壁面粗さのある動脈内流れの数値計算*
(第1報, 定常流)

中西 助次**, 大坂 英雄***

A Numerical Study on the Blood Flow in an Artery with a Rough Surface
(1st Report, Steady Flow)

Suketsugu NAKANISHI and Hideo OSAKA

The acting shear stress and pressure on the vascular wall are considered as being a source of vascular lesion, and are investigated numerically from the hydrodynamic point of view. As a model of the blood flow in an artery with a rough surface, the rigid channel with roughness elements in the wall is considered, and blood is assumed to be Newtonian fluid. Using this model, the Navier-Stokes's momentum equation and the equation of continuity are solved by the finite difference method. The calculation is performed for the Reynolds numbers of 50, 100, 200, 400, 800, 1 000 and 2 000.

And the shear stress at the wall, the stream lines and the equi-vorticity lines are presented.

Key Words: Numerical Study, Navier-Stokes's Equation, Blood Flow, Artery, Rough Surface, Steady Flow, Fluid Mechanics

1. 緒 言

血管にはその幾何学的形状が局所的に血流の流れ模様に強く影響を及ぼす領域がある。例えば、分岐部、屈曲部あるいは狭窄部などの領域である。そして、これらの部分に動脈硬化性病変の発生が多くみられ⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾, しかもその発生が局所的であることから、血流状態がなんらかの形で関係するというのが最近の一つの解釈であり⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾, 流体力学的観点からの究明が要求されるようになった。現在まで、これに関して血液をニュートン流体として取扱った多くの報告⁽⁹⁾⁻⁽¹⁴⁾がなされており、乱流の発生、血管内壁のせん断応力、圧力などの流体力学的因子が病変発生の原因として取り上げられている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。

ところで、血管内壁は常に滑らかな状態であるとは限らず、なんらかの原因で内壁に粗さを有する領域が存在するはずであるが、これに関する報告は少ない⁽¹⁵⁾。これは管壁の粗さの影響は流れが乱流である場合は著しいが、層流である場合は小さいものであると考えられているからかもしれない。確かにこれまで

の実験結果によると、流れが層流の場合、滑面と粗面の管摩擦係数は一致していて、血管流の場合もその影響は小さいと推測できる。ところが一方、新見は血栓性動脈硬化の発生と進展に関して血管壁近傍の流れを調べ、微小な隆起物後方にもやはり流れのはく離と再付着が存在することを示している⁽¹⁶⁾⁻⁽¹⁸⁾。このことは微小隆起物であっても、その近傍で高いあるいは低いせん断応力を示す領域が存在することを推測させる。したがって粗さの影響が工学的にさほど問題とならない層流の場合であっても、局所的な流れの構造が問題となるこの分野からすれば興味ある問題となる。

そこで、粗さのある血管壁のモデルとして、粗さ要素をもつ二次元流路を考え、ナビエ・ストークスの運動方程式を数値的に解くことにより、血管壁粗さ近傍の流れの構造を調べた。

ここで、動脈流は拍動流を調べるのが適切であるが、準定常の流れの領域もあり、また、基礎的なデータを得る目的もあって、定常流について調べ、血管病変に関する粗さの影響を推論した。

記 号

U: 平均流速 (代表速度)

H: 流路幅 (代表長さ)

* 昭和61年10月6日 第64期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和61年1月13日。

** 正員、広島工業大学 (〒731-51 広島市佐伯区五日市町三宅)。

*** 正員、山口大学工学部 (〒755 宇部市常盤台)。

u : 流速の x 方向成分

v : 流速の y 方向成分

ϕ : 流れ関数

ω : 渦度

ν : 動粘性係数

Re : レイノルズ数 $= HU/\nu$

μ : 粘性係数

ρ : 密度

$\bar{\tau}_w$: 壁面せん断応力 $= \mu(\partial \bar{u}/\partial \bar{y})_{\text{at wall}}$

$\bar{\tau}_{xy}$: せん断応力 $= \mu(\partial \bar{v}/\partial \bar{x} + \partial \bar{u}/\partial \bar{y})$

C_f : 壁面摩擦係数 $= \bar{\tau}_w/(\rho U^2/2)$

添字

$\sim$: 有次元を示す

2. 基礎方程式と計算モデル

血液を非圧縮性ニュートン流体として取扱う。そうすると流れを記述する方程式は、連続の式とナビエ・ストークスの方程式で、流れ関数 ϕ と渦度 ω を用いて

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\omega = -\nabla^2 \phi \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$

で与えられる。ここで、方程式(1)、(2)は、代表速度を平均流速 U に、代表長さを流路幅 H に選んだ無次元表示である。また、 Re は $Re = UH/\nu$ で定義されるレイノルズ数である。これらの方程式を差分法で解き流れを調べる。

