - ε モデルでは式(5), (6), 高次表現モデルでは式(6), (10), 改良モデルでは式(11), (12), (15)を用い方程式系を閉じる。差分計算には SMAC 法を用いる。差分スキームとしては空間的には中心差分、時間的には Adams-Bashforth 法を用いる。計算は時間発展型で行われたが、本稿では定常収束解を得るのが目的であり、解の時間依存性については特に議論を行わない。

4.5 壁境界条件 壁境界条件としては、Log-Law として知られている壁法則を用いて境界層をモデル化する。図2に示すように壁に接するコントロールボリューム CV およびそこで定義されている変数 $\bar{u}_p$, $\bar{w}_p$, k_p , ε_p を考える。本論文では直円管内旋回流を扱うため壁面は管軸に平行であり、したがって管径方向流速 $\bar{v}$ については壁法則を用いる必要がないこと、および SMAC 法ではスタガードメッシュを用いているために、 $\bar{w}$, k , ε はコントロールボリュームの中央に

において、 $\bar{u}$ はコントロールボリュームの左右の壁面、 $\bar{v}$ は上下の壁面において定義されていることに注意する。この時 $\bar{u}_p$ が壁から受けるせん断応力 τ_u は次のようにして求められる。

$$\tau_u = \kappa C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} \bar{u}_p / \ln(Ey^+) \quad (16)$$

ここに y^+ は壁からの無次元距離であり、

$$y^+ \equiv C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} \delta / \nu$$

で与えられる。 k_{pe} は u_p が定義されている点における k の値で、 k_p および k_e から線形補間して求める。式(16)中の κ はカルマン定数、 E は壁のあらさに関する定数であり本稿ではそれぞれ 0.41, 9.0 を用いている。周方向流速が壁から受ける応力 τ_w も同様にして求められる。また、 k の発生・消滅項 S_k は壁近傍では次の形で与えられる。

$$S_k = \tau (\bar{u}_{pw}^2 + \bar{w}_p^2)^{1/2} / \delta - (C_\mu k^2 / \tau) (\bar{u}_{pw}^2 + \bar{w}_p^2)^{3/2} / \delta \quad (17)$$

$$\tau = \kappa C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} (\bar{u}_{pw}^2 + \bar{w}_p^2)^{1/2} / \ln(Ey^+) \quad (18)$$

式(17)中の $\bar{u}_{pw}$ も式(16)中の k_{pe} と同様に、 $\bar{u}_p$ および $\bar{u}_w$ から線形補間して求める。 ε については、

$$\varepsilon_p = C_\mu^{3/4} k_p^{3/2} / \chi \delta \quad (19)$$

で与える。実際の計算においては、標準 $k-\varepsilon$ モデルおよび高次モデルでは式(16)～(19)をそのまま用いる。改良モデルでは τ_u , τ_w として式(16)の形で与えられる τ_u および τ_w にそれぞれ 0.1 を乗じたものを用いる。

5. 計算結果と考察

本論文では計算対象の旋回流として比較的単純な直円管内旋回流を選び、前章で述べた3種の乱流モデルを用いて数値計算を試みている。なお、数値計算の検証のための基礎的データとして村上らの直円管内旋回流の研究⁽⁵⁾を参考にしている。この実験的研究は作動流体として水に用い、上流部にスワラによって与えた旋回成分が下流にいくに従って減衰していく様子を時間平均的流速分布によって議論したものである。

5.1 解析領域と入口条件 前述の村上らの研究を参考にして、旋回流が十分発達したとされる領域のみを解析対象とする。すなわち、ある断面 S_i における実測値を入口条件とし、そこから下流方向に管径の9

倍の領域について計算を行う。入口条件は $\bar{u}$, $\bar{v}$, w については実測値を、 k および ε については次のように仮定する。

$$k \text{ の条件: } (\lambda/8) C_\mu^{1/2} (\bar{u}^2 + \bar{w}^2) \quad (20)$$

$$\varepsilon \text{ の条件: } C_\mu k^{3/2} / C_\mu^{1/4} \chi \delta \quad (21)$$

式(20)における λ は管摩擦係数で、次式を用いている。

$$\lambda = [2 \log_{10}(Re \lambda^{1/2}) - 0.8]^{-2} \quad (22)$$

出口条件としては自由流出を用いる。

なお、実験値との比較は入口より $7D$ 下流の断面 S_M で行う。また、計算領域の格子数は径方向に20、軸方向に36の等間隔格子である。

5.2 標準 $k-\varepsilon$ モデルによる計算結果 図3に標準 $k-\varepsilon$ モデルによる計算結果と実験値との比較を示す。実験値では軸方向流速 $\bar{u}$ の分布は、遠心力の影響で右上がりの直線に近いという際立った特徴を持っている。しかしながら $k-\varepsilon$ モデルによる計算結果は中央がややくぼんでいるものの、ほとんど平坦である。周方向流速 $\bar{w}$ の分布も実験では中心軸付近では剛体的回転を示す強制渦形、ピーク値から壁近くまでは中心軸からの距離 r のべき乗に比例して減衰する自由渦形を示す。それに対し、計算値は壁付近を除いたほとんどすべての領域で強制渦形の分布を示す。同様な結果が高城⁽⁸⁾, Karasu⁽⁹⁾によっても報告されており、計算値は実験値を再現していない。

