脈動流中における二次元狭さく後部の物質伝達*

山 口 隆 平**

Mass Transfer at the Wall of a Narrow Rectangular Stenosed Channel in Pulsating Flow

by Ryuhei YAMAGUCHI

In the present paper the mass transfer of a substance such as oxygen in a pulsating flow through a two dimensional stenosed channel has been studied. In the experiment both local and mean mass transfer at the wall behind the stenosis are measured by an electrochemical method. Measurements are conducted in a Reynolds number 150, Schmidt numbers 1 100 and 1 600 and a non-dimensional pulsating frequency range 1.0-7.0. The mass transfer is numerically estimated by the continuity equation, the vorticity transferred equation and the diffusion equation. The local mass transfer at the region just behind the stenosis is lower than that away from the stenosis, and its pulsating amplitude at the former region is smaller than that at the latter region. From the frequency characteristics of the relative mass transfer, the time when the mass transfer at the region just behind the stenosis decreases is remarkably affected by the pulsating frequency.

Key Words: Fluid Mechanics, Mass Transfer, Physiology, Laminar Flow, Pulsating Flow, Electrochemical Method, Atherosclerosis.

1. 緒 言

前報⁽¹⁾では、定常流中における二次元狭さく後部の物質伝達を、電気化学的方法による実験と数値解析により明らかにした。その結果、狭さく後部の壁上では物質伝達が低下し、このことが血管壁の劣化の一因となることを指摘した⁽²⁾⁽³⁾。一般に、血管内の流れは、平均流に重ね合された脈動流である。したがって、脈動流中における狭さく後部の物質伝達を明らかにする必要がある。

Schneiderman ら⁽⁴⁾は、定常流中における軸対称狭さく後部の物質伝達を数値解析により求めている。Back ら⁽⁵⁾は、脈動流中における軸対称狭さく後部の物質伝達を数値解析により求め、物質伝達と血管壁の劣化について論じている。しかしながら、血液中における酸素などの物質の伝達に対する数値解析では、対象とするシュミット数が非常に大きいことから、その解を精度よく求めることは難しい。このため、このような流れ場の物質伝達を実験的に明らかにする必要がある。

本報では、脈動流中における二次元狭さく後部の物質伝達を対象とする。流れは、直角な狭さく部を通る平均流に重ね合された脈動流とする。このとき、狭さく後部壁上の物質伝達を電気化学的方法により測定し、物質伝達の低下およびその脈動特性を検討する。さらに、差分法により求めた数値解析の結果とこれらの実験結果とを比較検討する。

なお、本実験で測定される物質の伝達とは、流体から壁面(カソード)へのフェリシアンイオン $\text{Fe}(\text{CN})_6^{3-}$ の伝達を意味する。

記 号 の 説 明

無次元量

A: 流量振幅

 α : 式(8)中の係数 Re : レイノルズ数 $= UH/\nu$ Sc : シュミット数 $= \nu/D$ S_{hm1} : 領域 $(0.63 \leq x \leq 2.13)$ の平均シャーウッド数 S_{hm2} : 領域 $(0.63 \leq x \leq 9.65)$ の平均シャーウッド数 S_{hr} : 相対シャーウッド数 $= S_{hm1}/S_{hm2}$ S_{hx} : 局所シャーウッド数

* 昭和61年6月27日 北陸信越支部北陸地方(金沢)講演会において講演、原稿受付 昭和61年1月29日。

** 正員、芝浦工業大学(〒108 東京都港区芝浦3-9-14)。

$t = ft^*$
 $u = u^*/U$
 $v = v^*/U$
 $x = x^*/H$
 x_r : 再付着点
 $y = y^*/H$
 α : 無次元振動数 (ウォーマースリ数)
 $= H\sqrt{\omega/\nu}$
 ζ : 座標変換された y 方向の座標
 η : うず度
 θ : 濃度 $= (C - C_w)/(C_\infty - C_w)$
 ξ : 座標変換された x 方向の座標
 ψ : 流れ関数

