管軸と垂直な軸のまわりに回転する長方形管内の層流強制対流熱伝達* (第1報, 正方形管の場合の数値解析)

小宮山 淑方**, 三上 房男***, 奥井 健一****

Laminar Forced Convection Heat Transfer in Rectangular Ducts Rotating about an Axis Perpendicular to Duct Axis (1st Report, Numerical Analysis in Case of Square Ducts)

Yoshikata KOMIYAMA, Fusao MIKAMI, and Kenichi OKUI

Fully developed steady laminar flow of viscous incompressible fluid in straight square ducts rotating at a constant angular velocity about an axis perpendicular to its axis under thermal conditions of axially uniform wall heat flux and peripherally uniform wall temperature at any axial position is studied. Numerical solutions were obtained for ReR_d numbers from 10 to 10^5 (for Re numbers from 1 to 4200). At low to moderate ReR_d numbers, a double-vortex secondary flow appears under the influence of the Coriolis force. For higher ReR_d numbers, it is found that an additional counter-rotating pair of vortices appeared and disappeared for the range of Re numbers from 10 to 100. Correlation equations for friction factors and Nusselt numbers are obtained from numerical results. The numerical results in regard to the friction factor and Nusselt number are in good agreement with experimental and analytical results by other researchers for circular pipe.

Key Words: Heat Transfer, Laminar Forced Convection, Rotating Duct, Square Duct, Numerical Analysis, Secondary Flow, Additional Vortex, Friction Factor, Nusselt Number

1. ま え が き

直管がその管軸と垂直な軸のまわりに一定角速度で回転するとき, 管内を流れる流体にはコリオリ力が作用する。コリオリ力は主流と直角な方向に作用するので, 管内に二次流れをひきおこし, 静止直管内の流れとは異なり複雑な流れとなる。この二次流れの影響により熱伝達特性の向上が期待できる。このような回転流路は, ガスタービン翼や大形電気機械の冷却等に用いられている。

直円管が管軸と垂直な軸のまわりに回転する場合は, 体積力としてコリオリ力が作用し, 二次流れが生ずる。この問題に関する研究は, 従来, 多数なされている。Barua⁽¹⁾に始まり, 森・中山⁽²⁾, 森ら⁽³⁾そして伊藤・南部⁽⁴⁾により解析と詳細な実験が報告されている。

回転管がく形管の場合については, Hart⁽⁵⁾による実験的研究があり, 速度分布の観測がなされている。また, Wagner-Velkoff⁽⁶⁾は 2×5 in の長方形断面の回転管について軸速度分布を実測し, 渦の存在を間接的に

示している。Lezius-Johnston⁽⁷⁾は, 回転平行板流路内の縦渦の不安定問題につき, 解析と実験を行っている。近年, Speziale⁽⁸⁾および Speziale-Thangam⁽⁹⁾は縦横比2と8および8の長方形断面の回転管内の層流につき差分法により数値解析を行い, 一対の二次流れ渦の発生・消滅のあることを示している。ごく最近, 回転円管内の熱伝達において浮力の影響を考慮した解析が Siegel⁽¹⁰⁾によってなされている。

本問題は体積力としてコリオリ力が作用する場合であるが, 体積力が遠心力あるいは浮力の場合と同様に, 付随渦の発生・消滅があると予想されるのでそれについても詳しく調べることを目的とする。

管軸に垂直な軸のまわりに回転するく形断面の管内の流れ場や温度場を調べるのは工業上重要であると考えられる。そこで, 本研究は, 一定角速度で回転する正方形断面の管内の層流, 非圧縮性, 粘性流れが, 管軸方向に一樣熱流束を受けて, 任意の断面の周囲壁温が一定とする仮定のもとで, 発達域における速度・温度を差分法による数値解析によって求め, コリオリ力の増加につれて一対の二次流れ渦のほかに付随渦の発生・消滅のあることを示し, 流れ場・温度場, さらに管摩擦係数とヌセルト数におよぼすコリオリ力の影響について調べた。特に, 正方形管における管摩擦係数と