5.3 高次表現モデルによる計算結果 図4に高次表現モデルによる計算結果と実験値との比較を示す。このモデルによる計算結果は標準的 $k-\varepsilon$ モデルによる計算結果とほとんど変わりなく、この旋回流に関する限り式(10)における高次部分は本質的な改善を与えないように思われる。

5.4 改良モデルによる計算結果 図5に改良モデルによる計算結果ケース1を、図6に同じくケース2を示す。用いたパラメータの値を表1に示す。ケース1では ν_{rr} には式(11)で与えられる値を用い、他の渦動粘性係数には標準的 $k-\varepsilon$ モデルで与えられる値を用いた。図5(b)よりわかるように、周方向流速分布については強制-自由複合渦が再現されており、定量的一致も満足できるものである。しかしながら、図5(a)より軸方向流速分布についてはなんの改善も見られない。ケース2においては図6(a), (b)の両図からわかるように、軸方向流速分布、周方向流速分布とも実験結果と極めて良好な一致を見せる。しかしながら、表1よりこのケースでは $\alpha_{rr} = 0.01$, つまり ν_{rr} は標準的 $k-\varepsilon$ モデルで予測される値の100分の1の値しか持たないことになる。この理由は次のように説

図2 壁近傍の境界条件

明される。ケース1およびケース2によって得られた流速分布の空間微分値を表2に示す。一方、表中、ケース2における空間微分値は、ケース2における流速分布が実験値とほとんど一致するため実験値における流速分布の空間微分値と等しいと考えてよいであろう。基礎方程式(1)および(2)において流れが定常的であるとき時間微分項は無視できる。径方向流速は常に小さく、また管軸方向に関する流れ場の変化は緩やかであるからこれらも無視できる。したがって式(1)および式(2)は次のように簡略化される。

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r v_{xr} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \quad (23)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial r} = \frac{\bar{w}^2}{r} \quad (24)$$

式(23)の左辺を図7に示す積分路に沿って圧力を積分すると式(23), (24)より

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} \Big|_{\text{WALL}} - \int_r^R \frac{\partial}{\partial x} \frac{\bar{w}^2}{r} dr \\ &\simeq - \int_r^R \frac{\partial}{\partial x} \frac{\bar{w}^2}{r} dr \quad (25) \end{aligned}$$

$\bar{w}$ は下流にいくに従って減衰するから式(25)の右辺は正である。つまり、 $\bar{w}$ の減衰によって生じる正の圧力こう配と、渦動粘性係数および $\bar{u}$ の径方向の分布によって生ずる式(23)の右辺とがつりあっていること

になる。ケース1, およびケース2において周方向流速 w の減衰は同じ程度であるから、両ケースについて $(1/\rho)(\partial \bar{P}/\partial x)$ は同じ程度の大きさである。したがって式(23)の右辺において、 v_{xr} と $\partial \bar{u}/\partial r$ との積はほぼ一定である。表2によると、 $\partial \bar{u}/\partial r$ の値は両ケース間で1~2オーダー異なる。したがって v_{xr} の値も2オーダー程度異なった値を用いなければ実験値を再現できないことがわかる。

ケース2における結果は、 $\alpha_{xx}, \alpha_{xr}, \alpha_{xx}$ について最適パラメータを求めた結果である。 $\alpha_{xx}, \alpha_{xr}, \alpha_{xx}$ の値は数倍程度変化させても流速プロファイルにほとんど影響しないことが確かめられている。これらパラメータの値は、 v_{xx}, v_{xr}, v_{xx} は大きく、 v_{xr}, v_{rr} は小さく、 v_{rr} はさらに小さいとする Beér らの結果とも一致している。

6. ま と め

渦粘性の仮定を用いて k - ε モデルの範囲内で旋回

表1 改良モデルにおけるパラメータ値

	α_{xx}	α_{xr}	α_{xe}	α_{rr}	α_{re}	α_{ee}
Case 1	1.0	1.0	1.0	1.0	0.05	1.0
Case 2	1.0	0.01	1.0	0.1	0.025	1.0

図3 k - ε モデルによる計算結果

図5 改良モデルによる計算結果 (ケース1)

図4 高次モデルによる計算結果

図6 改良モデルによる計算結果 (ケース2)