有次元量

A_c : cathode の面積 m^2
 C : 媒質の濃度 mol/m^3
 C_w : 物質伝達面 (カソード) 上の濃度 mol/m^3
 C_∞ : 上流無限遠での流体中の濃度 mol/m^3
 D : 拡散係数 m^2/s
 F : ファラデー定数 $96\,500 \text{ c/mol}$
 f : 脈動の振動数 Hz
 G : ゲイン dB
 H : 代表長さ (流路幅) m
 i : 電流 A
 L : 狭さく高さ m
 Q : 脈動流量 m^3/s
 Q_0 : 時間平均流量 m^3/s
 t^* : 時間 s
 U : 代表速度 (平均速度) m/s
 u^* : x 方向速度 m/s
 v^* : y 方向速度 m/s
 x^* : x 方向座標 m
 y^* : y 方向座標 m
 δ : 狭さく部厚さ m
 θ' : 位相角 deg
 ν : 流体の動粘度 m^2/s
 ω : 脈動の角速度 $= 2\pi f \text{ rad/s}$

2. 実験装置および方法

2.1 実験装置 図1に流路概略を示す。供試流路 (流路幅 $H = 4 \text{ mm}$) は、前報と同様である。物質伝達の測定では、電気化学的方法を用いる⁽¹⁾⁽⁶⁾。赤血塩 $\text{K}_3\text{Fe}(\text{CN})_6$ と黄血塩 $\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6$ の等モル溶液 (0.01 mol/L) および支持電解質として水酸化カリウム KOH (1 mol/L) との混合電解液を作動流体として用

いる。本報では脈動流を作るため、供試流路とリザーバ1との間にスプール弁形の流量制御オリフィスを設け、偏心カムによりその開口面積をある動作点を中心に正弦的に変える⁽⁷⁾。また、前報では電解液の通る各槽を一定温度の保温水中に浸したが、この方法は電気的ノイズの影響が大きいことや電解液の漏れ検出が難しい。そこで、本実験では電解液の入ったリザーバ1中にらせん条に巻いた鋼管を浸し、この管内へ一定温度の温水を外部から流すことにより、電解液の温度を制御する。

2.2 電極配置および測定方法 電気回路および測定原理は、前報と同様である。局所および平均シャード数測定用電極の配置を、図2に示す。実験で用いる狭さく比、狭さく部厚さは、それぞれ $L/H = 0.480$, $\delta/H = 0.12$ である。

前報の局所シャード数測定用の電極の場合には、二次元性を保つため厚さ 0.13 mm および 3 mm のニッケル製電極を交互に並べた。この方法は、各電極の絶縁性や電極間の隙間 (0.22 mm) を小さくできないこと、およびその加工や表面研磨が難しい。本報では、 $10 \times 30 \text{ mm}^2$ の電極に円形の局所電極 ($d = 1.0 \text{ mm}$) を埋め込み、さらにその材料としてニッケルよりも加工しやすいプラチナを用いる。この方法によれば、局所電極 (local cathode) とその回りの電極 (cathode) との絶縁部厚さを大幅に小さくできる (0.075 mm)。その詳細を、図2(a)に示す。計9個の local cathode を狭さく後部に配置している。測定では、狭さく後部の全電極に電圧をかけながら、各局所電極を通る電流 i_x を、抵抗 R の電圧降下 V から求める⁽¹⁾。

図1 流路概略

ここで, A_{cr} は直径 1 mm の local cathode 面積である。

$$S_{hr} = S_{hm_1} / S_{hm_2} \dots\dots\dots (4)$$

本報では、おもにレイノルズ数 $Re=150$, シュミット数 $Sc=1\,000\sim 1\,600$, 無次元振動数 $\alpha=1.0\sim 7.0$ ($f=0.01\sim 0.4$ Hz), 流量振幅 $A=0.30$ を対象とする。対象とする血管部位は、大たい部動脈のような比較的径の大きい動脈である。このような動脈内の平均レイノルズ数 Re は数百, 無次元振動数 α は 3.34 であり⁽³⁾, これらは本報で用いる値と同じ程度である。また、本

