管軸上の流速測定値を利用した非定常流量の実時間測定法*

趙 彤**, 北川 能***, 竹中俊夫***

A Real Time Measuring Method of Unsteady Flow Rate Employing a Centerline Velocity in a Circular Tube

by Tong ZHAO, Ato KITAGAWA, and Toshio TAKENAKA

This paper presents a new real time measuring method of unsteady flow rate employing a centerline velocity in a circular tube. Transfer functions which relate variables in axially symmetrical laminar flow can be obtained by mathematical analysis. We applied an approximate function of transfer function between the centerline velocity and the mean flow velocity to the measurement of unsteady flow rate. An analog electronic circuit whose transfer characteristic is equivalent to the approximate transfer function can be made easily, since it is composed of a proportional element, two first order lag elements and an element based on the second order lag element. The real time measurement of unsteady flow rate can be realized with the analog electronic circuit by inputting a measured signal of the centerline velocity to it. The validity of this method is clarified experimentally by comparing it with another measuring method whose validity has been confirmed.

Key Words: Flow Measurement, Unsteady Laminar Flow, Flow Rate, Real Time Measurement, Laser Doppler Anemometer

1. 緒 言

管内非定常流量の測定法の開発は、工業上の重要な課題の一つであるだけでなく、多くの基礎技術の向上に深くかかわる問題である。管内非定常流量を簡単かつ正確に測定することは、現在においてもそれほど容易ではないためである。一方、管路断面上のある一点における流速の測定機器には、動特性の優れたものあるいは構造の簡単なものがある⁽¹⁾。例えばレーザ流速計や熱線流速計は動特性の優れた流速計である。また、構造の簡単なものとして、ピトー管による測定が可能な場合もある。

管内流れが層流ならば、管内にある断面を通過する非定常流量とその断面上の一点の非定常流速の関係を求めることができる⁽²⁾。したがって、この関係を利用すれば、前述のような測定機器によって測定した非定常流速をもとにして非定常流量を求めることができる。内山ら⁽³⁾が示した円管内流速分布推定フィルタを用いる方法や、中野ら⁽⁴⁾⁽⁵⁾が示した畳み込み積分法は、

いずれも管軸上の非定常流速の測定値をもとにして管内非定常流量をデジタル演算によって求める方法である。

著者らは別報⁽²⁾において、上記のような非定常流量の間接測定を目的として、管内非定常層流における非定常諸変量間の伝達関数を導出し、間接測定に利用しやすい形式の近似伝達関数を示した。そして、その近似伝達関数を用いた非定常変量の高速デジタル変換演算法を明らかにするとともに⁽⁶⁾、管内差圧の測定値を利用した非定常流量の実時間測定法を明らかにした⁽⁷⁾。

本研究は、管軸上の一点の流速を入力としそれと同一断面上の平均流速すなわち非定常流量を出力とする伝達関数の近似伝達関数を用いた非定常流量の実時間測定法を提案し、その有効性を実験によって明らかにする。すなわち、近似伝達関数と同一の特性を有するアナログ電子回路を用いた実時間アナログ変換によって、非定常流量の測定が正確かつ簡単に実時間で行えることを示す。

記 号

a: 音速

D: 管路の直径

* 昭和61年6月21日 東北支部秋田地方講演会において講演, 原稿受付 昭和60年12月24日。

** 正員, 東京工業大学大学院 (〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。

*** 正員, 東京工業大学工学部。

G_2 : 管軸上の流速を入力とし, 平均流速を出力とする伝達関数

g : 重力の加速度

H : 圧力水頭

$\bar{H}_x$: 圧力こう配 $= -\Delta H/\Delta x$

J_0, J_2 : 第一種 Bessel 関数

j : 虚数単位 $= \sqrt{-1}$

L : 管路の長さ

Q : 流量 $= V \cdot \pi D^2/4$

r : 半径方向の座標

r_0 : 管路の半径

$r^* = r/r_0$

s : ラプラス変数

$s^* = sr_0^2/\nu$

t : 時間

Δt : デジタル変換演算におけるサンプリング時間間隔

u : 管路断面上の任意点の流速

u_0 : 管軸上の流速 (中心流速)