* 昭和61年8月26日 北陸信越支部信越地方(長野)講演会において講演, 原稿受付 昭和60年12月11日。

** 正員, 富山工業高等専門学校(〒939 富山市本郷町13)。

*** 正員, 富山大学工学部(〒930 富山市五福3190)。

ヌセルト数の本解析による計算値と、円管の場合の他の研究者による実験データおよび解析値との比較も行いよい一致を得た。さらに、付随渦の発生するパラメータ範囲をも詳しく調べた。

記 号

- A, B : 管断面の幅と高さ ($A=B$)
 D_e : 相当直径 $=2AB/(A+B)$
 f : 管摩擦係数
 M, N : x および y 方向格子分割数
 N_u : ヌセルト数
 n : 内向き法線
 P : 流体圧力
 p^* : 回転による遠心圧力を差し引いた圧力
 $=p-\rho\Omega^2/2$
 p^* : 無次元圧力 $=p^*/(\rho\nu^2/D_e^2)$
 Pr : プラントル数
 Re : レイノルズ数 $=WD_e/\nu$
 R_Ω : 回転レイノルズ数 $=\Omega D_e^2/\nu$
 T : 温度
 U, V, W : X, Y, Z , 方向速度成分
 u, v, w : 無次元速度成分 $=(U, V, W)D_e/\nu$
 X, Y, Z : 座標成分
 x, y, z : 無次元座標成分 $=(X, Y, Z)/D_e$
 α : 熱拡散率
 θ : 無次元温度 $=(T-T_w)/\tau D_e Pr$
 ν : 動粘度
 ρ : 密度
 τ : 壁温こう配 $=\partial T/\partial Z$
 ϕ : 流れ関数
 Ω : 角速度

2. 基礎方程式と数値解

2.1 基礎方程式 管軸と垂直な軸のまわりに一定角速度で回転する正方形断面の直管内の、水力的および温度的に十分発達した領域における定常な層流、非圧縮性、粘性流れを、管軸方向に一様熱流束で加熱される熱的境界条件と任意の軸方向位置における管断面の周囲壁温が一定とする仮定のもとで考える。物性値は一定とする。座標系は図1に示すように、 z 軸を管軸にとり管断面を $x-y$ 平面とする。流れと温度の基礎方程式は整理して無次元形式で表すと次式となる。

二次流れ運動方程式

$$u \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \psi) + v \frac{\partial}{\partial y} (\nabla^2 \psi) = \nabla^4 \psi + 2R_\Omega \frac{\partial w}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (1)$$

軸方向流れ運動方程式

$$\frac{\partial}{\partial x} (uw) + \frac{\partial}{\partial y} (vw) = -\frac{\partial p^*}{\partial z} + \nabla^2 w - 2R_\Omega u \quad \dots\dots\dots (2)$$

エネルギー方程式

$$Pr \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (u\theta) + \frac{\partial}{\partial y} (v\theta) \right\} = \nabla^2 \theta - w \quad \dots\dots\dots (3)$$

境界条件: 壁面にて

$$\phi = \partial\phi/\partial n = w = \theta = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, $\nabla^4 = \partial^4/\partial x^4 + \partial^4/\partial x^2 \partial y^2 + \partial^4/\partial y^4$ であり、 n は内向き法線である。そして、二次流れ速度成分は次式となる。

$$u = \partial\phi/\partial y, \quad v = -\partial\phi/\partial x \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(1)の右辺第2項 $2R_\Omega \partial w/\partial y$ は管軸方向に作用するコリオリ力項であり、二次流れをひき起こす。式(2)の右辺第3項 $-2R_\Omega u$ は管軸方向に作用するコリオリ力項である。

数値計算は一つの準線形4階だ円形偏微分方程式(1)と二つの2階だ円形方程式(2), (3)とを連立して求める。その時、管軸方向圧力こう配 $\partial p^*/\partial z$ と回転レイノルズ数 R_Ω の値を入力データとして与えてから、式(1)~(3)を解く。数値解が得られた時点で軸速度 w の分布が既知となるので、次式によりレイノルズ数 Re を求める。

$$Re = \frac{D_e^2}{AB} \int_{-A/2D_e}^{A/2D_e} \int_{-B/2D_e}^{B/2D_e} w dx dy \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(6)の数値積分にはシンプソン則を用いた。