3. 数值解析

$$(\alpha^2/2\pi)\partial\eta/\partial t + R_e(\partial\psi/\partial y \cdot \partial\eta/\partial x - \partial\psi/\partial x \cdot \partial\eta/\partial y) = (\partial^2\eta/\partial x^2 + \partial^2\eta/\partial y^2) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$S_c(\alpha^2/2\pi)\partial\theta/\partial t + R_e S_c(\partial\psi/\partial y \cdot \partial\theta/\partial x - \partial\psi/\partial x \cdot \partial\theta/\partial y) = (\partial^2\theta/\partial x^2 + \partial^2\theta/\partial y^2) \dots\dots\dots(7)$$

境界条件を以下のように定める。壁上の流体の速度を零とする。流量 Q は、平均流量 Q_0 に重ね合された脈動流である。そこで、上流無限遠では十分に発達した二次元層流脈動流とする⁽⁷⁾⁽¹⁰⁾。濃度は、上流無限遠で $\theta=1$ 、狭さく後部の物質伝達面 FG 上で $\theta=0$ 、その他の壁はすべて不透過とする。

この流れでは、狭さく近傍、とくに狭さく直前で流れが急変する。濃度分布は、物質伝達面 FG の表面近くでその変化が大きい。とくに、シュミット数が 10^3 のオーダーであるので、濃度境界層厚さが薄くなることを考慮する。そこで、 x, y 軸を前報と同様にそれぞれ指数関数と放物曲線により座標変換する。 x 軸の分割数、格子間隔を前報と同様とする。濃度場に対して、 y 軸の分割数を前報と同じく 50 分割、物質伝達面上の最初の格子間隔を $\Delta y = 0.006$ とする。流れ場に対して

(a) 局所物質伝達測定

(b) 平均物質伝達測定

図 2 電極の配置

図 3 流れ場と座標

は、計算時間短縮のため y 軸を 25 分割、物質伝達面上の最初の格子間隔を $\Delta y = 0.013$ とする。定常流の場合、狭さく後部の流れの再付着点位置に対して、 y 軸分割数の影響を調べたが、25 と 50 分割とではその差異はほとんどなかった。時間分割数を 24 とする。

数値計算では、式(5)～(7)を座標変換した諸式を差分近似し、緩和法により求める。計算で用いる Re 数はおもに 150, Sc 数は 1000 および 1600 である。このことは、運動方程式(6)、とくに拡散方程式(7)の対流項が拡散項に比べて極めて大きくなることを意味する。そこで、下記の方法を用いる。式(6)、(7)の未知数 η, θ を、 f で示せば⁽¹¹⁾⁽¹²⁾,

$$\begin{aligned} T_B(f^{n+1}) + C_U(f^{n+1}) - D_C(f^{n+1}) \\ = a\{T_B(f^n) - T_C(f^n) + C_U(f^n) - C_C(f^n)\} \\ \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここで、 T : 時間微分項、 C : 対流項および D : 拡散項である。添字、 B : 後退差分近似、 U : 上流差分近似、および C : 中心差分近似を意味する。式(8)の係数 a について記す。 $a=0$ のとき対流項、時間微分項はそれぞれ上流差分、後退差分で近似される。 $a=1$ の場合には、この二つの項は中心差分で近似されることを意味する。流れ場に対しては、定常流および脈動流ともに $a=1$ の解が得られた。濃度場に対しては、定常流では $a=0.7$ 、脈動流では $a=0$ のときの解を示す。したがって、脈動流における濃度場(シャーウッド数)は、対流項および時間微分項に対しそれぞれ上流差分および後退差分近似の精度でしか得られなかった。

4. 結果 および 考 察

4.1 定常流中における局所物質伝達 定常流中

図 4 定常流中の局所シャーウッド数

における狭さく後部の局所シャーウッド数 Sh_x を、図 4 に示す。実験値と計算値の Sc 数は、それぞれ 1070, 1000 である。 Sh_x は、狭さくから下流へと増加し、極大値をとる。この位置より下流では緩やかに減少する。 Re 数の大なるほど、 Sh_x の極大値は大きく、その位置は下流にある。この極大値となる位置は、流れの再付着点の若干上流にある。