$u^* = u/(gr_0^2/\nu)$

V : 管路断面上の平均流速

$V^* = V/(gr_0^2/\nu)$

V_{init} : 初期流速

V_∞ : 最終流速

x : 管軸方向の座標

x^* : 管路の上流端から変換演算の対象となる地点までの距離と L の比

Δx : 差圧をとる距離

ν : 動粘性係数

添字など

$\sim$: ラプラス変換された量

$\sim$: 近似表示式

$*$: 無次元量

in: 入力変数

out: 出力変数

2. 近似伝達関数による変換

2.1 近似伝達関数 著者らは別報⁽²⁾で, 管内流れに関する非定常変数として, ある管路断面上における任意点の流速, それと同一断面上の平均流速および圧力こう配の三つを取り上げ, それらの間の六つの伝達関数を示し, 同時にそれら伝達関数の近似伝達関数を導出した。本研究が対象とするのは, この六つの伝達関数のうち, 管路断面上の任意点の流速を入力とし, それと同一断面上の平均流速すなわち非定常流量を出力とする伝達関数である。これは次式で表される。

$$G_2(r^*, s^*) = \frac{\bar{V}^*(s^*)}{\bar{u}^*(r^*, s^*)} = \frac{J_2(j\sqrt{s^*})}{J_0(j\sqrt{s^*}r^*) - J_0(j\sqrt{s^*})} \dots\dots\dots (1)$$

管軸上 ($r^*=0$) を考えれば, 式(1)の近似式すなわち近似伝達関数は次のように表される。

$$\bar{G}_2(0, s^*) = A_2 + \sum_{i=1}^2 \left(\frac{m_{2i}}{s^* + n_{2i}} \right) + \frac{K_{c2}s^* + K_{a2}}{s^{*2} + 2\zeta_2\omega_{n2}s^* + \omega_{n2}^2} \dots\dots\dots (2)$$

ただし, $A_2=0.99$ であり, 他の各定数は表 1 に示してある。この近似伝達関数の表現形式は, もとの伝達関数に比べて非常にわかりやすく簡単であるが, 広い周波数領域で良好な近似精度を有している⁽²⁾。

2.2 高速デジタル変換演算 伝達関数のステップ応答を重み関数とする畳み込み積分によって, 入力とする変数から出力とする変数を計算することができる。本研究では, このような計算を変換演算と呼んでいる。そして, 伝達関数が式(2)のような形式で近似表示されていれば, 管軸上の流速から非定常流量を求めるデジタル演算は式(3)~(5)によって高速で行うことができる⁽⁶⁾。

$$Q(t+\Delta t) = [A_2 u_0(t+\Delta t) + \sum_{i=1}^2 m'_{2i} y_i(t+\Delta t) + K'_{c2} y_c(t+\Delta t) + K'_{s2} y_s(t+\Delta t)] (\pi r_0^2) \dots\dots\dots (3)$$

$$y_i(t+\Delta t) = e^{-n_{2i}\Delta\tau} y_i(t) + e^{-n_{2i}(\Delta\tau/2)} [u_0(t+\Delta t) - u_0(t)] \dots\dots\dots (4)$$

$$\begin{bmatrix} y_c(t+\Delta t) \\ y_s(t+\Delta t) \end{bmatrix} = e^{-\zeta_2\omega_{n2}\Delta\tau} \begin{bmatrix} \cos(I_2\Delta\tau) & -\sin(I_2\Delta\tau) \\ \sin(I_2\Delta\tau) & \cos(I_2\Delta\tau) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_c(t) \\ y_s(t) \end{bmatrix} + e^{-\zeta_2\omega_{n2}(\Delta\tau/2)} [u_0(t+\Delta t) - u_0(t)] \begin{bmatrix} \cos(I_2\frac{\Delta\tau}{2}) \\ \sin(I_2\frac{\Delta\tau}{2}) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

ただし,

$$A'_2 = A_2 + \sum_{i=1}^2 \left(\frac{m_{2i}}{n_{2i}} \right) + \frac{K_{a2}}{\omega_{n2}^2},$$

$$I_2 = \omega_{n2} \sqrt{1 - \zeta_2^2}, \quad \Delta\tau = \Delta t \nu / r_0^2,$$

$$m'_{2i} = -m_{2i}/n_{2i}, \quad K'_{c2} = -K_{a2}/\omega_{n2}^2,$$

$$K'_{s2} = (K'_{a2} - \zeta_2 \omega_{n2} K'_{c2}) I_2,$$

$$K'_{a2} = K_{c2} - (2\zeta_2 K_{a2} / \omega_{n2})$$

2.3 実時間アナログ変換 対象とする伝達関数と同一の特性を有するアナログ電子回路を作ることができれば、非定常変数の変換はより容易となる。すなわち、入力となる変数の測定値をそのまま電気信号の形でこの電子回路に入力することにより、出力となる変数を実時間で得ることができる。本研究では、このような操作を実時間アナログ変換とよんでいる。