管摩擦係数とレイノルズ数との積 fRe は主流の速度こう配の値を用いて次式より求める。

$$fRe/fRe_0 = 2(\partial w/\partial n)_w/\bar{w} \quad \dots\dots\dots (7)$$

そして、平均ヌセルト数 N_u と静止管のヌセルト数 N_{u0} との比は、温度こう配によるものと、エネルギーバランスより求めるのと2とおり定義する。

図1 座標系

$$\left. \begin{aligned} (Nu/Nu_0)_1 &= |\partial\theta/\partial n|_w / |\theta b| \\ (Nu/Nu_0)_2 &= \bar{w} / (4|\theta b|) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここに, $\theta b = |\bar{w}\theta|/\bar{w}$ は混合平均温度である.

2.2 数値計算 基礎式(1)~(3)を差分法により解くには, 管断面を x, y 方向にそれぞれ M, N 等分して格子を作り, 三点中央差分公式を用いて差分化し, ADI 法により解く. これは前報⁽¹¹⁾⁽¹²⁾の数値解析法と同様である. それは, 4階方程式(1)については, 管断面の外周に仮想格子点を設けて差分化し, ψ についての境界条件(4)の処理に工夫をし, 五重対角行列形の消去法による ADI 法のアルゴリズムを用いる. この詳細は文献(11)に示す. 2階方程式(2), (3)については通常の三重対角行列形の ADI 法を用いる.

数値計算の入力データとして, 種々の値の $\partial p^*/\partial z$ と Re を与え, 式(1)~(4)の差分式を計算し, ψ, u, v, w, θ の値が反復一回前の値と比較して, その相対誤差が 10^{-4} 以下に達したときを収束値とした.

数値計算は縦横比 $B/A=1$ の正方形断面管について, 回転レイノルズ数 Re は 10 から 200 まで行い, Pr 数は 0.7 とした. 特に, 付随渦の発生限界を調べるため, 多数の Re 値について詳しく計算をした.

また格子分割数が付随渦発生限界や付随渦の大きさ, およびヌセルト数などの精度に及ぼす影響を調べるため, 予備計算として M と N の値を 18~60 で行った. ここで付随渦の発生限界とは例えば, 図 2 に示すように, 一對の大きな二次流れ渦の他に右側壁面の中央部付近に小さな付随渦が出現する. このときを発生限界とし, そのときの Re 数と Re_0 数との積 $ReRe_0$ 値を臨界値とする. 図 2 に $\partial p^*/\partial z = 1.5 \times 10^4$, $Re_0=80$ で M と N の値が 20, 26, 30 についての二次流れ場を示す. 付随渦の発生限界はほとんど変化しない. 図 3 に $\partial p^*/\partial z = -2.2 \times 10^4$, $Re_0=80$ の, 各分割数のときの, 発達した付随渦を示す. 分割数が異なっても渦の

大きさにはほとんど変化はない. しかし, 分割数 40~50 では付随渦が得られなくなり, 60 では収束しない. 分割数 18~30 について, 式(8)により $(Nu/Nu_0)_1$ と $(Nu/Nu_0)_2$ の値を, 異なる二つの方法により求めたので, これより精度が判明する. 分割数が大きいくほど当然精度は向上するが, $M=N=20$ の分割数でも実用上十分な精度があると考えられるので, 以後は $M=N=20$ の分割数で計算を行った. また表 1 に $Re_0=80$ の場合の計算結果の一部を示す. 数値計算は富山大学計算機センターと, 京都大学大型計算機センターの M-382, VP-100 を利用した.