計算に使ったモデルは、図1(a)に示すように、二次元流路で流れが二次元ポアズイユ流となった領域に粗さ要素を置いたものである。計算領域は主流方向に無次元長さで10、壁に垂直方向に流路幅の1/2の中心軸までとした。粗さ要素の形状は一辺が流路幅の1/10の正方形とし、壁より上に0.04、壁より下に0.06〔図1(b)〕と、壁より下に0.1〔図1(c)〕の二つの場合を考えた。以下、図1(b)の場合をケースI、図1(c)の場合をケースIIと呼ぶ。この粗さ要素を計算領域の上流端より1.5の位置に置く。また、粗さ要素の個数はケースIは3個、ケースIIは3個と5個の場合について計算したが、図1には3個の場合のみ示した。ここで、この粗さの影響は上流端、下流端および中心軸まで及ばないと仮定する。この仮定は計算領域を流路断面全域そして流れ方向に無次元長さで15と広げた場合について予備的計算(差分格子は $\Delta x = \Delta y = 1/50$, $Re = 200$)を行い、その妥当性が確かめられた。したがって、計算領域で

(i) 上流、下流端で流れは二次元ポアズイユ流

(ii) 壁面で流れはすべりなし

(iii) 中心軸に対し流れは上下対称流

の境界条件とする。

実際の計算に用いた差分格子は格子間隔 $\Delta x = \Delta y = 1/100$ の正方格子であり、この格子幅によると、粗さ要素を10等分に分割でき、要素近傍の流れも十分表現できると判断した。また、解の収束判定は、 ϕ および ω について $|\phi^{(n+1)} - \phi^{(n)}| \leq 10^{-5}$ (n は反復回数), $|\omega(t + \Delta t) - \omega(t)| \leq 10^{-5}$ で行った。

3. 計算結果と考察

計算はヒトの太い動脈から大動脈における血流のレイノルズ数の範囲となるよう、 $Re = 50, 100, 200, 400, 800, 1000$, そして2000について行った。ただし、ケースIについては $Re = 50, 100, 200$ のみとした。ケースIを低レイノルズ数のみとした理由は、Antonia らの実験結果⁽¹⁹⁾によると、ケースIのような壁面より隆起した粗面の場合、最初の粗さ要素の影響が極めて大きいことが指摘されており、高レイノルズ数の場合、下流側の計算領域を広げる必要が生じると判断したからである。したがって、その影響の少ないケースIIを系統的に調べた。

図1 計算モデル

図2(a)~(c)は流れ模様を表わす流線をケースIは $Re=200$, ケースIIは $Re=100, 1000$ を選んで粗さ要素近傍について示したものである。ここで、これらの図は x 軸に対し y 軸を2倍の寸法で描いてある。図から、流れは粗さ要素に対応した周期的な流れ模様をしている。図には示していないが、壁からの距離 $y=0.1$ で流線は壁に平行となり、粗さ要素の及ぼす影響はごく壁近傍であることがわかる。したがって、図2は $y<0.05$ のごく壁近傍についてのみ示した。また、要素前端部の角より下方に流れの再付着点があり、圧力の高い領域が存在することが推測できる。また、これらの図からわかるように、要素の溝内部には定在渦がある。この溝内部の流れは非常にゆっくりしていて、このことは流線図からわかることだが、参考のため図3に溝内部の流速ベクトルでこの様子を示した。図は $Re=400$ の場合を選び、粗さ要素の中央部の溝について示した。なお、ここで見られた分布傾向は他のレイノルズ数の場合についても同様であった。

図4(a), (b)に壁面せん断応力分布を示す。得ら

(a) $Re=200$

(b) $Re=100$

(c) $Re=1000$

図2 粗さ要素近傍の流線

れた結果は、各レイノルズ数および各モデルについて、ほぼ同様な傾向であり、したがって、ここではケースIは $Re=200$, ケースIIは $Re=1000$ を選んで示す。また、壁面せん断応力は

$$C_f = \frac{\bar{\tau}_w}{(\rho U^2/2)} \quad \dots\dots\dots (3)$$

で定義される壁面摩擦係数で評価する。ここで、 $\bar{\tau}_w$ は

$$\bar{\tau}_w = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)_{\text{at wall}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$\bar{u}$, $\bar{y}$ は次元をもつ x 方向の速度成分および壁に垂直な長さ尺度である。また、 μ は粘性係数、 ρ は密度である。これを計算に用いた無次元表示で表すと、

$$C_f = \mu \frac{U}{H} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) / \left(\frac{1}{2} \rho U^2 \right) = \frac{2}{Re} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{\text{at wall}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。溝部については、 $y=0$ での $\bar{\tau}_{xy}$ を用いて(ただし、ケースIの場合は $y=0.04$)

$$C_f = \frac{(\bar{\tau}_{xy})_{y=0}}{(\rho U^2/2)} = \frac{2}{Re} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $\bar{\tau}_{xy} = \mu(\partial \bar{v}/\partial \bar{x} + \partial \bar{u}/\partial \bar{y})$ で評価した。