式(1)に示した伝達関数は Bessel 関数を含んだ複雑な形をしているが、式(2)に示した近似伝達関数は極めて簡単な形式をしており、これと同一の特性を有するアナログ電子回路は容易に作ることができる。図1は、式(2)の近似伝達関数と同一の特性を有する電子回路であり、これに管軸上の流速の測定値を電気信号の形で入力することにより、同一断面上の非定常流量を電気信号の形で実時間に得ることができる。この回路は、比例要素、一次遅れ要素、二次遅れ要素、加算器、減算器から成っており、はん用の OP アンプ ($\mu A 741$) を 9 個使用している。

本研究では、図1に示したアナログ電子回路を用い

表 1 近似伝達関数 $\bar{G}_2(0, s^*)$ の定数

n_{21}	n_{22}	m_{21}	m_{22}
148.724 340	2 439.003 3	-27.079 510	-113.846 57
ζ_2	ω_{n2}	K_{c2}	K_{a2}
0.864 440 4	52.044 138	-0.010 915	-721.404 46

図 1 管軸上の流速を流量に変換する電子回路

た実時間アナログ変換によって得られる非定常流量の測定結果について検討を加えるが、それには他の方法で測定した値との比較が必要となる。しかし、現状ではそのための適当な非定常流量計がないので、ここでは著者らが別報⁽⁷⁾でその有効性を明らかにした管内差圧の測定値を利用した非定常流量の実時間測定法を用いる。これは、圧力こう配を非定常流量に変換するアナログ電子回路に、管軸方向の 2 点間の差圧測定値を入力することにより、2 点のちょうど中間点の非定常流量を得る方法である。この場合のアナログ電子回路を図2に再掲する。

3. 実験装置および測定回路

実験装置および測定回路を図3に示す。実験管路に

図 2 差圧を流量に変換する電子回路

図 3 実験装置および測定回路

表 2 実験条件

	Fig.5	Fig.6	Fig.7	Fig.8	Fig.9	Fig.10	Fig.11	Fig.12
pipe model	Model B	Model B	Model B	Model B	Model B	Model B	Model A	Model B
L (m)	50	12	50	50	50	12	12	12
D (m)	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
v (m/s)	0.000 019	0.000 017	0.000 019	0.000 019	0.000 019	0.000 017	0.000 017	0.000 017
α (m/s)	1 250	740	1 250	1 250	1 250	740	740	740
V_{init} (m/s)	0.134	0.477	0	0.113	0.165	0.429	0.587	0.572
V_{∞} (m/s)	0	0	0.637	0	0	0	0	0
Δx (m)	2	2	2	2	2	2	2	2
x^*	49/50	11/12	49/50	49/50	49/50	11/12	1/12	11/12

図 4 管路モデル

は、内径 10 mm、全長 50 m の銅管および内径 10 mm、全長 12 m のアクリル管の 2 種類がある。管路の両端は空気で加圧されたタンクに接続されており、タンク加圧量の大小関係を変えることにより、実験管路は図 4 に示すモデル A あるいはモデル B のいずれにもなる。使用流体は、粘度グレードの低い油圧作動油 (ISO VG 12) であり、実験時の油温はほぼ一定に保っている。管路内の音速は、銅管の場合 1 250 m/s、アクリル管の場合 740 m/s である。

過渡現象は管路端の弁を開閉することによって発生させる。管軸上の流速の測定点は、弁を設置した管路端の反対側の管路端から 1 m の地点であり、レーザ流速計で測定する。本研究では、管軸上の流速を変換して得られる非定常流量の正確度を調べるために、管内差圧を変換して得られる非定常流量との比較を行うが、そのための圧力測定点は管路端から 2 m の地点である。この場合、タンク圧を一定と見なせば、この圧力測定値は差圧と考えることができ、これを変換すれば管路端から 1 m の地点の非定常流量が得られる。

管軸上の流速測定値および差圧測定値は、それぞれ二つの変換経路を通して非定常流量に変換される。その一つは、実時間アナログ変換の経路である。この経路では、両測定値は図 1 あるいは図 2 に示したアナログ電子回路によって非定常流量に実時間で変換され、A/D 変換器を通してコンピュータに取り込まれると同時に記録される。もう一つは、高速デジタル変換

図 5 高速デジタル変換演算による非定常流量の測定結果
(Model B, 弁急閉止, $x^*=49/50$)

図 6 高速デジタル変換演算および実時間アナログ変換による非定常流量の測定結果
(Model B, 弁開閉, $x^*=11/12$)