3. 結果と考察

3.1 流れ場と温度場に及ぼすコリオリ力の影響

図 4~6 にそれぞれ $Re_0=20, 80$ および 200 の場合の, 流れ関数 ψ [図(I)], 軸速度 w [図(II)], 温度 θ [図(III)] の等高線の Re 数または $ReRe_0$ 数に対する変化を示す. $ReRe_0$ 数が低い値から増加するときの二次流れパターンの推移をまとめると次のようになる.

(1) $0 < Re_0 \leq 100$ のとき:

- ① 主二次流れ渦のみ発生 (例えば図 4 (I)-(a))
- ② 主二次流れ渦のほかに, 右側壁中央部付近に小さな付随渦が発生 (例えば図 4 (I)-(c))

表 1 $B/A=1.0$, $Re_0=80$, $Pr=0.7$ の各圧力こう配に対する計算結果

$\partial p^*/\partial z$	Re	$ReRe_0$	$fRe/fRe_0(Nu/Nu_0)_1$	$(Nu/Nu_0)_2$	Vortex
-1.0×10^1	0.26	2.497×10^1	1.3551	1.1588	1.1536 2
-1.0×10^4	230.34	1.843×10^4	1.5251	1.6988	1.7259 2
-1.4×10^4	311.32	2.491×10^4	1.5722	1.8074	1.8436 2
-1.45×10^4	321.17	2.569×10^4	1.5778	1.8193	1.8563 (4)
-2.0×10^4	406.20	3.250×10^4	1.7205	2.0761	2.1185 4
-2.2×10^4	439.84	3.519×10^4	1.7510	2.1312	2.1737 4
-2.3×10^4	481.66	3.853×10^4	1.6646	1.9916	2.0352 (4)
-3.0×10^4	607.43	4.859×10^4	1.7186	2.1014	2.1494 2
-3.5×10^4	693.11	5.545×10^4	1.7578	2.1746	2.2222 2

図 2 $B/A=1.0$, $\partial p^*/\partial z = -1.5 \times 10^4$, $Re_0=80$, $Pr=0.7$ の場合の各分割数に対する流線の等高線

図 3 $B/A=1.0$, $\partial p^*/\partial z = -2.2 \times 10^4$, $Re_0=80$, $Pr=0.7$ の場合の各分割数に対する流線の等高線

- ③ 右側壁付近の小さい渦が発達して、大きな付随渦となる〔例えば図4(I)-(d), (e)〕
 ④ 右側壁付近の発達した付随渦が、分離した小さな付随渦となる〔例えば図5(I)-(e)〕
 ⑤ 付随渦が消滅し、一对の主二次流れ渦のみ〔例えば図4(I)-(f)〕

ただし、④の場合は $R_0=10\sim50$ は現れず、 $R_0=80, 100$ の場合に現れる。

(2) $100 < R_0 \leq 200$ のとき：

一对の主二次流れ渦のみ〔例えば図6(I)-(a)~(d)〕

$R_0=20$ の二次流れの流動パターンを図4(I)-(a)~(f)に示す。このとき上述の説明(1)の①, ②, ③および⑤と推移する。図4(I)-(a), (b)是一对の主二次流れ渦である〔説明(1)の①〕。図4(I)-(c)は右側壁中央部付近に付加的二次渦が発生している〔説明②〕。これは遠心力の作用する静止曲り正方形管内の二次流れを可視化した杉山らの実験結果の〔文献

(14)の図4(b)〕と類似の形となっている。また著者ら⁽¹²⁾の浮力を伴う水平正方形管内の二次流れ図2(c)とも類似の形である。図4(I)-(d), (e)は二次流れ渦が発達している〔説明③〕。これは静止曲り正方形管内の二次流れを可視化した秋山ら⁽¹³⁾の図6(b), および杉山ら⁽¹⁴⁾の図4(c)の二次流れと類似の形となっている。また著者らの文献(12)の図2(d), (e)と類似である。本図4(I)-(f)は二次渦が消滅して一对の主二次流れ渦のみとなる〔説明⑤〕。これは杉山ら⁽¹⁴⁾の図4(d)の二次流れと類似の形となっている。また著者らの文献(12)の図2(f)とも類似である。