表 2 流れ場の空間微分係数

	Case 1	Case 2
$\frac{\partial u}{\partial x}$	$O(10^{-2} \sim 10^{-1})$	$O(10^{-2})$
$\frac{\partial u}{\partial r}$	$O(10^{-2} \sim 10^{-1})$	$O(10^{-2})$
$\frac{\partial v}{\partial x}$	$O(10^{-4} \sim 10^{-3})$	$O(10^{-4})$
$\frac{\partial v}{\partial r}$	$O(10^{-2})$	$O(10^{-2})$
$\frac{\partial w}{\partial x}$	$O(10^{-2})$	$O(10^{-2})$
$\frac{\partial w}{\partial r}$	$O(10^{-2})$	$O(10^{-2})$

流の解析を行った。標準的な $k-\varepsilon$ モデルでは旋回流の特徴的な流速分布を再現できないことを示した。その点を改善するために、従来の $k-\varepsilon$ モデルから等方性の仮定を取り去り、渦粘性に異方性を入れるを試み、高次表現モデルおよび改良モデルを導入した。本論文においては、高次表現モデルはよい結果をもたらさなかったが、改良モデルは大きな改善をもたらした。直円管内旋回流については満足できる結果を得た。すなわち、渦粘性に異方性を与えるという試みが有効であることが示された。しかしながらその汎用性およびレイノルズ応力レベルでの比較検討は今後に待たなければならない。

おわりに、本研究遂行にあたり名古屋工業大学長野靖尚教授より有益な示唆をいただいた。また、東京大学生産技術研究所乱流数値シミュレーション研究グループより適切な討論を得た。記して厚く謝意を表す。

討 論

〔質問〕 中山 顕 (静岡大学工学部)

(1) 等方性渦粘性 (Isotropic effective viscosity) の仮定が成立しないスワールを伴う流れ(付1)また二次流れを伴う管内流(付2)に対して Standard $k-\varepsilon$ モデルとレイノルズ応力モデルの折中と言うべき Algebraic stress モデル(付3)が盛んに使われている。著者らが注目している強い旋回流にもこの種の Algebraic stress モデルが適用可能と思われるが、この点についてご見解をお聞かせ願いたい。

(2) $\alpha_{rr}=0.01$ と極めて小さく設定することで $\bar{u}$ -運動量の混合を抑えており、係数を再設定しないかぎりスワールなしまたは小さい場合への適用は難しいと思うが、著者らのモデルの適用範囲についてお教え

図 7 積分路

文 献

- (1) Gupta, A. K., Lilley, D. G. and Syred, N., Swirl Flows, (1984), 71, Abacus Press.
- (2) Khalil, E. E., ASME publication, 79-HT-31.
- (3) Boysan, F., Ayers, W. H. and Swithenbank, J., Trans. Inst. Chem. Eng., 60 (1982), 222.
- (4) Murakami, M. and Kito, O., Bull. JSME, 19-123, (1976), 118.
- (5) Yoon, H. K. and Leley, D. G., Paper AIAA 83-0315, Reno Nevada, 10-13, (1983-1).
- (6) Jackson, J. W. and Lilley, D. G., Paper AIAA 83-1202, Seattle, Washington, 27-29, (1983-6).
- (7) 小川, 渦学, (昭56), 89, 山海堂.
- (8) Karasu, T., Ph. D. Thesis, Imperial College, Univ. of London, Mech. Engg. Dept., HTS/80/9, (1980).
- (9) 松本・高城, 機講論, No. 824-6 (昭57-3), 72.
- (10) Launder, B. E. and Spalding, D. B., Lectures in Mathematical Models of Turbulence, (1972), 71, Academic Press.
- (11) Launder, B. E., Priddn, C. H. and Sharma, B. I., Trans. ASME, J. Fluid Eng., 99 (1977), 231.
- (12) ベア, シガー, 燃焼の空気力学, (昭51), 124, 日本熱エネルギー技術会.
- (13) Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi, E., J. Fluid Mech., 68, part 3 (1975), 537.
- (14) Pope, S. B., J. Fluids Mech., 72, part 2 (1975), 331.
- (15) Lilley, D. C. and Chigier, N. A., Int. J. Heat Mass Transfer, 14 (1971), 573.