演算の経路である。この経路では、両測定値は A/D 変換器 (サンプリング周波数 1 kHz) を通ってコンピュータに取り込まれた後、式 (3)~(5) あるいは別報⁷⁾ に示した各式を用いた高速デジタル変換演算プログラムによって非定常流量に変換され、記録される。

4. 実験結果および考察

4.1 高速デジタル変換演算による測定結果

図5は、高速デジタル変換演算による非定常流量の測定結果の一例である。実験管路はモデルBの銅管であり、弁を急閉止した場合の過渡現象の測定結果である。実験および演算に用いた数値は表2に示してある。 u_{0in} (input 1)はレーザ流速計による管軸上の流速の測定値であり、 Q_{out} (output 1)は式(3)~(5)を用いた高速デジタル変換演算によって u_{0in} (input 1)から算出された非定常流量である。 $\bar{H}_{zin}$ (input 2)は圧力測定値を圧力こう配の形で表示したものであり、これを別報⁽⁷⁾に示した高速デジタル変換演算式で非定常

流量に変換したものが Q_{out} (output 2)である。入力データの異なる二通りの高速デジタル変換演算によって算出された非定常流量は良く一致しており、本研究で示した変換演算式が妥当なものであることがわかる。なお、管軸上の流速の測定値にある微細なひげ状の突起は、レーザ流速計を用いた測定値によく見られる特有のノイズである。

4.2 実時間アナログ変換による測定結果

図6は、実時間アナログ変換と高速デジタル変換演算の比較を行った測定結果の一例である。実験管路はモデルBの亚克力管であり、弁の開閉を不規則に繰返した場合のものである。 u_{0in} はレーザ流速計による管軸上の流速測定値であり、 Q_{out} (Analog)および Q_{out} (Digital)は、それぞれ図1に示したアナログ電子回路を使用した実時間アナログ変換および高速デジタル変換演算によって得られた非定常流量である。二通りの変換経路を通して得られた値は良く一致しており、図1のアナログ電子回路を用いた実時間アナログ変換によって高速デジタル変換演算によるものと同じ流量測定値が得られることがわかる。

図7~12に、実時間アナログ変換による非定常流量の測定結果を幾つか示す。図7~12には、管軸上の

図7 実時間アナログ変換による非定常流量の測定結果 (Model B, 弁急開放, $x^*=49/50$)

図8 実時間アナログ変換による非定常流量の測定結果 (Model B, 弁閉止, $x^*=49/50$)

図9 実時間アナログ変換による非定常流量の測定結果 (Model B, 弁急閉止, $x^*=49/50$)

図10 実時間アナログ変換による非定常流量の測定結果 (Model B, 弁閉止, $x^*=11/12$)

図11 実時間アナログ変換による非定常流量の測定結果 (Model A, 弁開閉, $x^*=1/12$)

図 12 実時間アナログ変換による非定常流量の測定結果
(Model B, 弁閉, $x^* = 11/12$)

流速を実時間アナログ変換して得られる非定常流量のほかに、別報⁽⁷⁾でその有効性を明らかにした管内差圧の実時間アナログ変換法によって得られる非定常流量も示してある。実験管路は、図 7～9 は銅管であり、図 10～12 はアクリル管である。

モデル B の管路において、弁を開放した場合を図 7 に、弁を不規則に開閉した場合を図 8 に、弁を閉止した場合を図 9 に示す。二通りの実時間アナログ変換によって得られる非定常流量はいずれも良く一致している。図 9 においては、弁のすぐ下流側で液柱分離が発生しているため、流量変動波形は先端に突起のある特異な形をしているが、流量測定点は弁と反対側の管路端にあるので測定点近傍の流れは層流状態を保っていると考えることができ、管軸上の流速から得られた値は差圧から得られた値と良く一致している。

アクリル管を用いた実験で、弁を閉止した場合を図 10 に、弁を開閉した場合を図 11 および図 12 に示す。この場合は管路長が銅管に比べて短く、図 10 では弁の操作も少しゆるやかに行なったため、弁急閉止とはなっていない。そのため図 10 の変動波形は図 8 より滑らかになっている。図 11 はモデル A、図 12 はモデル B において、弁を不規則に開閉した場合のものであるが、二通りの実時間アナログ変換によって得られた非定常流量は極めて良く一致している。例えば、図 11 において、弁開閉の第 3 周期めでは弁の閉止をかなりゆっくりと行っているため各測定値の変動幅は小さくなっているが、このような場合においても二通りの

方法で求めた流量測定値は良く一致している。

以上のように、本研究で提案した手法による流量測定値は、種々の状況下において、別報⁽⁷⁾ですでにその有効性が確認された手法による測定値と良く一致しており、本手法が流量測定法として有効な手法であることが確認できる。