前報⁽¹⁾では、local cathode の回りの絶縁部のすきま (0.22 mm) を小さくできなかったため、実験値は計算値よりも 20 % 程度大きな値となった。この絶縁部の影響は、以下のように説明される。絶縁部のある場合とない場合との濃度境界層厚さ δ_c の発達する様子を、図 5 に示す。図中の実線は絶縁部のある場合、破線はない場合の δ_c の発達を示す。一般に、局所シャーウッド数 Sh_x は濃度境界層厚さ δ_c に逆比例すると考えられる。したがって、絶縁部厚さが大になれば、測定される局所シャーウッド数の値はより大きくなる。本報では、この絶縁部を大幅に小さくしているため (0.075 mm)、前報の実験値よりも計算値に近づいたと考えられる (2.5 節)。 $Re=150$ の場合、 Sh_x が極大となる位置から下流における実験値と計算値を比較すれば、その誤差は 10 % 程度と推定される。

4.2 脈動流の速度、濃度分布の解析結果 脈動流中における狭さく後部の速度分布の計算結果を、図 6 に示す。流量の増加する時間 $x t^* = -\pi/2 \sim \pi/2$ に、はく離域は拡大し、その再付着点は下流へと移動する。流量の減少する時間 $\omega t^* = \pi/2 \sim 3\pi/2$ では、はく離域は縮小し、その再付着点は上流へと移動する。同流量の時刻 $\omega t^* = 0$ と π における再付着点は、それぞれ $x_r = 3.15$ と 3.80 となり、脈動による時間遅れが生じている。なお、対応する定常流の場合 ($Re=150$)、再付着点は $x_r = 3.46$ である。

上述の脈動流における濃度分布の計算結果を、図 7 に示す。(a)、(b)図は、それぞれ最大、最小流量の時刻における濃度分布である。それぞれの再付着点にお

図 5 濃度境界層厚さ δ_c への絶縁部の影響

ける濃度こう配は、最大流量のほうが最小の場合よりも大きい。

4・3 脈動流における局所物質伝達 無次元振動数 α に対する局所シャーウッド数 S_{hx} の変化を、図 8 に示す。実験条件は、いずれも $Re=143$, $Sc=1140$, $A=0.30$ である。各図において、流れの再付着点付近で S_{hx} は極大値をとり、この位置より下流では徐々に減少するが、上流ではより急速に減少する。脈動により、再付着点上流の S_{hx} は単調に振動するが、下流の S_{hx} の振幅のほうがより大きい。また、振動数の増加とともに、この振幅は小さくなる。

(a) $\omega t^* = 0$

(b) $\omega t^* = \pi/2$

(c) $\omega t^* = \pi$

(d) $\omega t^* = 3\pi/2$

図 6 脈動流中の速度分布

$\alpha=1.11$ ($f=0.01$ Hz) の結果を、(a) 図に示す。流量最大の時刻 $\omega t^* = \pi/2$ のとき、 S_{hx} の極大値は最大となり、その位置は最下流となる。流量最小の時刻 $\omega t^* = 3\pi/2$ で、極大値は最小、その位置は最上流にくる。同流量の時刻 $\omega t^* = 0, \pi$ のときの結果は、ほぼ一致している。したがって、 $\alpha=1.11$ の S_{hx} は流量に対して単調に変化する準定常とみなされる。

$\alpha=3.50$ ($f=0.1$ Hz) の結果を、(b) 図に示す。時刻 $\omega t^* = \pi/2, 3\pi/2$ のとき、 S_{hx} の極大値はそれぞれ最大、最小となる。この傾向は、 $\alpha=1.11$ の場合と同様である。しかしながら、同流量の時刻 $\omega t^* = 0, \pi$ のとき、 S_{hx} が極大となる位置は異なり、この振動数ではもはや準定常とみなせない。