ここで回転正方形管内の二次流れは、体積力として軸直角方向のコリオリ力が作用することにより生じ、回転レイノルズ数 R_0 とレイノルズ数 Re との積 ReR_0 の増加につれて付随渦の発生・消滅のあることを、上に示した。すなわち遠心力の作用する曲りく形管⁽¹¹⁾⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾、および浮力の作用する真直ぐ正方形管内の流れ⁽¹²⁾において、類似の二次流れの変化のあること

(I) 二次流れ関数 ψ

(II) 軸速度 $w/\bar{w}$, $\Delta(w/\bar{w})=0.3$

(III) 温度 θ/θ_b , $\Delta(\theta/\theta_b)=0.3$

(a) $Re=0.33$, $ReR_0=6.700 \times 10^0$ (b) $Re=1104.7$, $ReR_0=2.209 \times 10^4$ (c) $Re=1114.0$, $ReR_0=2.228 \times 10^4$ (d) $Re=1282.2$, $ReR_0=2.564 \times 10^4$ (e) $Re=1963.6$, $ReR_0=3.927 \times 10^4$ (f) $Re=4210.9$, $ReR_0=8.422 \times 10^4$

図4 回転正方形管内の流線、軸速度、温度の等高線 ($B/A=1.0$, $R_0=20$, $Pr=0.7$)

が示されている。また本問題の回転管の二次流れにおける付随渦の発生は、軸直角方向に作用するコリオリ力と圧力こう配との不釣り合いによると考えられる。

$R_o=80$ の二次流れを図5(I)-(a)~(f)に示す。この場合は上述の説明(1)の①, ②, ③, ④および⑤と推移する。図5(I)-(a), (b)は説明(1)の①にあたり、図5(I)-(c), (d)は付加的二次渦が発生・発達して説明②および③に相当する。図5(I)-(e)は分離した付加的二次渦になり、これが説明④に相当する。図5(I)-(f)では、付随渦が消滅して、説明⑤に相当する。

$R_o=200$ の二次流れを図6(I)-(a)~(e)に示す。これは上述の説明(2)の場合である。すなわち、一対の主二次流れ渦のみと付加的二次渦は発生しない。 $100 < R_o \leq 200$ の範囲で付随渦の発生がないことを確認した。この付随渦の発生のない現象については、回転レイノルズ数 R_o が大になるので、したがって軸方向のコリオリ力が増加することが寄与していると考え

られる。

軸速度 w の等高線は、図4~6(II)に示す。軸方向コリオリ力の影響は R_o 数が大きくて R_e 数の小さいときに現れる。 R_e 数が小さくて R_o も小さい図4(II)-(a)の $R_o=20$ のとき w はほぼ上下左右に対称であるが、 R_e 数が小さくて R_o の大きい図6(II)-(a)の $R_o=200$ のとき、すなわち $R_o/R_e \gg 1$ のとき軸速度は中央部で平坦な分布となる。これは軸方向コリオリ力の影響であると考えられる。 $R_o=20 \sim 80$ の図4, 5(II)-(b), (c)の付随渦発生直前および直後の w の分布は、右側壁面付近の等高線が密になる。これは軸直角コリオリ力の影響であると考えられる。また図4, 5(II)-(d), (e)では右側壁面中央部付近にくびれが生ずる。これは付随渦の存在によるものである。

温度 θ の等高線を図4~6(III)に示す。 $R_o=20 \sim 200$ で R_e 数の小さい場合の図4~6(III)-(a)は、 w の分布と異なりほぼ上下左右対称となる。しかし $R_o=20 \sim 80$ で R_e 数が大となる図4, 5(III)-(b), ~ (d)等

図5 回転正方形管内の流線、軸速度、温度の等高線 ($B/A=1.0$, $R_o=80$, $Pr=0.7$)

図6 回転正方形管内の流線, 軸速度, 温度の等高線 ($B/A=1.0$, $Ra=200$, $Pr=0.7$)

は θ の等高線は w の分布とほぼ同様となる。ところが $Ra=200$ の場合の θ は w の分布とは異なる。これは Ra が大となるので軸方向コリオリ力が w に影響を与えるけれども θ にはあまり影響を与えないと考えられる。