5. 結 言

管軸上の流速の測定値を利用した非定常流量の実時間測定法を提案し、その有効性を実験によって確認した。本手法は、管内の一点の流速測定値から同一断面上の非定常流量を簡単なアナログ電子回路を用いて求めるものであり、測定管路内には特別な装置を必要としない。したがって本手法は、非定常流量の一つの計測法として使用できるだけでなく、新たに開発される計測法の有効性を調べる際の比較基準として用いることができる。

文 献

- (1) 日本機械学会編, 流体計測法, 日本機械学会技術資料 (昭 60), 76, 日本機械学会.
- (2) 趙・ほか 3 名, 機論, 51-472, B (昭 60), 4132.
- (3) 内山・ほか 1 名, 計測自動制御学会論文集, 18-7 (昭 57), 653.
- (4) 中野・ほか 2 名, 計測自動制御学会論文集, 20-5 (昭 59), 421.
- (5) 中野・ほか 2 名, 機論, 52-473, B (昭 61), 413.
- (6) 趙, 機論, 51-472, B (昭 60), 4139.
- (7) 趙・ほか 3 名, 機論, 52-480, B (昭 61), 2851.

討 論

〔質問〕 高 橋 浩 爾〔上智大学理工学部〕

アナログ電子回路を利用した簡便な非定常流量計測方法を考案されたことに敬意を表する。

管軸上の流速からデジタル演算により非定常流量を求める方法はすでに中野ら⁽⁴⁾⁽⁵⁾によって考案されているが、それに比べて貴研究の実時間アナログ変換による方法の長所は何か伺いたい。

〔回答〕 管軸上の流速測定値と管路特性を表す重み関数の畳み込み積分によって非定常流量を求める手法は、これをデジタル演算で実現した中野の優れた研究がある。本研究もそれと同じような変換操作を流速測定値に加えようとしているが、本研究を含む一連の研究で著者らが最も主張したいのは、変換操作を行う際に用いる重み関数の近似法とそれを用いた変換操作の簡便さである。すなわち、二つの非定常変量の間の伝達関数を、本一連の研究と同様な手法を用いて、一次遅れ要素と二次遅れ要素の和で近似できれば、非定常変量のデジタル変換演算が非常に高速で行えるだけでなく、最終的にはデジタル演算さえも不要になるということである。そして、アナログ電子回路を用いた実時間アナログ変換を用いれば、デジタル演算を行わないので、デジタル演算に伴う量子化誤差やサンプリング時間間隔の制約という問題は考える必要がなくなる。したがって、本研究に示した手法は、非定常流量の測定だけでなく、より高速な変換処理を必要とする問題に対しても、適用が可能となることも考えられる。

〔質問〕 前 田 昌 信〔慶應義塾大学理工学部〕

応答が速いということでメリットがあるかもしれないが、流量であるし、圧力の測定によっても可能であるとすれば、圧力ピックアップの取付けの工夫によっ

て十分応答性は確保できると思う。わざわざ扱いのめんどろなレーザ流速計を用いて中央の速度を用いる必要性についてお聞かせ願いたい。

実験され、また対象とされている流れがゆっくりしたものであるように思うが、この測定の適用可能範囲はどの程度になるか。速度、レイノルズ数の影響、周波数応答などについてお聞かせいただきたい。

〔回答〕 非定常流量の測定はそれほど容易ではないので、新しい測定法を開発しても、それが有効かどうかを検定することはやはり難しく、さまざまな測定法の特徴を生かして、測定法相互の比較対照を行いながら全体のレベルアップを図る必要がある。

著者らは、管軸方向の差圧の測定値を用いた非定常流量および流速の測定法を以前に提案し、現在はこの原理を用いた実用非定常流量計の開発途上にある。ご指摘のように、レーザ流速計には、高価なことや光を散乱させるための微粒子を流体中に混入しなければならないことなどの面倒な点はあるが、本研究のようにこれを用いると、断面上の一点の流速測定値から非定常流量を求めることができる。したがって、本研究に示した非定常流量の測定法は、上述のような新しく開発される非定常流量計の検定を行う際の比較基準として、非常に便利な方法となる。

次に、本測定法の適用可能範囲であるが、本研究に使用したアナログ電子回路は円管の非定常層流における中心流速と平均流速との伝達特性を電氣的に再現するものなので、適用可能範囲は非定常層流の場合に限られる。ご指摘のように、本実験装置で発生される過渡流れは比較的low周波のものなので、より高周波域の測定についての検討を現在進めており、その結果は次の機会に報告する。