$\alpha=6.99$ ($f=0.4$ Hz) の結果を、(c) 図に示す。振動数が高くなると、時間変化による各位置での S_{hx} の変動は小さく、またその位置の変動も小さくなる。さらに、時刻 $\omega t^* = \pi$ のとき、 S_{hx} の極大値は最大となり、 $\omega t^* = \pi/2$ のとき最小となる。したがって、脈動振動数が高くなると、その位相は大きく異なる。

計算値を(b)図にのみ併記する。各時刻の局所シャーウッド数の変化は、実験値によく一致しているが、極大値は 15% 程度小さい。この原因は、式(8)の係数 $a=0$ にある。言い換えると、拡散方程式の対流項、時間微分項をそれぞれ上流差分、後退差分の精度でしか近似できなかったためと考えられる。前報⁽¹⁾の付図 3 に示すように、このことは $a=0$ の極大値のほうが、 $a=0.7$ の場合よりも 10% 程度小さいことから推察される。

(a) $\omega t^* = \pi/2$

(b) $\omega t^* = 3\pi/2$

図 7 脈動流中の濃度分布

(a) $\alpha = 1.11$ (b) $\alpha = 3.50$ (c) $\alpha = 6.99$

図 8 脈動流中の局所シャーウッド数

4・4 脈動流中の平均、相対物質伝達 上述のように、狭さく直後では物質伝達が低下する。そこで、物質伝達を局所的ではなく、狭さく直後の領域とより下流までを含めた領域における平均値 S_{hm1} , S_{hm2} , および相対シャーウッド数 S_{hr} で考える。この変動の様子を、図 9 に示す。対応する定常流の相対シャーウッド数は $S_{hr} \approx 0.90$ である。準定常脈動流の場合、 S_{hr} は $\omega t^* = \pi/2$ のとき最小、 $\omega t^* = 3\pi/2$ のとき最大となる。図に示す脈動流では、 $\omega t^* = 0.90\pi$ で最小となり、脈動により位相が遅れていくことが示される。計算値 S_{hm1} , S_{hm2} および S_{hr} は、実験値によく一致しているが、実験値よりも 10% 程度小さい。これは、前節でも述べたように、拡散方程式の近似精度が低いことによると考えられる。

脈動の角速度に対する相対シャーウッド数 S_{hr} の周波数特性（実験値）を、図 10 に示す。ゲイン G は、最大、最小流量に相当する準定常流の相対シャーウッド数の差を基準として定める。位相 θ は、準定常流で S_{hr} が最小となる時刻 ($\omega t^* = \pi/2$) を基準として、

図 9 脈動流中の平均、相対シャーウッド数

図 10 相対シャーウッド数の周波数特性

S_{hr} が最小となる時刻との差と定める。

$$G = 20 \log_{10} \frac{S_{hr|_{\max}} - S_{hr|_{\min}}}{S_{hr(st)|_{\max}} - S_{hr(st)|_{\min}}} \quad (9)$$

$$\theta' = 90^\circ - \theta' \{S_{hr|_{\min}}\} \quad (10)$$

脈動の角速度 ω が大きくなると、ゲイン G は急速に減少し、位相 θ' は大きく遅れていく。例えば、 $\omega = 0.63 \text{ rad/s}$ ($\alpha = 3.50$) の場合、ゲイン $G = -3.7 \text{ dB}$ 、その位相遅れは $\theta = -72^\circ$ となる。このように、脈動の振動数が大きくなると、狭さく直後の物質伝達の振幅は小さく、位相は遅れていくことが示される。このことは、物質伝達の低下の顕著となる時刻が、脈動振動数により影響を受けることを示唆している。

5. 結 論

本報では、脈動流中における二次元狭さく後部の物質伝達を、電気化学的方法および数値解析により検討した。とくに、物質伝達への脈動流の影響を明らかにした。

(1) 脈動流中の局所物質伝達率は、狭さく直後では小さく、その振幅はより下流のそれよりも小さい。また、局所物質伝達率が極大となる位置は、振動数が大きくなると定常流とは隔たり、 $\alpha = 3.50$ ではもはや準定常とはみなせない。