3.2 管摩擦係数 図7に回転管の管摩擦係数を、円管についての他者の実験や解析結果とともに示す。縦軸に回転管の fR_0 と静止管の fR_{00} との比をとり、横軸に ReR_0 をとり、パラメータを回転レイノルズ数 R_0 とする。図7で、 ReR_0 が小なるとき、同一の R_0 について、 R_0 の増加につれて管摩擦係数が増加する。これは軸方向コリオリ力の影響であると考えられる。また、 ReR_0 が大なるとき、同一の R_0 について、 ReR_0 の増加につれて管摩擦係数が増加する。これは軸直角コリオリ力の影響であると考えられる。伊藤・南部⁽⁴⁾の円管についての実験データや解析結果の相関式とよい一致が得られる。また、森⁽³⁾の解析結果との一致もよい。本数値解のデータをもとに、QR分

図7 管摩擦係数比

解法による最小二乗法を用いて、次の管摩擦係数の相関式を求めた。

$$fR_e/fR_{e0} = A_1 K_i^{1/4} (1 + A_2 K_i^{-1/4} + A_3 K_i^{-2/4} + A_4 K_i^{-3/4} + A_5 K_i^{-1} + A_6 K_i^{-5/4}) \dots \dots \dots (9)$$

ここに $K_i = ReR_o$ であり、係数 $A_1 \sim A_6$ の値は表 2 に示す。図 7 より本公式の適用範囲は、 $R_o/R_e \ll 1$ で $2 \times 10^2 \leq ReR_o \leq 4 \times 10^5$ となる。

3.3 ヌセルト数 図 8 に回転管の平均ヌセルト数比を、円管についての他者の解析や実験結果とともに示す。縦軸に回転管の Nu と静止管の Nu_0 との比 Nu/Nu_0 をとり、横軸を ReR_o とし、パラメータを回転レイノルズ数 Re とする。平均ヌセルト数は、式(8)の温度こう配によるのとエネルギーバランスによるヌセルト数値の差異は 2% 以内である。 ReR_o の増加とともにヌセルト数は増加する。これは軸直角コリオリ力の影響は顕著であると考えられる。しかし、 Re の値が変化してもヌセルト数はほとんど変わらない。これは軸方向コリオリ力の温度場に及ぼす影響はごくわずかであるためと考えられる。本数値解をもとに、最小二乗法により、次のヌセルト数比の相関式を求めた。

表 2 管摩擦係数比の相関式の係数

A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
0.14292	-12.720	209.12	-1168.49	3084.4	-2989.5

表 3 ヌセルト数比の相関式の係数

B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
0.19588	-11.289	161.91	-928.80	2559.4	-2569.7

図 8 ヌセルト数比

$$Nu/Nu_0 = B_1 K_i^{1/4} (1 + B_2 K_i^{-1/4} + B_3 K_i^{-2/4} + B_4 K_i^{-3/4} + B_5 K_i^{-1} + B_6 K_i^{-5/4}) \dots \dots \dots (10)$$

ここに、 $K_i = ReR_o$ であり、係数 $B_1 \sim B_6$ の値は表 3 に示す。図 8 より、式(10)の適用範囲は、 $R_o/R_e \ll 1$ で $2 \times 10^2 \leq ReR_o \leq 10^5$ である。

3.4 付随渦の発生限界 3.1 節で述べた二次流れ関数の変化の説明において、①から②への変化を付随渦の発生限界とし、そのときの ReR_o の値を臨界値 $(ReR_o)_{cr1}$ とする。表 4 にこの値を示す。二次流れ渦は③または④から⑤へと変化し付随渦が消滅する。この消滅時の $(ReR_o)_{cr2}$ の値も表 4 に示す。その結果、図 9 に示すように $10 \leq Re \leq 100$ では斜線の領域で②、③または④の流れとなる。これらの二次流れは軸直角コリオリ力と圧力こう配との不釣り合いにより生ずるので不安定流れである。そして①または⑤の流れを安定流れとする。 $100 < Re \leq 200$ では、安定流れのみである。静止曲り長方形管の流れで、付随渦の発生限界は実験と計算の対応ができている⁽¹¹⁾⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾。