願いたい。さらに改良モデルにおいて τ_u および τ_w に 0.1 を乗じる理由についてもご教示願いたい。

〔回答〕 (1) 渦粘性の影響を直接的に見るために、このようなモデルを提案した。ご指摘のストレスモデルについても十分適用可能と考えられ、現に同様の結果も得られていると聞いている。

(2) 本論文において提出したモデルは強い旋回流場に適用することを念頭に考案されたものであり、旋回のない、もしくは旋回の小さい流れ場に適用することは考えていない。強い旋回流場の種々のバリエーション (縮小管・拡大管内旋回流など) にどの程度適用できるかは今後の課題である。 τ_u, τ_w については当初の 0.1 を乗じず式(16)で与えられるものをそのまま

用いた。しかしながら、そのようにして得られた流速分布は u, w とともに壁近傍で著しく下がるので、旋回流場においては壁法則が必ずしも確立していないことを考慮して、0.1 を乗じた。

〔質問〕 高城敏美・平井秀一郎〔大阪大学工学部〕

(1) 旋回流場において、軸方向および周方向運動量の半径方向輸送係数 $\alpha_{rx}, \alpha_{r\theta}$ が著しく小さくなることは興味深い。この値は一般に旋回の強さや旋回速度分布などのちがいににより場所的にも異なるものと考えられるがいかか。

(2) 計算は管径の9倍の範囲で行われているが、さらに下流まで計算されるとケース2においても流速分布に不一致が生じてくることはないか。

(3) 式(25)で $(1/\rho)\partial P/\partial x|_{\text{wall}}$ を $-\int_r^R \partial/\partial x \times (w^2/r)dr$ に比べて省略されているが、これは大きさのオーダーを評価された結果か。

〔回答〕 ご指摘のとおりである。本論文は各方向輸送係数、特にご質問の半径方向輸送係数 $\alpha_{rx}, \alpha_{r\theta}$ の値自身の普遍性を主張するものではない。しかしながら、直管内の十分発達した強い旋回流場においては α_{rx} の値は1よりもかなり小さいであろうとの考えを持っている。 $\alpha_{r\theta}$ は $k-\epsilon$ をモデルから出現したものではないから、この値を1と比較することはできないと思う。各方向輸送係数の普遍性の検討は今後の課題と考えている。

(2) その可能性はある。その場合にはケース2においては1.0とした $\alpha_{r\theta}$ の値を変更する必要性が生じる可能性がある。

(3) $(1/\rho)\partial P/\partial x|_{\text{wall}}$ の項は簡単化のために省略した。式(25)においては右辺第1項および第2項とも負であると考えられ、それらの差として与えられる左辺の値がケース1, 2において同程度の正の量であるとすれば、式(25)以下の議論はそのまま成立する。

〔質問〕 長野靖尚〔名古屋工業大学〕

渦粘性に異方性を考慮する必要性を明確にされたことに敬意を表す。

(1) レイノルズ応力の式(5)で有効粘性係数 $\nu_E (= \nu + \nu_T)$ を用いるのは誤りではないか。これは渦粘性 ν_T にすべきと思う。同様に式(7)~(10)の ν_E もすべて ν_T とすべきではないか。拡散項に分子粘性 ν の影響を考慮するときは、 $\partial\{(\nu + \nu_T/\sigma_k)\partial k/\partial x_i\}/\partial x_i$, $\partial\{(\nu + \nu_T/\sigma_\epsilon)\partial \epsilon/\partial x_i\}/\partial x_i$ となる。

(2) Rodi ら(付4)は旋回噴流で入口の $\bar{v}$ と ϵ に正しい条件を与えれば、最大軸方向速度、最大周速度の流れ方向変化は通常の $k-\epsilon$ モデルで十分計算できるとしている。本研究では、入口条件(特に ϵ)の影響は調べられたか。

(3) 鬼頭の最近の実験によると、式(25)の右辺の $\partial \bar{p}/\partial x|_{\text{wall}}$ は $\partial \bar{p}/\partial x$ よりもかなり大きくなっているがいかか。

〔回答〕 ご指摘のとおり式(5), (9), (10)の ν_E を ν_T に変更し、式(7)の ν_E/σ_k を $\nu_T/\sigma_k + \nu$ に、式(9)の ν_E/σ_ϵ を $\nu_T/\sigma_\epsilon + \nu$ に変更する。本論文においてはレイノルズ数が 10^5 であるため、上記の変更を施しても計算結果にはほとんど影響しないことを付記する。

(2) 本論文においては $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ については実験値を、 ϵ については式(21)を用いて与えた。このようにして与えた ϵ の絶対値、分布形が実験値と一致するかの確認は行っていない。ただし、 ϵ の分布形は変えず、絶対値のみを5倍にした場合について、スタンダード $k-\epsilon$ モデルおよび改良モデルケース2を用いて計算を行い、流速分布がほとんど変化しないことを確認している。

(3) 高城氏への回答(3)を参照されたい。

-
- (付1) 例えば, Hah, B. and Lakshminarayana, B., *AIAA J.* 18-10 (1980), 1196.
 (付2) 例えば, Launder, B. E. and Ying, W. M., *Heat Fluid Flow*, 3-2 (1973), 115.
 (付3) Hanjalic, K. and Launder, B. E., *J. Fluid Mech.*, 52-4 (1972), 609.
 (付4) Leschziner, M. A. and Rodi, W., *AIAA J.*, 22-12 (1984), 1742