(2) 相対物質伝達率の周波数特性は、脈動振動数が大きくなるとその振幅は減少し、相対物質伝達率が極小となる時刻は遅れていく。このことは、物質伝達

の低下の顕著となる時刻が、脈動振動数により影響を受けることを示唆している。

(3) 本報の電気化学的方法による測定では、電極間の絶縁部厚さを 0.075 mm と小さくできたことにより、その精度を前報の半分程度の誤差 (10%) にすることができた。

(4) 数値計算による結果は実験値とよく一致するが、脈動流の局所、平均物質伝達率は 15% 程度小さくなる。これは、レイノルズ数、シュミット数が大きいために、中心差分の精度で近似できなかったためである。

文 献

- (1) 山口, 機論, 51-467, B (昭 60), 2358.
- (2) Lighthill, M. J., *J. Fluid Mech.*, 52-3 (1972), 475.
- (3) Caro, C. G., ほか 2 名, *Proc. R. Soc., Ser. B*, 177 (1971), 109.
- (4) Schneiderman, G., ほか 2 名, *J. Bio.*, 12-11 (1979), 869.
- (5) Back, L. H., ほか 2 名, *J. Bio.*, 10-11 (1977), 763.
- (6) Mizushima, T., *Advances in Heat Transfer*, 7 (1971), 87, Academic Press.
- (7) 山口・高橋, 機論, 52-476, B (昭 60), 1685.
- (8) McDonald, D. A., *J. Physiol.*, 127 (1955), 533.
- (9) 堀・ほか 4 名, 機論, 46-409, B (昭 55), 1854.
- (10) Siegel, R. and Perlmutter, M., *Trans. ASME, Ser. C*, 84-2 (1962), 111.
- (11) 大宮司・佐々木, 機論, 47-423, B (昭 56), 2111.
- (12) Dennis, S. C. R. and Cheng, G. Z., *Phys. Fluid, Suppl. II*, (1969), 88.

討 論

付図 1 局所シャーウッド数と壁面せん断応力分布の比較

〔質問〕 武藤 高義〔岐阜大学工学部〕

狭さく後の流れが、一般に、うずによって特徴づけられることから、脈動流におけるその挙動（時間推移に伴ってのうずの生成、移動、崩壊など）は興味ある現象と思われる。このようなうずの挙動と物質伝達との関連について、もし、実験または計算結果にもとづく知見があればご教示願いたい。

〔回答〕 ご指摘のように、流れ場と物質伝達とは密接に関連している。

数値解析により求めた定常流の局所シャーウッド数と無次元壁面せん断応力 τ_w の分布の一例を、付図 1

付図 2 狭さく後部のうず域と局所シャーウッド数の最大位置 x の時間変化

に示す。計算では、狭さくの影響のない十分上流下方壁上の無次元せん断応力 τ_w を -6.0 としている。局所シャーウッド数が最大となる位置 ($x=3.20$) は、流れの再付着点 ($x_r=3.46$) の若干上流にあり、壁面せん断応力の極大となる位置 ($x=2.27$) とは一致しない。壁面せん断応力が極大となる壁面を通る流体は、すでに物質伝達面の影響を受けているため、その濃度は狭さくの十分上流の流体濃度より小さくなる。他方、再付着点に流入する流体濃度は、十分上流の流体濃度に近いと考えられる。したがって、再付着点近傍における物質伝達率は、壁面せん断応力の極大点付近におけるそれよりも大きくなると考えられる。

脈動流の場合、数値解析により求めた狭さく後方の渦域の時間変化を、付図 2 に示す。付図 2 中に、各時刻で局所シャーウッド数 Sh_x が最大となる位置 x も併記する。付図 1 の定常流の結果から推察されるように、 Sh_x が最大となる位置は流れの再付着点の近傍にあり、壁面せん断応力が極大となる点よりも下流に位置している。

なお、現在狭さく後部の壁面せん断応力分布を、同手法により測定している。その結果については次報にて報告したい。