表 4 正方形管の付随渦の発生と消滅の限界値

Re	$(ReR_o)_{cr1}$	$(ReR_o)_{cr2}$
	$\times 10^4$	$\times 10^4$
10	2.110	4.388
20	2.230	4.385
30	2.102	3.844
50	2.187	4.049
80	2.569	3.884
100	3.097	3.566

図 9 付随渦の発生限界

4. 結 論

管軸に垂直な軸のまわりに一定角速度で回転し、管軸方向に一様熱流束を受ける、正方形断面の管内の層流、非圧縮性、粘性流れの、発達域における速度・温度を差分法を用いて数値解析を行い、二次流れを調べ、管摩擦係数、ヌセルト数を求めた結果、次の結論を得た。

(1) 正方形管内の流れでは、二次流れ渦は次のように分類できる。

(a) $Re \leq 100$:

① $ReRa$ の小さい領域では一対の主二次流れ渦のみが発生。

② $ReRa$ の大なるとき、主二次流れ渦のほかに、さらに右側壁中央部付近の減速層における流れの不安定性のため付随渦が一対発生。

③ さらに $ReRa$ が増加するとき、付随渦が発達。

④ さらに $ReRa$ が増加するとき、付随渦は消滅し、一対の主二次流れ渦のみとなる。

(b) $100 < Re \leq 200$:

① $ReRa \leq 1.2 \times 10^5$ の範囲にて、付随渦の発生はなく、一対の主二次流れ渦のみである。

(2) 軸直角コリオリ力は軸速度と温度に大きく影響するが、軸方向コリオリ力は軸速度に影響し温度に対してはあまり影響しないと考えられる。

(3) 回転正方形管の管摩擦係数は、同一の Re について、 $ReRa$ の増加(軸直角コリオリ力の影響)によ

り摩擦係数は増加し、 $ReRa$ の小さいとき、 Re の増加(軸方向コリオリ力の影響)により摩擦係数が増加する。ヌセルト数は $ReRa$ の増加につれて(軸直角コリオリ力の影響により)増加する。ヌセルト数に対する軸方向コリオリ力の影響はあまり顕著でない。特に、管摩擦係数とヌセルト数の本数値解は、従来の回転円管の解析や実験結果とよく一致する。また、本数値解をもとにして、管摩擦係数とヌセルト数の相関式を求めた。

(4) 付随渦の発生限界を求めた。

最後に、本計算に助力をいただいた、当時富山大学院生の高辻成次君に深甚の謝意を表す。

文 献

- (1) Barua, S. N., *Proc. R. Soc., Ser. A*, **227** (1954), 133.
- (2) 森・中山, 機論, **33**-254 (昭42), 1669.
- (3) 森・中山・深田, 機論, **36**-286 (昭45), 982.
- (4) 伊藤・南部, 東北大学速研報告, **32**-318 (昭48), 1.
- (5) Hart, J. E., *J. Fluid Mech.*, **45** (1971), 341.
- (6) Wagner, R. E. and Velkoff, H. R., *Trans. ASME, J. Eng. Power*, **94** (1972), 261.
- (7) Lezius, D. K. and Johnston, J. P., *J. Fluid Mech.*, **77** (1976), 153.
- (8) Speziale, C. G., *J. Fluid Mech.*, **122** (1982), 251.
- (9) Speziale, C. G. and Thangam, S., *J. Fluid Mech.*, **130** (1983), 377.
- (10) Siegel, R., *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **107** (1985), 338.
- (11) 小宮山・ほか3名, 機論, **50**-450, B (昭59), 424.
- (12) 小宮山・三上・奥井, 機論, **52**-474, B (昭61), 626.
- (13) 秋山・ほか5名, 機論, **47**-422, B (昭56), 1960.
- (14) 杉山・ほか2名, 機論, **48**-434, B (昭57), 1870.