図から、せん断応力は粗さ要素の山部で高い値を示し、溝部では壁の拘束条件がとれて低い値となる。局所的に高いせん断応力となる要素の山部では粗さのない滑面壁の領域での値と比べて約40%ほど高い値をとる。また、せん断応力の分布は粗さ要素に対応した周期的分布をしており、これらの平均をとると滑面壁の領域の値におおむね一致する(図中の点線は平均値を示す)。したがって、血液輸送の立場から考えるなら、層流の場合粗さの影響はさほど大きくないといえる。しかし、血管病変の観点からすれば、血管壁の粗さは、局所的に高いせん断応力を示し血管壁に及ぼす流体力大きく、その影響は無視できないと考えられる。

図5は、粗さ要素近傍の等速度線図を示したものである。図から、溝内部の速度は小さいといえる(図中の点線は速度 $\omega=0$ を示す)。流線図(図2参照)、溝内の流速ベクトル図(図3参照)そして等速度線図から判断して、溝内部の流れはほとんど淀んでいるといっ

図3 溝内流速ベクトル ($Re=400$)

図4 壁面せん断応力分布

図5 粗さ要素近傍の等温度線

もいい。いま、血流の淀みが血栓症に関係すると考えるならば、血管壁の粗さは高せん断応力の影響に加えて、さらに血管病変になんらかの悪い影響を及ぼすのではといった疑問をもたせる。

図6に粗さ要素での壁面せん断応力のレイノルズ数に対する依存性を示す。図は、無次元せん断応力として $C_f \times Re$ を縦軸に選びレイノルズ数をパラメータにして示した。また、図が幅そうしないように、得られた結果のうち、 $Re=200, 800, 2000$ を選んで示した。図からわかるように、わずかにレイノルズ数の高いほうが高せん断応力の傾向を示すが、壁面せん断応力のレイノルズ数に対する依存度は弱い。

 図6 壁面せん断応力分布 (Re 数に対する依存度)

4. 結 言

得られた結果からすれば、血管壁粗さ近傍の流れは、

(i) 粗さ要素で流れのはく離再付着がみられ、圧力の高い領域の存在を推測させる。

(ii) 粗さ要素上で局所的に大きなせん断応力を示す領域が存在する。

(iii) 粗さ要素の溝部の底の領域では、流れは淀んだ状態であることが推測される

などの変化に富んだ流れ場となっている。

これらはいずれも、血管病変の原因を流体力学的観点からみた因子であり、血管壁の粗さは、流れが層流であってもなんらかの形で血管病変に悪影響を及ぼすのではとの疑問をもたせる。

ただし、この計算は定常流についてであり、動脈流を調べるためには拍動流を考えるのがより適切なモデルであり、拍動流モデルについて調べる必要があると考える。

最後に、計算を行うにつき貴重なご助言をいただいた慶応義塾大学の川口光年教授に深く感謝の意を表す。

文 献

- (1) Gessner, F. B., *Brief reviews ; Hemodynamics theories of atherogenesis, Circ. Res.*, 33 (1973), 259.
- (2) 松信, 機誌, 76-660 (昭48), 1400.
- (3) 岡, バイオレオロジー, (昭59), 裳華房.252.
- (4) Fry, D. L., *Circulation Res.*, 22 (1968), 165.
- (5) Caro, C. G., *INSERM*, 78 (1978), 33.
- (6) 松信, 機誌, 76-656 (昭48), 1008.
- (7) 松信, 日本物理学会誌, 34-10 (昭54), 854.
- (8) 福嶋, 機誌, 88-796 (昭60), 71.
- (9) Matsunobu, Y. and Arakawa, M., *Biorheology*, 11 (1974), 457.
- (10) Kawaguti, M. and Hamano, A., *J. Phys. Soc., Jpn.*, 46 (1979), 1360.
- (11) Kawaguti, M. and Hamano, A., *Biorheology*, 20 (1983), 507.
- (12) Kawaguti, M. and Hamano, A., *J. Phys. Soc., Jpn.*, 49 (1980), 817.
- (13) Azuma, T. and Fukushima, T., *Biorheology*, 13 (1976), 547.
- (14) 新見, 循環器病研究の進歩, 1 (昭55), 69.
- (15) Kajiya, F.・ほか4名, *Research Note for Monbusho Kaken*, No. 337049, 3-1 (1980), 9.
- (16) Niimi, H. and Yamakawa, T., *Proc. 2nd ICMMB*, (1980), 130.
- (17) 新見, 日本バイオレオロジー学会論文集, (昭55), 29.
- (18) Fox, J. A. and Hugh, A. E., *Brit. Heart J.*, 28 (1966), 388.
- (19) Antonia R. A., and Luxton, R. E., *Trans. ASME, Ser. D*, 98-1 (1971), 22.